

الصفحة 1 3	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك المهنية الدورة العادية 2018 -الموضوع-</p>	<p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي</p>
★★	NS101	<p>المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه</p>

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها	الشعبة أو المسلك

<u>Instructions au candidat</u>	<u>تعليمات للمترشح</u>
<b>Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations</b>	هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها .
<b>Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants, en 3 pages dont la première est réservée aux instructions suivantes :</b>	يتكون الموضوع الذي بين يديك من 3 صفحات، الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يرجى منك الإجابة على أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Vous devez justifier les résultats ( Par exemple : Lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités ,.....).</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ينبغي عليك تحليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre qui vous convient , mais veuillez numérotter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Veuillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il est souhaitable que les pages soient numérotées afin de faciliter la correction.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'écriture au stylo rouge est à éviter</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• تجنب الكتابة بقلم أحمر؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.</li> </ul>

### Exercice n°1 : (3.5pts)

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $u_0 = 2$  et  $u_{n+1} = \frac{4u_n - 3}{3u_n - 2}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

0.5 1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$

2. On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{u_n - 2}{1 - u_n}$

0.25 2.a. Calculer  $v_0$

1 2.b. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_{n+1} = \frac{1 - 2u_n}{1 - u_n}$  et en déduire que  $v_{n+1} - v_n = 3$

0.5 2.c. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = 3n$

0.5 3.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{v_n + 2}{v_n + 1}$

0.25 3.b. En déduire que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{3n + 2}{3n + 1}$

0.5 4. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### Exercice n°2 : (3pts)

On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E) : z^2 - 2z + 2 = 0$

1 1.a. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E)$  (Les solutions  $z_1$  et  $z_2$  sont telles que  $\text{Im}(z_1) > 0$  et  $\text{Im}(z_2) < 0$ )

0.5 1.b. Ecrire  $z_1$  et  $z_2$  sous forme trigonométrique.

0.5 1.c. Montrer que :  $z_1^4 + z_2^4 = -8$

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ , on considère les points  $A(1-i)$  et  $B(1+i)$

0.5 2.a. Donner  $\frac{1+i}{1-i}$  sous forme algébrique.

0.5 2.b. En déduire que le triangle  $OAB$  est rectangle et isocèle en  $O$

### Exercice n°3 : (3pts) (N.B : Tous les résultats doivent être donnés sous forme de fraction)

Un sac contient 12 boules indiscernables au toucher : 4 rouges, 6 blanches et 2 vertes.

On tire simultanément trois boules du sac.

On considère les deux événements suivants :

$A$  : « Les trois boules tirées sont de la même couleur »

$B$  : « Parmi les trois boules tirées il y'a exactement deux boules blanches »

0.75 1. Montrer que  $p(A) = \frac{6}{55}$

0.75 2. Calculer  $p(B)$

3. On définit la variable aléatoire  $X$  en procédant au jeu suivant :

- Si les trois boules tirées sont de même couleur, on gagne 3 points.

- Si les trois boules tirées sont de couleurs deux à deux différentes, on perd 3 points.

- Si parmi les trois boules tirées deux sont de même couleur et la troisième est d'une autre couleur on gagne 0 point.

- 1 3.a. Copier et compléter le tableau ci-contre:
- 0.5 3.b. Donner l'espérance mathématique  $E(X)$  de la variable aléatoire  $X$

$X = x_i$	3	0	-3
$p(X = x_i)$		$\frac{37}{55}$	

**Exercice n°4 :(2pts)**

L'espace est rapporté à un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

Soient  $(D_1)$  la droite passant par le point  $A(1; 2; -1)$  et dont un vecteur directeur est  $\vec{u}(-1; 0; 1)$

et  $(D_2)$  la droite dont une représentation paramétrique est :

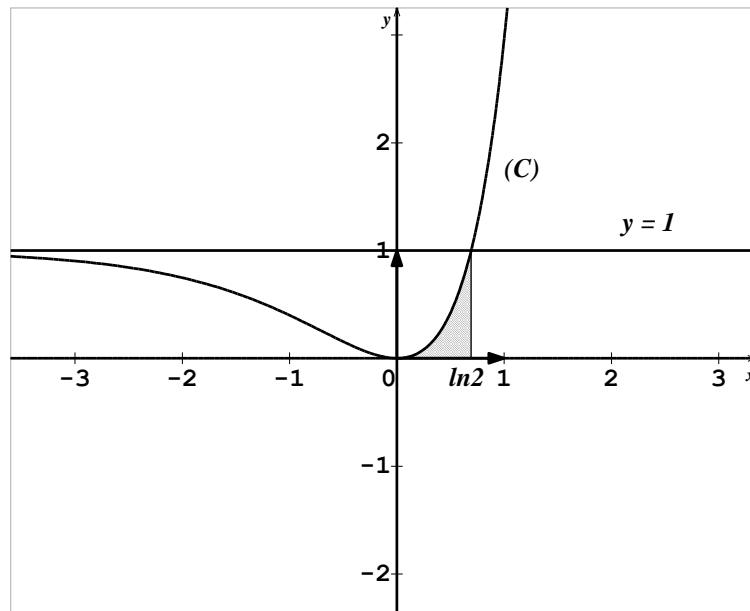
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

- 0.5 1. Montrer que le point  $A(1; 2; -1)$  appartient à  $(D_2)$
- 1.5 2. Donner une équation cartésienne du plan défini par  $(D_1)$  et  $(D_2)$

**Exercice n°5 :(8.5 pts)**

Soit  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (e^x - 1)^2$  et soit  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 1.a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1 1.b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1 1.c. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et donner une interprétation géométrique du résultat.
- On pourra remarquer que :  $(e^x - 1)^2 = e^x(e^x - 2) + 1$
- 1 2.a. Montrer que :  $f'(x) = 2(e^x - 1)e^x$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$
- 1.5 2.b. Etudier le signe de  $f'(x)$  et dresser le tableau de variations de  $f$
- 1 3. Déterminer l'abscisse du point d'intersection de  $(C)$  et de la droite d'équation  $y = 1$
4. Dans la figure ci-dessous  $(C)$  est la courbe représentative de  $f$
- 0.5 4.a. Vérifier que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = e^{2x} - 2e^x + 1$
- 1.5 4.b. Déterminer l'aire de la partie hachurée.





3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها	الشعبة أو المسلك

Exercice n°1(3.5pts)

Question	Détail d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	et $u_2 = \frac{19}{9} u_1 = \frac{7}{3}$	0.25 + 0.25	0.5	
2	Raisonnement par récurrence	0.5	0.5	
3.a	$u_{n+1} - u_n = \frac{-2}{3}(u_n - 2)$	0.5	0.5	
3.b	$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ décroissante :0.25 $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ convergente :0.25	0.25 + 0.25	0.5	
4.a	$v_0 = 1$	0.25	0.25	
4.b	Suite géométrique $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$	0.5	0.5	
4.c	$v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$	0.25	0.5	
	$u_n = 2 + \left(\frac{1}{3}\right)^n$	0.25		
4.d	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$	0.25	0.25	On acceptera le résultat correcte sans justification

Exercice n°2 :(3pts)

Question	Détail d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	$z_1 = -1 + i\sqrt{3}$	0.5	1	0.25 pour $\Delta$ si $z_1$ ou bien $z_2$ n'est pas correcte Toute autre méthode est acceptée.
	$z_2 = -1 - i\sqrt{3}$	0.5		
2.a	$a - b = 2\sqrt{3} \left( \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$	0.5	1	
	$c - b = 2\sqrt{3} \left( \cos \left( -\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{5\pi}{6} \right) \right)$	0.5		

2.b	$\left  \frac{c-b}{a-b} \right  = 1$	0.25	0.5	
	$\arg \left( \frac{c-b}{a-b} \right) = \frac{\pi}{3}$	0.25		
3	$AB = BC$	0.25	0.5	
	$\left( \overline{BA}; \overline{BC} \right) \equiv \arg \left( \frac{c-b}{a-b} \right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$	0.25		

**Exercice n°3 :(3pts)**

Question	Détail d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	Vérification	0.25+0.25	0.5	
1.b		0.5	0.5	
2.a	Représentation de (BC)	0.5	1	
	Représentation de (OA)	0.5		
2.b	(OA) et (BC) non coplanaires	0.5	0.5	
2.c		0.5	0.5	

**Exercice n°4 :(3pts)**

question	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	Donner la formule correcte	0.25	0.5	Toute méthode correcte est à accepter
	Prouver que $p(A) = \frac{2}{7}$	0.25		
1.b	Donner les deux formules correctement	2x0.25	1	
	$p(B) = \frac{15}{28}$ et $p(C) = \frac{5}{21}$	2x0.25		
2.a	$p(X=0) = \frac{20}{84}$	0.25	1.25	Les réponses doivent être justifiées
	$p(X=2) = \frac{18}{84}$	0.5		
	$p(X=3) = \frac{1}{84}$	0.5		
2.b	$E(X) = 1$	0.25	0.25	

### Exercice n°5 : (7.5pts)

#### Partie I

Question	Détail d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	$g'(x) = 1 + \frac{1}{x}$	0.5	1	
	Signe de $g'(x)$	0.5		
1.b	$g$ est strictement croissante	0.25	0.25	
2.a	$g(1) = 0$	0.25	0.75	
	Tableau de variations de $g$	0.5		
2.b	$g(x) < 0$ sur $]0;1[$	0.25	0.5	On déduit le résultat du tableau de variations
	$g(x) > 0$ sur $]1;+\infty[$	0.25		

#### Partie II

1.a	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ : 0.25 La justification : 0.25	0.5	0.75	
	Interprétation géométrique	0.25		
1.b	La justification de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0.5	1.25	
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ : 0.25 La justification : 0.25	0.5		
	Interprétation géométrique	0.25		
2.a	$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$	1	1	
2.b	Tableau de variations	0.5	0.5	
3.a	Formule de l'intégration par parties correcte	0.25	0.5	
	Monter que $\int_1^e \ln(x) dx = 1$	0.25		
3.b	Monter que $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$	0.5	0.5	
3.c	l'aire est : $\frac{1}{2} u.a$	0.5	0.5	Le résultat sera accepté même si le candidat ne cite pas l'unité d'aire . on accordera 0.25 à la formule correcte qui lie l'aire à l'intégrale