Exercice 1 :

(E) : $z^3+(-8+i)z^2+(17-8i)z+17i=0$

1 - Determiner a, b et c telsque
$z^3+(-8+i)z^2+(17-8i)z+17i$
$=(z+i)(az^2+bz+c)$.

2 - Resoudre (E).

3 - On pose $A(4+i)$, $B(4-i)$, $C(-i)$
$\Omega(2)$
$R(\Omega,\frac{\pi}{2})$ la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a - Determiner S le point image de A par R.

b - Mq A, B, C, S appartiennent à un cercle $\mathcal{C}$ à Determiner

4) à tous points $M(z)$ / $z\neq 2$, on associe le point $M'(z')$ / $z'=\frac{iz+10-2i}{z-2}$

a) Determiner les affixes de A', B', C' associés à A, B, C

b) Mq A', B', C' appartiennent au même cercle $\mathcal{C}'$ dont on determinera le centre et le rayon.

c) Mq $|z'-i|=2\sqrt{5}$ si $M(z)\in\mathcal{C}$

d) En deduire $M'(z')$ appartient à un cercle dont on determinera le centre et le rayon.

Exercice 2 :

On definit sur $E=\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}$ la loi suivante
$\forall(x,y)\in E^2$, $x*y=x+y-2xy$

1 - Mq $*$ est une L.c.I

2 - Mq $*$ est commutative, associative admet un element neutre et que tous les element de E sont symetrisables.

3 - Mq $\forall x\in E$, $\forall n\in\mathbb{N}-\{0,1\}$
$\underbrace{x*x*\cdots*x}_{n\text{ fois}}=\frac{1}{2}\left[1-(1-2x)^n\right]$

4 - Soit $F=\left\{M_x=\begin{pmatrix}1-x & 0 & x\\ 0 & 1 & 0\\ x & 0 & 1-x\end{pmatrix} / x\in E\right\}$

Mq F est stable de $(M_3(\mathbb{R}),\times)$

5. on considere l'application
$f: E\longrightarrow F$
$x\longmapsto M_x$

a - Mq f est un isomorphisme de $(E,*)\to(F,\times)$

b - En deduire la structure de $(F,\times)$

c - On note $B=M(-\frac{1}{2})$

Mq $B^n=M\left(\frac{1-2^n}{2}\right)$

et que $(B^n)^{-1}=M\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n-1}}\right)$