التمرين الأول

لتكن $\left(U_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $\begin{cases} U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 2} \\ U_0 = 3 \end{cases}$

1. بين أن $U_n > 2$ $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right)$

2. بين ان $U_n - U_{n+1} = \dfrac{\left(U_n - 2\right)\left(U_n + 1\right)}{U_n + 2}$ $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right)$ ثم أدرس رتابة $\left(U_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ماذا تستنتج ؟

3. نضع $V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n + 1}$ لكل عدد n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن $\left(V_n\right)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{4}$

ب) أحسب V_n بدلالة n و بين ان $U_n = \dfrac{\left(2\times 4^{n+1}\right)+1}{4^{n+1}-1}$ ثم حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثاني

لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي : $f\left(x\right) = \left(x\sqrt{x} - 1\right)^2$

و ليكن $\left(C_f\right)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. أ) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f\left(x\right)}{x} = +\infty$ و أعط تاويلا هندسيا للنتيجة

2. بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ x>0}} \dfrac{f\left(x\right)-1}{x} = 0$ و أول النتيجة هندسيا

3. بين أن $\left(\forall x \in \mathbb{R}^{*+}\right)$ $f'\left(x\right) = 3\sqrt{x}\left(x\sqrt{x} - 1\right)$ ثم أعط جدول التغيرات

4. أ) بين أن : $\left(\forall x > 0\right) : f''\left(x\right) = \dfrac{3\left(4x\sqrt{x} - 1\right)}{2\sqrt{x}}$

ب) أدرس تقعر المنحنى $\left(C_f\right)$ وبين ان $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف في $a = \sqrt[3]{\dfrac{1}{16}}$

5. بين أن المعادلة $f\left(x\right) = x$ تقبل في المجال $\left[0,1\right]$ حلا وحيدا α و بين ان $\sqrt{\alpha} = \dfrac{1}{1+\alpha}$

6. أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$

7. لتكن g الدالة المعرفة على المجال $I = \left[0,1\right]$ بما يلي : $g\left(x\right) = f\left(x\right)$

أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب) أحسب $g^{-1}\left(x\right)$ لكل x من J