

## فرض محروس رقم 2

## مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

أولى علوم رياضية

التمرين الأول: (4 نقط) سؤالان مستقلان

1- ليكن  $ABC$  مثلث و  $G$  مركز ثقله و  $H$  مرجح النقط المترنة  $(A;1)$  و  $(B;3)$  و  $(C;-2)$  ن 2

حدد وأنشئ مجموعة النقط  $M$  بحيث:  $3\|\overline{MA}+3\overline{MB}-2\overline{MC}\|=2\|\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}\|$

2- ليكن  $ABC$  مثلث. نعتبر النقط  $E$  و  $F$  و  $G$  بحيث:  $\overline{EB}=\frac{-1}{5}\overline{EC}$  و  $\overline{FA}=\frac{-3}{5}\overline{FC}$  و  $\overline{GB}=\frac{-1}{3}\overline{GA}$  ن 2

أثبت أن المستقيمات  $(AE)$  و  $(BF)$  و  $(CG)$  متلاقية في نقطة  $H$  يتم تحديدها.

التمرين الثاني: (4 نقط)

1- بين أن:  $A\Delta\overline{B}=A\Delta B$  . لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  ثلاث أجزاء من مجموعة  $E$  . ن 2

2- أثبت أن:  $B\subset C \Rightarrow \begin{cases} A\cap B\subset A\cap C \\ A\cup B\subset A\cup C \end{cases}$  ن 2

التمرين الثالث: (7 نقط)

نعتبر التطبيق:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow \sqrt{x^2-x+1}$

1- بين أن:  $f(1-x)=f(x) \forall x \in \mathbb{R}$  . هل  $f$  تبايني؟ ن 1.5

2- أثبت أن:  $f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \forall x \in \mathbb{R}$  . هل  $f$  شمولي؟ ن 2

3- ليكن  $g$  قصور  $f$  على المجال  $I = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$  و  $h$  قصور  $f$  على المجال  $J = \left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$

أ- بين أن  $g$  تقابل من المجال  $I$  نحو المجال  $K = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right[$  ثم حدد تقابله العكسي  $g^{-1}$  . ن 2

ب- نعتبر التطبيق  $\varphi: J \rightarrow I$   
 $x \rightarrow 1-x$  . بين أن:  $h = g \circ \varphi$  و استنتج أن  $h$  تقابل وحدد  $h^{-1}$  . ن 1.5

التمرين الرابع: (5 نقط)

$h: P(E) \rightarrow P(E)$   
 $X \rightarrow \overline{X}$  ليكن  $A$  و  $B$  جزئين غير فارغين من مجموعة  $E$  و  $h$  تطبيق معرف بما يلي:

1- بين أن التطبيق  $h$  تقابل وحدد تقابله العكسي  $h^{-1}$  . ن 1

$g: P(A) \times P(\overline{A}) \rightarrow P(E)$  و  $f: P(E) \rightarrow P(A) \times P(\overline{A})$   
 $(X; Y) \rightarrow X \cup Y$  و  $X \rightarrow (A-X; \overline{A}-X)$  ليكن  $f$  و  $g$  تطبيقين معرفين كما يلي:

2- بين أن  $g \circ f = h$  . ن 1

3- أثبت أن  $g$  تبايني . ن 1

4- بين أن  $g$  شمولي و استنتج أن  $f$  تقابل. ن 2