

Exercice 1 : (9 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$   
 On considère la sphère (S) d'équation:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 2z = 0$   
 et le plan (P) d'équation cartésienne:  $x + y + z + 4 = 0$

- 1) Montre que le centre de (S) est  $\Omega(1, -1, -1)$  et son rayon est  $\sqrt{3}$
- 2) Calcule  $d(\Omega, (P))$  et déduis que (P) est tangent à (S)
- 3) Vérifie que  $H(0, -2, -2)$  est le point de contact de (P) et (S)
- 4) On considère les deux points  $A(2, 1, 1)$  et  $B(1, 0, 1)$
- a) Montre que  $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  et déduis que  $x - y - z = 0$  est une équation cartésienne du plan (OAB)
- b) Détermine une représentation paramétrique de la droite (D) passant par  $\Omega$  et orthogonale au plan (OAB)
- c) Détermine le triplet de coordonnées de chacun des deux points d'intersection de la droite (D) et la sphère (S)
- d) Calcule  $\vec{\Omega H} \wedge \vec{OH}$  et en déduis l'aire du triangle (OH $\Omega$ )

Exercice 2 : (5 points)

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges et 2 boules vertes. On suppose que toutes les boules sont identiques.

On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne

- 1) Calculer le nombre des cas possibles
- 2) Calculer le nombre des cas contenant 3 boules de même couleur
- 3) Calculer le nombre des cas qui contiennent 3 boules de couleurs différentes deux à deux
- 4) Calculer le nombre des cas contenant exactement deux boules blanches
- 5) Calculer le nombre des cas contenant au moins 1 boule blanche

### Exercice 3: (4 points)

Un sac contient 6 jetons indiscernables au toucher: 3 jetons portent le nombre 3 et deux jetons portent le nombre 1 et un seul jeton porte le nombre 2. On tire au hasard successivement et avec remise deux jetons du sac.

1) Calculer le nombre de tirages possibles

2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons portant le même nombre?

3) Calculer le nombre des cas possibles pour que:

a) la somme des nombres portés par les jetons tirés égale à 4

b) le produit des nombres portés par les jetons tirés est pair

### Exercice 4: (2 points)

1) Résoudre l'équation suivante dans  $\mathbb{N}$ :  $6 \binom{5}{m} = A_m^3$

2)  $m$  et  $n$  étant deux entiers naturels non nuls et  $p$  un entier naturel tel que  $p \leq m$  et  $p \leq n$

a) Montrer que:

$$\binom{p}{m+n} = \binom{p}{m} \binom{0}{n} + \binom{p-1}{m} \binom{1}{n} + \dots + \binom{1}{m} \binom{p-1}{n} + \binom{0}{m} \binom{p}{n}$$

b) En déduire la valeur de la somme:

$$S = \binom{0}{m}^2 + \binom{1}{m}^2 + \dots + \binom{m}{m}^2$$