الجزء الأول:

❶ أ- انشر $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$. (0.5)

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين : $x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}=0$ و $2x^2-5x+2=0$ (2)

ج- أعط جدول إشارة التعبير التالي : $\dfrac{x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}}{2x^2-5x+2}$ (2)

د- استنتج مجموعة حلول المتراجحة : $\dfrac{x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}}{2x^2-5x+2}\geq 0$. (1)

❷ حل في $\mathbb{R}^3$ النظمة التالية : (1.5)

$$\begin{cases}-2x-y+z=1\\ x+3y+4z=8\\ 3x-y+2z=14\end{cases}$$

الجزء الثاني:

❶ أعط نفي العبارات التالية :

(p) $(\forall x\in\mathbb{R})\ (\exists y\in\mathbb{Z})$ $x^2\neq y$ و $x\leq y-1$ (1)

(q) $(\exists a\in\mathbb{R})\ (\forall b\in\mathbb{Q})$ $b^3\geq 0$ أو $a^2-2>b^3$ (1)

(r) $(\forall x\in\mathbb{R})\ x^2\in\mathbb{N}\ \Rightarrow\ x\in\mathbb{N}$ (1)

❷ أ- انشر $(2x-1)(y-3)$. (0.5)

ب- حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة التالية : (1.5)

$$\begin{cases}2x-3y+4xy=0\\ 2xy-6x-y+3=0\end{cases}$$

❸ باستعمال الاستلزام المضاد للعكس ، بين أن :

$(\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R})\ (x\neq y$ و $xy\neq 1)\ \Rightarrow\ \left(\dfrac{x}{x^2+x+1}\neq\dfrac{y}{y^2+y+1}\right)$ (2)

❹ باستعمال التكافؤات المتتالية ، بين أن :

أ- $(\forall a\in\mathbb{R})(\forall b\in\mathbb{R})$ $2a^2+2b^2\geq(a+b)^2$ (2)

ب- $(\forall x\in[1,+\infty[)$ $\dfrac{x}{2}-\sqrt{x-1}\geq 0$ (2)

❺ باستعمال البرهان بالترجع ، بين أن :

العدد $2^{3n+2}-4$ يقبل القسمة على 7 لكل عدد طبيعي $n\geq 1$. (2)