



Exercice1 : (3 points)

On considère les ensembles E , F et H tels que :

$$E = \left\{ n \in \mathbb{N} / \frac{n^2 - 2n + 5}{n-1} \in \mathbb{N} \right\}, \quad F = \left\{ n \in \mathbb{Z} / \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1 \right\} \quad \text{et} \quad H = F - E.$$

1,5

1. Écrire en extension E , F et H .

1,5

2. Écrire en extension $E \Delta F$, $P(E)$ et $H \times E$.

Exercice2 : (4 points)

On considère l'ensemble $E = \left\{ \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} / a \in \mathbb{R} \right\}$.

1

1. a- Montrer que $\frac{4}{5} \in E$ et $\frac{-5}{4} \notin E$.

0,75

b- Prouver que $E \subset [-1; 1]$.

1+0,25

2. a- Montrer que $[-1; 1] \subset E$. Que peut-on déduire ?

1

b- Déterminer $C_{\mathbb{R}}^E$ et $E - \bar{Z}$.

Exercice3 : (1,5 points)

Résoudre dans l'ensemble \mathbb{R} ce qui suit :

0,5 + 1

$$E\left(\frac{x}{2}\right) = 1009 \quad ; \quad -2 \leq E\left(\frac{x-1}{3}\right) < 1$$

Exercice4 : (1,5 points)

A et B deux parties non vides d'un ensemble E .

0,5

1. Montrer que : $B \cup (A - B) = A \cup B$.

1

2. Déduire que : $B \cup (A - B) = A \Leftrightarrow \bar{A} \subset \bar{B}$

Exercice5 (10 points) : Soient f et g deux fonctions numériques, et C_f , C_g leurs courbes respectives dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, telles que :

$$f(x) = \frac{3x-3}{2x-3} \quad \text{et} \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

0,5

1) a- Déterminer D_f et le tableau de variation de f .

0,5

b- Déterminer D_g et le tableau de variation de g .

0,75

2) a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de C_f .

1

b- Vérifier que $A(0;1)$ et $B(3;2)$ sont deux points communs de C_f et C_g .

1,5 + 1

c- Construire C_f et C_g .

1

d- Déterminer graphiquement $f\left(-\infty; \frac{6}{5}\right]$ et $f\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

0,75

3) On considère la fonction h telle que $h = g \circ f$.

a- déterminer D_h .

1

b- Étudier la monotonie de h sur les deux intervalles $]-\infty; \frac{6}{5}]$, $]\frac{3}{2}; +\infty[$.

0,5

c- Dresser le tableau de variation de h .

0,5

d- Montrer que : $\forall x \in]-\infty; \frac{6}{5}]$, $0 \leq h(x) \leq \sqrt{\frac{5}{2}}$

1

e- Calculer $h(x)$ pour $x \in D_h$.