



**Exercice n°1 :(4 pts)**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{6}(u_n + 5)$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{u_n}{2} - \frac{1}{2}$

0.75 1. Calculer  $v_0, u_1$  et  $v_1$

0.5 2.a. Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = 2v_n + 1$

1 2.b. Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{6}$

0.75 2.c. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^n$

0.5 3.a. En déduire que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = -\left(\frac{1}{6}\right)^n + 1$

0.5 3.b. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**Exercice n°2 :(2.5 pts)**

0.5 1. Vérifier que :  
 $\forall t \in \mathbb{R} : (t-2)(t-3) = t^2 - 5t + 6$

1 2.a. En déduire les solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  
 $(E) : (\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 = 0$

1 2.b. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  
 $(I) : (\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 \geq 0$

**Exercice n°3 :(1.5 pts)**

0.5 1. Vérifier que le couple  $(4;5)$  est la solution du système :  
 $(S) : \begin{cases} 2u - 3v = -7 \\ u + v = 9 \end{cases}$

1 2. En déduire la solution dans  $\mathbb{R}^2$  du système :  
 $(S') : \begin{cases} 2e^x - 3e^y = -7 \\ e^x + e^y = 9 \end{cases}$

**Exercice n°4 :(8 pts)**

**Partie I**

On considère la fonction numérique  $g$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = x - \ln x$$

1 1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

1 2.a. Montrer que, pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ ,  $g'(x) = \frac{x-1}{x}$

الصفحة	NS 102	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع	
3		- مادة: الرياضيات- شعبة الخدمات مسلك التجارة ومسلك المحاسبة	

- 1 2.b. Etudier le signe de  $g'(x)$  sur  $]0; +\infty[$
- 1 2.c. Calculer  $g(1)$  et dresser le tableau de variations de  $g$
- 0.5 2.d. En déduire que  $g(x) > 0$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$

### Partie II

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = x(x+2-2\ln x)$$

- 1.5 1. Calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1 2.a. Montrer que, pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ ,  $f'(x) = 2g(x)$
- 0.5 2.b. Calculer  $f(1)$  et dresser le tableau de variations de  $f$
- 0.5 2.c. A l'aide du tableau de variations de  $f$ , montrer que  $(\forall x \in [1; +\infty[) ; x+2-2\ln x \geq \frac{3}{x}$

### Exercice n°5 : (4pts)

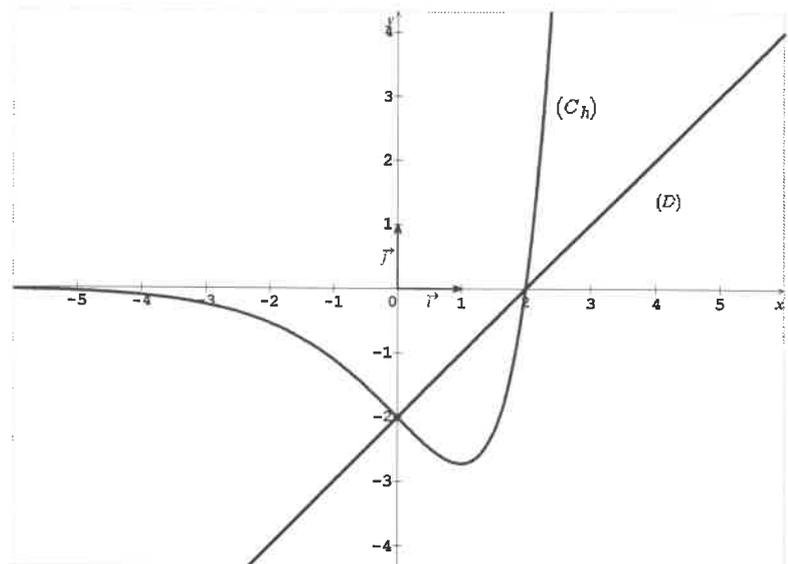
On considère la fonction numérique  $h$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$h(x) = (x-2)e^x$$

- 1 1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$
- 1 2.a. Vérifier que  $\forall x \in \mathbb{R} ; h'(x) = (x-1)e^x$
- 0.5 2.b. Calculer  $h(1)$  et dresser le tableau de variations de  $h$
3. Dans la figure ci-dessous  $(C_h)$  est la courbe représentative de  $h$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  et  $(D)$  la droite d'équation :  $y = x - 2$

Résoudre graphiquement :

- 0.5 a. L'équation :  $h(x) = x - 2$
- 1 b. L'inéquation :  $h(x) \leq x - 2$





الصفحة	2	NR 102	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة الخدمات مسلك التجارة ومسلك المحاسبة
2			

		pour le résultat	
1	2.a. $g'(x) = \frac{x-1}{x}$	1	
1	2.b. $g'(x) \leq 0$ sur $]0;1]$ et $g'(x) \geq 0$ sur $[1;+\infty[$	0.5+0.5	
1	2.c. $g(1) = 1$ et le tableau de variations	0.25+0.75	
0.5	2.d. $g(x) > 0$ pour tout $x$ de $]0;+\infty[$	0.5	
<b>Partie II</b>			
	$f(x) = x(x+2-2\ln x)$		
1.5	1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0$	0.5 pour la méthode +0.25 pour le résultat	
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0.5 pour la méthode +0.25 pour le résultat	
1	2.a. $f'(x) = 2g(x)$	1	
0.5	2.b. $f(1) = 3$ et le tableau de variations de $f$	2x0.25	
0.5	2.c. $\forall x \in ]0;+\infty[ ; x - 2\ln x > -2$	0.5	
<b>Exercice n°5 : (4pts)</b>			
	$h(x) = (x-2)e^x$		
1	1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$	2x0.5	2x0.25 pour la justification
1	2.a. $\forall x \in \mathbb{R} ; h'(x) = (x-1)e^x$	1	
0.5	2.b. $h(1) = -e$ et le tableau de variations	2x0.25	
1.5	3.a. $S = \{0;2\}$	0.5	
	3.b. $I = [0;2]$	1	