ثانوية أنيس
الحرة

فرض الرياضيات(3)
يناير 2010

المستوى : السنة [redacted] ع ق
المدة : ساعتان

التمرين الأول (6 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي : $(n \in \mathbb{N})$

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n - 1}{u_n} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2 . (1ن)

2- بين أن : $u_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$. (1ن)

3- نضع : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول v_0 . (1.5ن)

ب- اكتب v_n ثم u_n بدلالة n . (1.5ن)

ج- احسب المجموع : $S = v_0 + \ldots\ldots\ldots\ldots + v_{19}$. (1ن)

التمرين الثاني (6 نقط)

بينت دراسة إحصائية في إحدى النوادي الرياضية أن عدد المنخرطين في سنة 2000 بلغ 8000 منخرط . 70% يجددون انخراطهم كل سنة في حين يلتحق 3000 منخرط جديد كل سنة .

نرمز ب a_n إلى عدد المنخرطين في السنة $(2000+n)$ ونضع : $a_0 = 8000$.

1- احسب a_1 . (0.5ن)

2- اكتب a_{n+1} بدلالة a_n . (1.5ن)

3- نضع : $v_n = 10000 - a_n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول v_0 . (1.5ن)

ب- اكتب v_n ثم a_n بدلالة n . (1.5ن)

ج- بعد كم سنة سيتعدى عدد المنخرطين 9500 ؟ (1ن)

التمرين الثالث (8 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي : $(n \in \mathbb{N})$

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2 . (1ن)

2- بين أن : $0 < u_n < 1$ لكل n من $\mathbb{N}$. (1.5ن)

3- ادرس رتابة المتتالية (u_n) . (1.5ن)

4- نضع : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول v_0 . (1.5ن)

ب- اكتب v_n ثم u_n بدلالة n . (1.5ن)

ج- احسب المجموع : $S = v_0 + \ldots\ldots\ldots\ldots + v_n$. (1ن)