Exercice 01 : 4,5 points

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 0 \quad et \; U_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ $\forall n \in IN$

1) Calculer U_1 et U_2.

2) a-Montrer que pour tout n de IN : $U_{n+1} + 1 = \frac{2(u_n+1)}{u_n+3}$

   b-montrer par Récurrence que pour tout n de IN : $U_n > -1$.

3) Montrer que pour tout n de IN : $U_{n+1} - U_n = -\frac{(u_n+1)^2}{u_n+3}$

   d- En déduire que U_n est une suite décroissante et qu'elle est convergente.

4) On suppose que : $V_n = \frac{u_n+2}{u_n+1}$ $\forall n \in IN$

   a. Montrer que $V_{n+1} = \frac{3u_n+5}{2(u_n+1)}$ et en déduire que V_n une suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{2}$

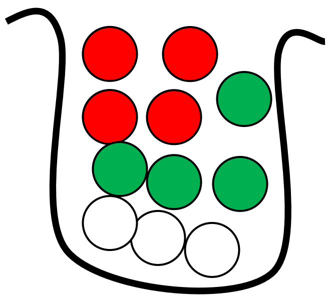
   b. Calculer V_0 puis déterminer V_n en fonction de n

5) a- Montrer que $U_n = \frac{-V_n+2}{V_n-1}$ $puis$ En déduire que $U_n = \frac{-n}{n+2}$ $pour\ tout\ n\ de\ IN$

   c. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 02 : 4,5 points

Un sac contient 11 boules indiscernables au toucher : 4 boules rouges, 3 boules blanches et 4 boules vertes. On tire simultanément au hasard trois boules du sac



1) On considère les événements suivants :

   A: «les trois boules tirées sont de la même couleur»

   B «tirer une seule boule de chaque couleur »

   C: «les trois boules tirées sont de deux couleurs différentes»

   a. Montrer que $p(A) = \frac{3}{55}$.

   b. Calculer $p(B)$ et en déduire que $p(C) = \frac{36}{55}$.

2) soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules blanches tirées

Copier et remplir le tableau ci contre en justifiant les réponses

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{84}{165}$		

Exercice 03 : 11 points

On considère la fonction définie sur IR par $f(x) = e^{2x} - 4e^{x} + 3$

1) Vérifier que pour tout x de IR : $f(x) = e^{x}(e^{x} - 4) + 3$

2) a- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenus .

   b- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

3) a- Montrer que pour tout x de IR : $f'(x) = 2e^{x}(e^{x} - 2)$

   b- Étudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations sur IR de f.

4) Vérifier que $\forall\, x \in IR$: $f(x) = (e^{x} - 1)(e^{x} - 3)$puis déterminer les deux points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.

5) a- Montrer que pour tout x de IR : $f''(x) = 4e^{x}(e^{x} - 1)$

   b- Étudier le signe de $f''(x)$ sur IR puis en déduire que le point $O(0,0)$ est un point d'inflexion pour (C_f).

6) Déterminer l'équation de la tangente à au point (T) à (C_f) au point O.

7) a- Déterminer le point d'intersection de avec la droite (D)

   b- Calculer l'aire de la partie hachurée