

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

التمرين 1 (10.5 نقطة)

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{7U_n + 6}{U_n + 2} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

نعتبر المتالية العددية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

1. بين أن : $U_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} 1.5

2. أدرس رتبة المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 1.5

3. لتكن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتالية العددية المعرفة بما يلي :

أ- بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية و حدد عناصرها. 1.5

ب- حدد V_n ثم U_n بدلالة n . 1.5

4. أ- بين أن : $|U_{n+1} - 6| \leq \frac{1}{2}|U_n - 6|$ لكل n من \mathbb{N} 1.5

ب. استنتج بالترجع أن : $|U_n - 6| \leq 5\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} 1

$$T_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{7}{U_k + 1} \quad \text{و} \quad S_n = \sum_{k=0}^{n-1} V_k$$

5. نضع : احسب S_n و T_n بدلالة n . 2

التمرين 2 (9.5 نقط)

نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعمد ممنظم مباشر (O, \vec{i}, \vec{j}) النقط :

$$C(0,3) \quad \text{و} \quad B(-2,2) \quad \text{و} \quad A(1,1)$$

1. أ- احسب $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ و $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

ب- استنتج قياساً للزاوية $\cdot \left(\overrightarrow{AB}; \hat{\overrightarrow{AC}} \right)$

2. أحسب مساحة المثلث ABC .

3. أ- حدد معادلة ديكارتية للدائرة (C) التي مركزها $\Omega\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ وشعاعها $\frac{\sqrt{10}}{2}$

ب- حدد معادلة المماس (D) للدائرة (C) في النقطة $A(1,1)$.

ج- بين أن (C) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

4- نعتبر المستقيم (D) المعرف بالمعادلة: $3x - y + m = 0$ حيث m بارامتر حقيقي.
حدد قيمتي m اذا علمت أن (D) مماس للدائرة (C) .

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x - 3y < 0 \\ 3x - y + 3 < 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$$

5. حل مبيانيا النظمة:

انتهى

بالتوفيق