

Exercice 1

Calculer les limites ci-dessous

| | | |
|---|--|--|
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2 + x} - \sqrt{2x^2 - 3x}$ | $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} \frac{2x^2 + 1}{3x - x^2}$ | $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{2x^2 + 5x + 2}$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xE(-x) + 11}{4x^2 - 9}$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x - \sin 2x}{x^3}$ | $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5\sqrt{x} - 6}{x - 5\sqrt{x} + 6}$ |

Exercice 2Soient a et b deux réels de \mathbb{R}^* .

1) a) calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - bx^2}}{x^2}$

b) montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^n(ax)}{x^2} = \frac{na^2}{2}$

2) en déduire la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 600x^2} \cos^{11}(13x) \cos^{13}(11x)}{x^2}$

Exercice 3Soit $(U_n)_n$ la suite telle que $U_0 = \frac{1}{2}$ et $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 2}$

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < U_n < 2$

2) étudier le signe de $U_{n+1}^2 - U_n^2$ en déduire la monotonie de $(U_n)_n$

3) on pose $V_n = U_n^2 - 4$

a) montrer que $(V_n)_n$ est géométrique puis déterminer U_n en fonction de n

b) calculer en fonction de n la somme $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k^2$

Exercice 4

1) résoudre dans $]0, \pi[$ l'équation $\sin 5x = 0$

2) a) montrer que $\sin 3x + \sin 5x = 8 \sin x \cos^2 x (1 - 2 \sin^2 x)$

b) sachant que $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ montrer que $\sin 5x = \sin x (16 \sin^4 x - 20 \sin^2 x + 5)$

3) en déduire les valeurs de $\sin \frac{\pi}{5}$; $\sin \frac{2\pi}{5}$