

التمرين الأول (3 نقه و نمف)

نعتبر في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعام منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) النقطة $A(1,2)$

والدائرة (C) معادلتها $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$

(1) حدد المركز Ω و الشعاع R للدائرة (C)

(2) تحقق أن النقطة A خارج الدائرة (C) ثم أعط معادلة المماسية للدائرة (C)

و الماربه من النقطة A

$$(3) \text{ حل مبيانا النظمة } \begin{cases} y \geq -1 + \sqrt{-x^2 + 4x + 1} \\ y \leq 0 \end{cases}$$

التمرين الثاني (2 نقه)

ليكن α عدد من $\mathbb{R} - \left\{0, 1, \frac{1}{2}\right\}$. ABC مثلث في المستوى (P) و G منتصف القطعة

$[BC]$ نعتبر النقطيه E, F بحيث $\overline{AE} = \alpha \overline{AB}$ و $\overline{AF} = \alpha \overline{AC}$

(1) ييه أن E مرجح النقطيه $(A, 1 - \alpha)$; (B, α)

و ييه أن B مرجح النقطيه C و G محدا معالنعما

(2) استنتج أن E, F, G نقطه مستقيمية

التمرين الثالث (6 نقه)

نعتبر الدالتيه و $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{-x+1}{x}$

(1) أ- أرسم منحنىي الدالتيه f و g في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j})

ب- استنتج مبيانا أن المعادلة $\sqrt{x} + \frac{x-1}{x} = 0$ تقبل حلا وحيدا α

(2) نضع $F(x) = \sqrt{x} + \frac{x-1}{x}$

أ- أعط جدول إشارة $F(x)$ (معلا جوابك)

ب- استنتج أن $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ (جبريا و ليس مبيانا)

(3) ليكن $(U_n)_{n \geq 0}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{1}{1 + \sqrt{U_n}}$

أ- ييه أن $\frac{1}{2} \leq U_n < 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب- تحقق أن $\alpha = \frac{1}{1 + \sqrt{\alpha}}$ ثم ييه أن $|\alpha - U_n| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} |\alpha - U_{n-1}|$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ج- ييه بالترجع أن $|\alpha - U_n| \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

التمرين الرابع (5 نقه و نمف)

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعام منظم مباشر (O, \vec{i}, \vec{j}) .

نعتبر النقطيه $A(\sqrt{3} + 1, 1 - \sqrt{3})$ و $B(2, 2)$

(1) تحقق أن $OA = OB = 2\sqrt{2}$ و أحسب الجداء السلمي $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$

(2) استنتج أن $\widehat{(OA, OB)} \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ و ييه أن $\widehat{(i, OB)} \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

(3) ليكن C نقطة بحيث $OACB$ معبه

أ- ييه أن إحداثيات C هي $(3 + \sqrt{3}, 3 - \sqrt{3})$

ب- ييه أن $\widehat{(i, OC)} \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$

ج- استنتج أن $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ و $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

التمرين الخامس (2 نقه)

ليكن ABC مثلثا في المستوى (P) نضع $AB = c$ ، $BC = a$ و $AC = b$

حدد مجموعة النقط M في كل من الحالتيه التاليه :

$$(1) \overline{MA} \cdot \overline{MB} = c^2$$

$$(2) MB^2 + MC^2 = \frac{15}{2} a^2$$