المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية **2010**
الموضوع

المـــــادة:	الرياضيات	NS22	المعامل:	7
الشعـــب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها		مدة الإنجاز:	3

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : **3** ساعات ؛
- عدد الصفحات : **3** صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الرابع (السؤال الثالث) ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضـــــــوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(-1,0,3)$ و $B(3,0,0)$ و $C(7,1,-3)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$.

1) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{k}$ واستنتج أن $3x+4z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . | 1

2) بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3,1,0)$ وشعاعها 5 . | 0.5

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .

أ – بين أن : $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \end{cases} \quad (t\in IR)$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . | 0.5

ب – بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$. | 1

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$. | 1

2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ – بين أن : $z'=iz+2-4i$. | 0.5

ب – تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c'=5+3i$. | 0.25

ج – بين أن : $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $BC=2BC'$. | 1.25

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين : | 1

A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " و B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

بين أن $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{41}{42}$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ – تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 . | 0.25

ب – بين أن $P(X=2)=\frac{3}{10}$ و $P(X=0)=\frac{1}{6}$. | 1

ج – حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X . | 0.75

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) **المعرفة بما يلي :** $u_0 = 2$ **و** $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ **لكل** n **من** $I\!N$.

0.75 **1) بين بالترجع أن :** $u_n > 1$ **لكل** n **من** $I\!N$.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) **المعرفة بما يلي :** $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ **لكل** n **من** $I\!N$.

1 **أ – بين أن** (v_n) **متتالية هندسية أساسها** $\frac{1}{2}$ **واستنتج أن** $v_n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ **لكل** n **من** $I\!N$.

0.75 **ب – بين أن** $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ **ثم استنتج أن** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$.

0.5 **3) احسب** $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n$ **حيث** (w_n) **هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي :** $w_n = \ln(u_n)$ **لكل** n **من** $I\!N$.

التمرين الخامس (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g **المعرفة على** $I\!R$ **بما يلي :** $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

0.5 **1) بين أن :** $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ **لكل** x **من** $I\!R$.

0.5 **2) بين أن الدالة** g **تزايدية على المجال** $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ **وتناقصية على المجال** $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$.

0.5 **3) أ– بين أن** $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ **ثم تحقق من أن** $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

0.25 **ب – استنتج أن :** $g(x) > 0$ **لكل** x **من** $I\!R$.

II) لتكن f **الدالة العددية المعرفة على** $I\!R$ **بما يلي :** $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$.

وليكن (C) **المنحنى الممثل للدالة** f **في معلم متعامد ممنظم** $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ $\left(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm\right)$.

1 **1) احسب** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ **ثم بين أن** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ **(نذكر أن :** $\lim\limits_{u \to -\infty} ue^u = 0$ **)** .

0.75 **2) بين أن :** $f'(x) = g(x)$ **لكل** x **من** $I\!R$ **ثم استنتج أن الدالة** f **تزايدية قطعا على** $I\!R$.

0.75 **3) أ – احسب** $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ **واستنتج أن** (C) **يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب .**

0.5 **ب – احسب** $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - (x+1) \right]$ **واستنتج أن المستقيم** (Δ) **الذي معادلته** $y = x + 1$ **مقارب للمنحنى** (C) **بجوار** $-\infty$.

0.5 **ج – حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم** (Δ) **والمنحنى** (C) **ثم بين أن المنحنى** (C) **يوجد تحت المستقيم** (Δ) **على المجال** $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ **و فوق المستقيم** (Δ) **على المجال** $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$.

0.25 **4) أ – بين أن** $y = x$ **هي معادلة للمستقيم** (T) **مماس المنحنى** (C) **في النقطة** O .

0.25 **ب – بين أن للمنحنى** (C) **نقطة انعطاف أفصولها** $-\frac{1}{2}$ **(تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب)** .

0.75 **5) أنشئ المستقيمين** (Δ) **و** (T) **والمنحنى** (C) **في المعلم** $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1 **6) أ – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :** $\int_0^1 (2x-1)e^{2x}dx = 1$.

0.5 **ب – احسب ب** cm^2 **مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى** (C) **و المستقيم** (T) **المماس للمنحنى** (C) **والمستقيمين اللذين معادلتاهما** $x = 0$ **و** $x = 1$.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
عناصر الإجابة

المــــــادة:	الرياضيات	NR22	المعامل: 7
الشعـــب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها		مدة الإنجاز: 3

التمرين الأول (3 ن)

1	(1	0.5 للجداء المتجهي و 0.5 لمعادلة المستوى
0.5	(2	0.25 لكتابة المعادلة المختصرة و 0.25 للشعاع والمركز أو (0.25 للكتابة $\Omega M=5$ و 0.25 للتوصل إلى معادلة الفلكة)
1.5	(3	أ – 0.5 للتمثيل البارامتري ب– 0.5 للتوصل إلى المعادلة $t^2=1$ و 0.25 لكل نقطة من النقطتين أو(0.5 للتحقق من أن E تنتمي إلى المستقيم وإلى الفلكة و 0.5 للتحقق من أن F تنتمي إلى المستقيم وإلى الفلكة)

التمرين الثاني (3 ن)

1	(1	0.5 لكل حل من الحلين (تمنح 0.25 في حالة حساب المميز دون التوصل إلى الحلين)
2	(2	أ – 0.5 ب – 0.25 ج – 0.75 للمتساوية و 0.25 لكل استنتاج

التمرين الثالث (3 ن)

1	(1	0.5 لحساب $P(A)$ و 0.5 لحساب $P(B)$
2	(2	أ – 0.25 ب – 0.5 لحساب $P(X=2)$ و 0.5 لحساب $P(X=0)$ ج – 0.25 لحساب $P(X=1)$ و 0.5 لحساب $P(X=3)$

التمرين الرابع (3 ن)

0.75	(1	0.75
1.75	(2	أ– 0.5 للمتتالية هندسية و0.25 لحساب v_0 و0.25 ل v_n ب– 0.5 لكتابة u_n بدلالة v_n و0.25 للنهاية
0.5	(3	0.5 (تمنح 0.25 فقط عند تحديد النهاية دون الإشارة إلى اتصال الدالة ln)

التمرين الخامس (8 ن)

0.5	I – 1)	0.5
0.5	(2	0.25 لرتابة g على كل مجال من المجالين
0.75	(3	أ – 0.25 لحساب $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ و 0.25 للتحقق ب – 0.25
1	II– 1)	0.5 لكل نهاية
0.75	(2	0.5 للمتساوية و 0.25 للاستنتاج
1.75	(3	أ – 0.5 لحساب النهاية و 0.25 للاستنتاج ب – 0.25 لحساب النهاية و 0.25 للاستنتاج ج – 0.25 لنقطة التقاطع و 0.25 للوضع النسبي
0.5	(4	أ – 0.25 ب – 0.25 لتحديد الأفصول
0.75	(5	0.75
1.5	(6	أ – 0.75 للتوصل إلى الدالة الأصلية و 0.25 للحساب ب – 0.25 لحساب التكامل $\int_0^1 (f(x)-x)dx$ و0.25 للمساحة تساوي $8cm^2$