

Exercice 1 :4,5points

Soit la suite U_n définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n - 3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) a- Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} - 2 = \frac{u_n - 2}{3 - u_n}$
 b- montrer par Récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $U_n < 2$.
- 3) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} - U_n = \frac{(u_n - 2)^2}{3 - u_n}$
 d- En déduire que U_n est une suite croissante et qu'elle est

convergente.

- 4) On suppose que : $V_n = \frac{1}{2 - u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$
 - a. Calculer $V_{n+1} - V_n$ et en déduire que V_n une suite arithmétique de raison $r = 1$.
 - b. Calculer V_0 puis déterminer V_n en fonction de n
 - c. Montrer que $U_n = 2 - \frac{1}{V_n}$ puis En déduire que $U_n = \frac{2n+1}{n+1}$
 pour tout n de \mathbb{N}
 - d. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 2 :11points

Partie I :

On considère la fonction numérique de la variable x définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^x - x$

- 1) Calculer $g'(x)$ pour tout x de \mathbb{R} puis étudier son signe.
- 2) Calculer $g(0)$ et dresser le tableau de variation de g .
- 3) En déduire que $g(x) > 0 \quad \forall x$ de \mathbb{R} .

Partiel I :

On considère la fonction numérique de la variable x définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = e^{2x} - x^2$

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique .
- 2) a- Vérifier que $f(x) = 2x^2 \left(\frac{e^{2x}}{x^2} - \frac{1}{2} \right)$ pour tout x de \mathbb{R} .
- 3) a-b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique .

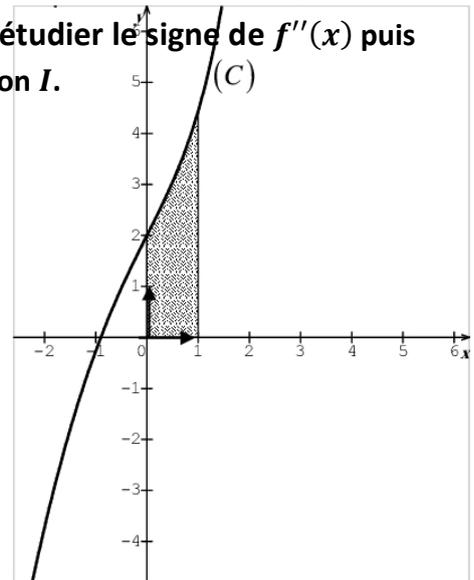
4) Montrer que $f'(x) = 2 \cdot g(x)$ pour tout x de \mathbb{R} .

b-En déduire le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f .

5) Vérifier que $f''(x) = 2(e^x - 1)$ pour tout x de \mathbb{R} et étudier le signe de $f''(x)$ puis en déduire que C_f admet un point d'inflexion I .

6) Dans la figure (C_f) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

Calculer l'aire de la partie hachurée



Exercice 3 : 4,5 points

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 2 boules blanches et 3 boules vertes. On tire simultanément au hasard trois boules du sac

1) Montrer que le nombre de tirages possibles est : 56

2) On considère les événements suivants :

A: « parmi les boules tirées, il n'existe aucune boule verte »

B « une boule est verte et les deux autres tirées sont blanches »

C : « une boule est verte et les deux autres tirées sont rouges »

D « les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux »

a- Montrer que : $p(A) = \frac{5}{28}$

b- Calculer la probabilité des événements suivants : B ,C et D.

3) Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules vertes tirées.

remplir le tableau ci-dessous :

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{15}{28}$		