Inisse Groupe scolaire

مادة الرياضيات

المراقبة المستمرة رقم 3

التمرين الأول 8 نقط

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي: $U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=\frac{3U_n+2}{U_n+2}$ لكل n من $\mathbb{N}$ و نضع $(\forall n\in\mathbb{N}):\ V_n=\frac{U_n+1}{U_n-2}$

1) أحسب U_1 و U_2. (0.5 ن)

2) أ- بين أن $0<U_n<2$ لكل n من $\mathbb{N}$. (1 ن)

ب- أدرس رتابة المتتالية (U_n) . (1ن)

3) أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية وحدد عناصرها. (1 ن)

ب- حدد صيغة U_n بدلالة n. (1.5ن)

4) أ- أثبت أن : $|U_{n+1}-2|<\frac{1}{2}|U_n-2|$: $(\forall n\in\mathbb{N})$. (1 ن)

ب- استنتج أن: $|U_n-2|<\frac{3}{2^{n+1}}$: $(\forall n\in\mathbb{N})$. (1 ن)

5) نضع: $S_n=\sum_{k=0}^{n-1}\frac{3}{U_n-2}$. حدد S_n بدلالة n. (1 ن)

التمرين الثاني 5 نقط

نعتبر النقطتين $A(2;0)$ و $B(0;2)$ و المستقيم (T) الذي معادلته: $x+y+2\sqrt{2}=0$.

1) أ- حدد معادلة المستقيم (Δ) واسط القطعة $[AB]$. (1 ن)

ب- تحقق من أن (Δ) عمودي على (T) . (0.5 ن)

ج- تأكد من أن $C\left(-\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$ هي نقطة تقاطع (T) و (Δ) . (0.5 ن)

2) نعتبر $\Omega(a;b)$ نقطة من المستوى . حدد a و b بحيث : $\Omega\in(\Delta)$ و $\Omega A=C\Omega$. (0.5 ن)

3) بين أن $x^2+y^2-4=0$ هي معادلة الدائرة (C) التي مركزها Ω ومارة من A . (1 ن)

4) بين أن (T) مماس للدائرة (C) . (0.5 ن)

5) أحسب $\cos\left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)$. (1 ن)

التمرين الثالث 5 نقط

لكل x من $\mathbb{R}$ نضع: $S(x)=\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x$.

1) أ- أثبت أنه لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\frac{1}{2}(2+\cos 2x+\cos 6x)=\cos^2 x+\cos^2 3x$. (1 ن)

ب- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $S(x)=2\cos x\cos 2x\cos 3x+1$. (1 ن)

2) حل في $[0,\pi]$ المعادلة : $S(x)=1$. (1.5 ن)

3) نضع : $A=\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}$. بين أن $A=\frac{1}{8}$. واستنتج قيمة $S\left(\frac{\pi}{7}\right)$. (1.5 ن)

التمرين الرابع 2 نقط

نعتبر المتتالية $(S_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي: $S_n=\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{2\times 5}+\frac{1}{3\times 7}+\dots\dots+\frac{1}{n(2n+1)}$

1) بين أنه: $\forall n\geq 1:\ \frac{1}{2}S_n=1-\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots\dots+\frac{1}{2n+1}\right)$. (1 ن)

2) أثبت أن : $1-\frac{n}{n+1}<\frac{1}{2}S_n<1-\frac{n}{2n+1}$. واستنتج أن $(S_n)_{n\geq 1}$ محدودة. (1 ن).