

1BSM	<u>Mathématique</u>	
semestre 1	Contrôle 2	Lycée Anisse
	23/11/2017	

Durée : 2h

Exercice 1: (5 Points)

Soit f une application définie de $\mathbb{R} - \{1\}$ vers \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{2x+5}{x-1}$

1. Montrer que f est une application injective.
2. Déterminer : $f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$
3. Déterminer : $f(]1; +\infty[)$ et $f^{-1}(]-\infty; 2])$.

2pts
1pts
2pts

Exercice 2: (2.5 Points)

Soit g une application définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $g(x) = x^3 + x - 2$

1. Montrer que g est une application injective
2. Déduire les solutions de l'équation $g(x) = 0$.

1.5pts
1pts

Exercice 3: (3 Points)

$h:]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

Soit h une application définie par :

$$x \rightarrow x + \frac{1}{x}$$

1. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ $h\left(\frac{1}{x}\right) = h(x)$. h est-elle injective ? justifier
2. Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[$: $h(x) \geq 2$. h est-elle surjective ? justifier

1.5pts
1.5pts

Exercice 4: (2 Points)

$F: [4; +\infty[\rightarrow [0; +\infty[$

Montrer que l'application :

est bijective

$$x \rightarrow \sqrt{x-2}\sqrt{x}$$

et que : $F^{-1}(x) = \left(1 + \sqrt{1+x^2}\right)^2$ pour tout $x \in [0; +\infty[$

2pts

<p>Exercice 5: (2.5 Points)</p> <p>Soit une fonction numérique f à variable réelle x définie par : $f(x) = x^3 - 3x + 1$</p> <p>1: Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0,1]$</p> <p>2: Dédire que : $\forall x \in [0,1]: -1 \leq f(x) \leq 1$</p>	<p>1.5pts</p> <p>1pts</p>
<p>Exercice 6: (3.5 Points)</p> <p>On considère l'ensemble E définie par : $E = \left\{ \frac{x}{\sqrt{x-1}} \mid x \in]1; +\infty[\right\}$</p> <p>1. Montrer que : $3 \in E$ et que $1 \notin E$</p> <p>2. Montrer que : $E \subset [2; +\infty[$</p> <p>3. a. Prouver que $(\forall y \in [2; +\infty[) (\exists x \in]1; +\infty[): y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$</p> <p>b. Dédire que $E = [2; +\infty[$</p>	<p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>0.5pts</p>
<p>Exercice 7: (1.5 Points)</p> <p>Soit G la fonction définie par : $G(x) = \frac{x - E(x)}{x + 1 - E(x)}$</p> <p>1. Démontrer que $D_G = \mathbb{R}$.</p> <p>2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}: G(x+1) = G(x)$.</p> <p>3. Montrer que $\forall x \in [0;1[: G(x) = \frac{x}{x+1}$.</p>	<p>0.5pts</p> <p>0.5pts</p> <p>0.5pts</p>

« Sans doute il serait plus simple de n'enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n'a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard.**

Bon courage