

Exercice n° 1 : (6,5 points)

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 4x^2 - 1}{3 + 2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{x^2 + 1}$ (1×2)

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - 3x - 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}$ (1,25×2)

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 + \sqrt{x^2 - 3x}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x}}{2 - x}$ (1+1)

Exercice n° 2 : (5,5 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 3x - 4}$

1) Vérifier que le domaine de définition de f est $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$. (1)

2) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (0,75×2)

3) a) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$. (1,5)

b) Calculez les limites $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$. (1,5)

Exercice n° 3 : (8 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = x^3 + 2x - 1 & ; x \leq 0 \\ f(x) = 3x - \sqrt{2x+1} & ; x > 0 \end{cases}$$

Et soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (0,75+1)

2) Vérifier qu'on a : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$. (1,5)

3) Montrer que la fonction f est dérivable à gauche de 0. (1)

4) a) Montrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{f(x) - f(0)}{x} = 3 - \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 1}$. (1)

b) Dédurre que la fonction f est dérivable à droite de 0. (1)

5) a) la fonction f est-elle dérivable en 0 ? (0,75)

b) Interpréter géométriquement ce résultat. (1)