

الجزء الأول : (9 نقط)

$\langle I \rangle$ بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه : لكل x و y من \mathbb{R} لدينا :

$$(1,5) \quad [xy \neq 1 \text{ و } x \neq y] \Rightarrow \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}$$

$\langle II \rangle$ بين أن : $2a^2 + 2b^2 \geq (a+b)^2$: $(\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2)$.

$\langle III \rangle$ (1) بين أن العبارة $\left[(\exists x \in \mathbb{R}^+) : \sqrt{1+x} = \frac{1}{\sqrt{1+x}} \right]$ عبارة صحيحة .

(2) (أ) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} \leq 1$.

(0,75) (ب) اكتب نفي العبارة (P) التالية : $(P) : \left[(\forall y \in \mathbb{R}^+) ; (\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > \sqrt{y} \right]$.

(0,5) استنتج أن العبارة (P) خاطئة .

(2) $\langle IV \rangle$ (1) بين ، بالترجع ، أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 3 + 6 + \dots + 3n = \frac{3n(n+1)}{2}$.

(2) (2) بين ، بالترجع ، أن لكل n من \mathbb{N} العدد $5^{2n} - 1$ يقبل القسمة على 24 لكل n من \mathbb{N} .

الجزء الثاني : (11 نقط)

$\langle I \rangle$ لتكن h الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$h(x) = \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x + 2}$$

(1) (1) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + 2x + 2 > 0$.

(1,5) (2) بين أن الدالة h مكبورة بالعدد 2 على \mathbb{R} .

(1) (3) (أ) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : h(x) \geq -1$.

(1) (ب) بين أن -1 هي القيمة الدنيا للدالة h على \mathbb{R} .

$\langle II \rangle$ نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$.

وليكن (\mathcal{C}_f) و (\mathcal{C}_g) منحنيا الدالتين f و g على التوالي في $\mathbb{M}(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$.

(1+0,5) (1) حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g ثم ضع جدول تغيراتها .

(1) (2) ضع جدول تغيرات الدالة f .

(1) (3) (أ) تحقق من أن : $f(0) = g(0)$ و $f(3) = g(3)$.

(2) (ب) انشئ ، في المعلم $(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$ ، المنحنيين (\mathcal{C}_f) و (\mathcal{C}_g) . (استعمل لون لكل منحنى)

(1) (4) حل ، في المجال \mathbb{R} ، مبيانيا المترابحة : $3\sqrt{x+1} + 2x > x^2 + 3$.