

$\langle I \rangle$ لتكن $(u_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ بحيث : $u_{108} = 49$.

(2) (1) بين أن : $u_0 = -5$ و $u_9 = -\frac{1}{2}$.

(1) (2) احسب المجموع : $S = u_9 + u_{10} + u_{11} + \dots + u_{108}$.

$\langle II \rangle$ نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $u_0 = \frac{1}{2}$ و $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{u_n}{3-2u_n}$.

(1) احسب u_1 و u_2 . (0,5×2)

(2) بين ، بالترجع ، أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 0 < u_n < 1$. (1,5)

(3) أ) تحقق من أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(u_n - 1)}{3 - 2u_n}$. (0,5)

(ب) أثبت أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية. استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 0 < u_n \leq \frac{1}{2}$. (1,5)

(4) لتكن $(v_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$.

(أ) بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ و احسب حدها الأول v_0 . (1,5)

(ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{1}{1+3^n}$. (1,5)

(4) نضع : $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$. احسب S_n بدلالة n . (1)

$\langle III \rangle$ مثلث ABC مثلث لتكن G مرجح النقط المتزنة $(A;1)$ و $(B;-2)$ و $(C;-3)$.

(1) بين أن $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ ثم انشئ النقطه G . (1,5)

(2) أ- انشئ النقط J المعرفة بالعلاقة : $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$. (0,5)

ب- بين أن J مرجح النقطتين المتزنتين $(B;2)$ و $(C;3)$. (1)

ج- بين أن J و A و G نقط مستقيمية. (1)

(3) لتكن K النقطه بحيث : B منتصف القطعة $[AK]$

أ- بين أن K مرجح النقط المتزنة $(A;1)$ و $(B;-2)$. (1)

ب- بين أن : $\overrightarrow{KG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{KC}$. (1)

ج- استنتج أن المستقيمين (AJ) و (KC) يتقاطعان في نقطه يتم تحديدها. (1)

(4) نعتبر (Γ) مجموعه النقط M من المستوى التي تحقق : $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 2AC$

أ- بين أن (Γ) هي دائره محدد مركزها و شعاعها. (1)

ب- انشئ الدائره (Γ) . (0,5)