



Evaluation N°3
Premier semestre
Mathématiques

Niveau : 1bac eco
Durée : 2H
Date : 28 / 12 / 2018

Exercice 1 : On considère les deux fonctions suivantes : $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ et $g(x) = \sqrt{x+3}$

1.5 1. Déterminer D_f et D_g respectivement les domaines de définition des fonctions f et g

1 2. Déduire $D_{f \circ g}$ domaine de définition de la fonction composée fog.

1 3. Montrer que $\forall x \in D_{f \circ g} \quad f \circ g(x) = \frac{x+7+4\sqrt{x+3}}{x-1}$

Exercice 2 : On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + 3; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1 1. Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n > 4$

1 2. a- vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} - U_n = \frac{3}{4}(4 - U_n)$

1 b- Etudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$

1 c- Déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) 4 < U_n \leq 6$

1 3. On pose : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad V_n = U_n - 4$

1 a- Montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$

1.5 b- Calculer V_0 puis écrire V_n en fonction de n

1 c- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_n = \frac{4^{n+1} + 2}{4^n}$

1 d- Montrer que : $V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1} = \frac{8}{3} \left(1 - \frac{1}{4^n} \right)$

Exercice 3 : On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n}; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1 1. Calculer U_0 et U_1

1 2. Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n < 2$

1 3. a- vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 2)^2}{4 - U_n}$

1 b- Etudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$

1 c- Déduire que $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq U_n < 2$

1 4. On pose : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad V_n = \frac{1}{U_n - 2}$

1 a- Montrer que $(V_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r = \frac{-1}{2}$

1.5 b- Calculer V_0 puis écrire V_n en fonction de n

1 c- Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n = \frac{2n}{n+1}$

0.5 d- Montrer que $V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1} = \frac{-n}{4}(n+2)$