ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⴰⵏⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⵏⴰⵏⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2018

-الموضوع-

NS 30

★

| المادة | الفيزياء والكيمياء | مدة الإنجاز | 4 |
|---|---|---|---|
| الشعبة أو المسلك | شعبة العلوم الرياضية : " أ " و " ب " | المعامل | 7 |

*يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة.*

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمرينا في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء.

## الكيمياء (7 نقط):

- تفاعل الماء مع حمض و مع إستر،
- التحليل الكهربائي للماء.

## الفيزياء (13 نقطة):

### ❖ التمرين 1 : التحولات النووية (3,25 نقط)

- النشاط الإشعاعي $\alpha$ للراديوم،
- حركة الدقيقة $\alpha$ في مجال مغنطيسي منتظم.

### ❖ التمرين 2 : الكهرباء (5 نقط)

- إستجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر،
- إستجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر،
- المتذبذب RLC في النظام القسري.

### ❖ التمرين 3 : الميكانيك (4,75 نقط)

- حركة جسم صلب في الهواء و في سائل،
- حركة نواس مرن.

## الكيمياء (7 نقط):

الماء نوع كيميائي يتميز بدور أساسي في كيمياء المحاليل المائية. سندرس في هذا التمرين :

- محلولا مائيا لحمض،
- حلمأة إستر،
- التحليل الكهربائي للماء.

### 1- دراسة محلول مائي لحمض HA :

نحضر محلولا مائيا $S_A$ للحمض 2- مثيل بروبانويك، حجمه V و تركيزه المولي $C=10^{-2}\,mol.L^{-1}$ . أعطى قياس pH المحلول $S_A$ القيمة $pH=3,44$ . نرمز لهذا الحمض بالصيغة HA و لقاعدته المرافقة بـ $A^-$ .

**1-1-** اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل الحمض HA مع الماء. 0,25

**1-2-** أُحسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل و استنتج النوع الكيميائي المهيمن للمزدوجة $HA_{(aq)}/A^-_{(aq)}$ . 0,75

**1-3-** أوجد تعبير $pK_A$ للمزدوجة $HA_{(aq)}/A^-_{(aq)}$ بدلالة كل من C و pH. تحقق أن $pK_A \approx 4,86$ . 0,75

**1-4-** نأخذ حجما $V_A=20\,mL$ من المحلول المائي $S_A$ و نضيف إليه تدريجيا حجما $V_B$ من محلول مائي $(S_B)$ لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_B=C$ مع $V_B<20\,mL$ .

**1-4-1-** اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتفاعل الذي يحدث (نعتبر هذا التفاعل تاما). 0,5

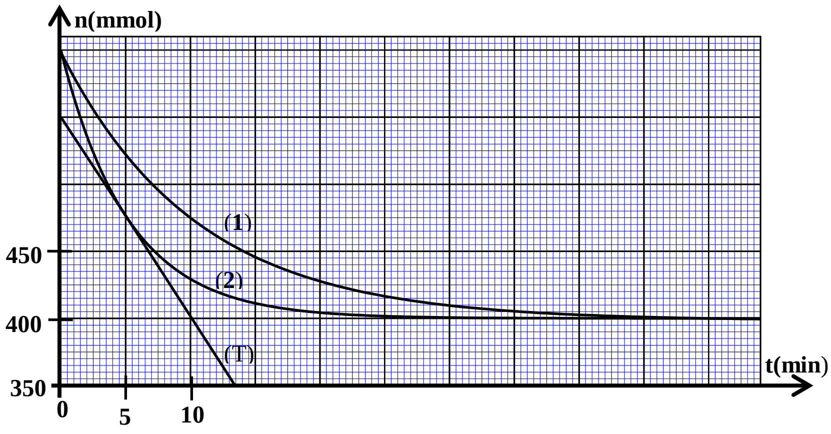
**1-4-2-** أوجد قيمة الحجم $V_B$ من المحلول $(S_B)$ المضاف عندما يأخذ pH الخليط التفاعلي القيمة $pH=5,50$ . 0,5

### 2- حلمأة إستر:

للإستر 2- مثيل بروبانوات الإثيل ، ذي الصيغة نصف المنشورة $CH_3-CH(CH_3)-C(=O)-O-CH_2-CH_3$ نكهة الفراولة.

ينتج عن حلمأة هذا الإستر، الذي نرمز له ب E، حمض و كحول .

نحجز خليطين متساويي المولات من الإستر E والماء.حجم كل خليط هو $V_0$ .
يمثل المنحنيان (1) و(2) في الشكل جانبه تطور كمية مادة الإستر E خلال الزمن عند نفس درجة الحرارة θ . تم الحصول على أحد هذين المنحنيين بإنجاز هذه الحلمأة دون إضافة حفاز.




**2-1-** اكتب ، باستعمال الصيغ نصف المنشورة، المعادلة المنمذجة للتفاعل الذي يحدث. 0,5

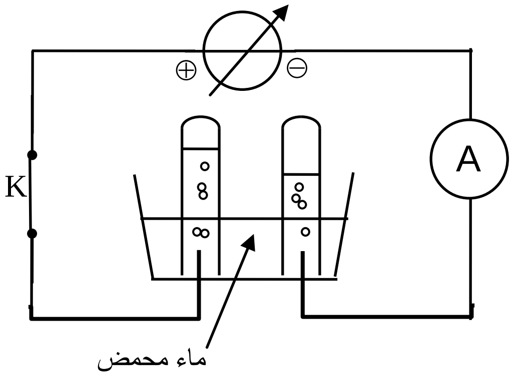
**2-2-** حدد مبيانيا زمن نصف التفاعل في حالة التحول الموافق للمنحنى (1). 0,75

**2-3-** تعرَّف، معللا جوابك، على المنحنى الموافق لتفاعل الحلمأة الذي أنجز بدون حفاز. 0,5

0,75 **2-4-** باستغلال المنحنى (2)، حدد بالوحدة $mol.L^{-1}.min^{-1}$ ، السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t_1 = 5\,min$ . يمثل (T) المماس للمنحنى (2) في النقطة ذات الأفصول $t_1$ . نأخذ حجم الخليط التفاعلي $V_0 = 71\ mL$ .

**3- التحليل الكهربائي للماء:**

نسكب في محلل كهربائي حجما من الماء المحمض. و لتجميع الغاز الذي ينتج ، نضع فوق كل إلكترود من الغرافيت أنبوب اختبار مقلوبا و مملوءً بالماء، ثم ننجز التركيب الكهربائي الممثل في تبيانة الشكل جانبه. نغلق قاطع التيار K و نضبط الشدة I للتيار الكهربائي على القيمة $I = 0,2\,A$ . نأخذ هذه اللحظة أصلا للتواريخ $(t = 0)$.




**المعطيات:**

- المزدوجتان Ox/Red المتدخلتان في هذا التحليل الكهربائي هما:
$H^+_{(aq)} / H_{2(g)}$ و $O_{2(g)} / H_2O_{(\ell)}$ ؛

- الحجم المولي في ظروف التجربة: $V_m = 24\,L.mol^{-1}$ ؛

- $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$ ؛ $e = 1{,}6.10^{-19}\ C$ .

0,5 **3-1-** أعط، عدد الاقتراحات الصحيحة من بين الاقتراحات التالية:

أ- الإلكترود المرتبط بالقطب الموجب للمولد هو الأنود.
ب- التحول القسري تفاعل يتم في المنحى المعاكس للتحول التلقائي.
ج- خلال اِشتغال المحلل الكهربائي، يحدث اختزال عند الأنود.
د- يخرج التيار الكهربائي من المحلل الكهربائي من الكاتود.

0,5 **3-2-** اكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند الأنود.

0,75 **3-3-** أوجد، عند لحظة t، تعبير حجم غاز ثنائي الأوكسيجين المتكون بدلالة I و $V_m$ و $N_A$ و e و t. اُحسب قيمته عند اللحظة $t = 8\,min$ .

__**الفيزياء (13 نقط)**__

__**التمرين 1 : التحولات النووية (3,25 نقط)**__

يهدف هذا التمرين إلى دراسة النشاط الإشعاعي $\alpha$ للراديوم و حركة دقيقة $\alpha$ في مجال مغنطيسي منتظم.

**1-** في سنة 1898 أعلن بيار و ماري كيري( Pierre et Marie Curie )عن اِكتشاف عنصرين مشعين: البولونيوم والراديوم . يُعتبر تحول الراديوم $^{226}_{88}Ra$ إلى الرادون $^{222}_{86}Rn$ أحد الأمثلة المؤرخة للإشعاع النووي $\alpha$ . و قد اُختير، خلال تلك الفترة، الراديوم كمرجع لحساب نشاط عينة مشعة الذي تم التعبير عنه بالكيري (Ci) قبل أن يتم اِعتماد البيكريل (Bq) كوحدة ، حيث أن le Curie (1Ci)هو نشاط عينة من الراديوم 226 كتلتها غرام واحد (1g).

**معطيات :**

- الكتلة المولية للراديوم : $M = 226\,g.mol^{-1}$ ؛ ثابتة أفوكادرو : $N_A = 6{,}02.10^{23}\,mol^{-1}$ ؛
- طاقة الربط لنواة الراديوم: $E_\ell(^{226}_{88}Ra) = 1{,}7311.10^3\,MeV$ ؛
- طاقة الربط لنواة الرادون: $E_\ell(^{222}_{86}Rn) = 1{,}7074.10^3\,MeV$ ؛
- طاقة الربط لنواة الهيليوم: $E_\ell(^{4}_{2}He) = 28{,}4\,MeV$ ؛
- ثابتة النشاط الإشعاعي للراديوم : $\lambda = 1{,}4.10^{-11}\,s^{-1}$ ؛ 1an= 365,25 jours ؛

**1-1-** أعط تعريف طاقة الربط لنواة. 0,25

**1-2-** اِختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية : 0,5

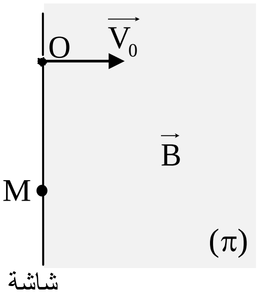
أ- الراديوم و الرادون نظيران.
**ب-** تحتوي نواة الراديوم على 88 نوترون و 138 بروتون.
**ج-** بعد مرور المدة $3t_{1/2}$ ( $t_{1/2}$ عمر النصف لنويدة الراديوم) يتبقى 12,5% من نوى الراديوم البدئية.
**د-** العلاقة بين عمر النصف و ثابتة النشاط الإشعاعي هي: $t_{1/2} = \lambda . \ln 2$ .

**1-3-** بين أن $1Ci \approx 3{,}73.10^{10}\,Bq$. 0,5

**1-4-** حدد بالوحدة Bq، عند يونيو 2018، نشاط عينة من الراديوم كتلتها 1g علما أن نشاطها كان يساوي 1Ci عند يونيو 1898. 0,5

**1-5-** أُحسب بالوحدة MeV، الطاقة $|\Delta E|$ الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الراديوم. 0,5

**2-** تصل الدقائق $\alpha$ المنبعثة إلى ثقب O بسرعة أفقية $\vec{V_0}$ حيث تلج منطقة يوجد بها مجال مغنطيسي $\vec{B}$ منتظم متعامد مع المستوى الرأسي $(\pi)$ شدته $B = 1{,}5\,T$ فتنحرف لتصطدم بالشاشة في النقطة M (أُنظر الشكل جانبه).
نعتبر شدة وزن الدقيقة $\alpha$، ذات الشحنة $q = +2e$، مهملة أمام شدة قوة لورنتز التي تخضع لها هذه الدقيقة.




**2-1-** بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد طبيعة حركة الدقيقة $\alpha$ في المنطقة التي يوجد فيها المجال المغنطيسي $\vec{B}$. 0,5

**2-2-** أوجد تعبير المسافة OM بدلالة كل من $m(\alpha)$ و e و B و $V_0$. أُحسب قيمتها. 0,5

**نعطي:** - كتلة الدقيقة $\alpha$ : $m(\alpha) = 6{,}6447.10^{-27}\,kg$ ؛
- $V_0 = 1{,}5.10^7\,m.s^{-1}$ ؛ $e = 1{,}6.10^{-19}\,C$ .

## <u>التمرين 2 : الكهرباء ( 5 نقط )</u>

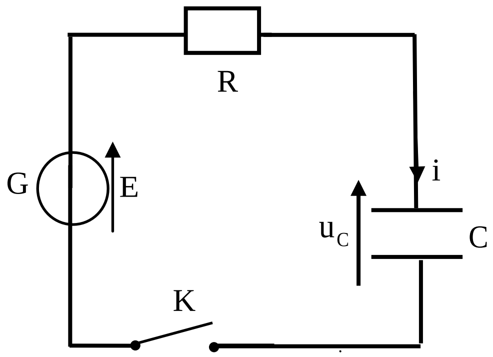
يهدف هذا التمرين إلى دراسة :

- اِستجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر.
- اِستجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر.
- رنين التيار الكهربائي في دارة RLC على التوالي.

**I- اِستجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر.**

ننجز التركيب الممثل في تبيانة الشكل 1 و المكوَّن من:

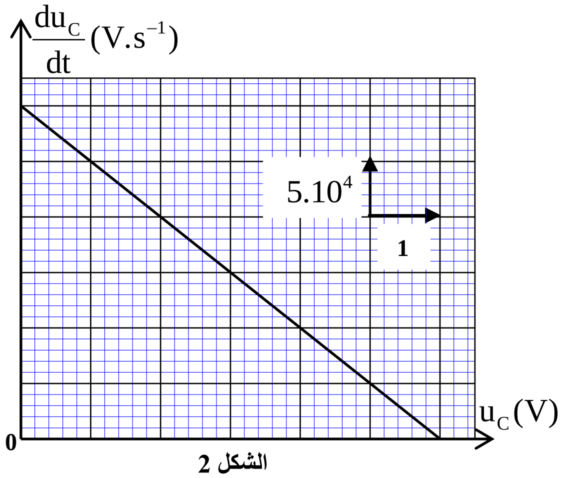
- مولد للتوتر G قوته الكهرمحركة E؛
- موصل أومي مقاومته $R = 2\,k\Omega$ ؛
- مكثف سعته C غير مشحون بدئيا؛
- قاطع التيار K.




**الشكل 1**

نغلق القاطع K عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t=0)$. يمثل $u_C$ التوتر بين مربطي المكثف.

يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات $\frac{du_C}{dt}$ بدلالة $u_C$.



الشكل 2

**1-** أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C$. 0,25

**2-** حدد قيمة E و تحقق أن $C=10\,nF$. 0,5

**3-** نعرِّف المردود الطاقي لعملية شحن مكثف ب : $\rho=\frac{E_e}{E_g}$ حيث 0,25

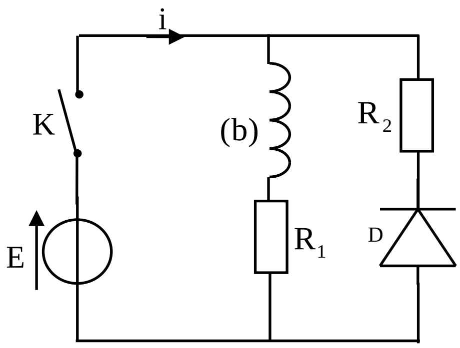
$E_e$ هي الطاقة التي يختزنها المكثف حتى يتحقق النظام الدائم و

$E_g=C.E^2$ هي الطاقة الممنوحة من طرف المولد. حدد قيمة $\rho$.

## II- اِستجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

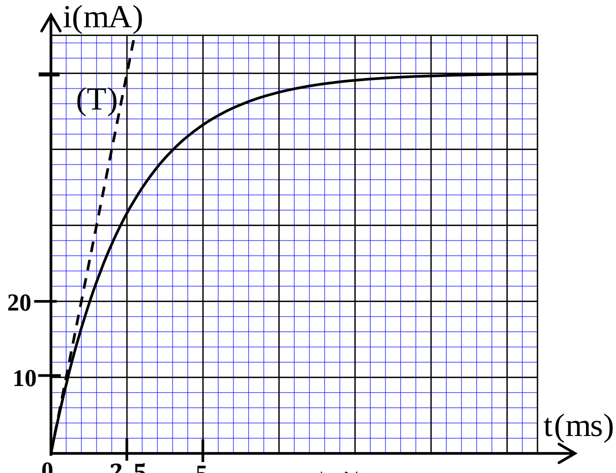
ننجز التركيب الممثل في الشكل 3 و المكوَّن من :

- مولد قوته الكهرمحركة $E=6V$ ؛
- موصلين أوميين مقاومتاهما على التوالي $R_1$ و $R_2=2k\Omega$؛
- وشيعة (b) معامل تحريضها L و مقاومتها $r=20\Omega$ ؛
- قاطع للتيار K ؛
- صمام ثنائي D مؤمثل له عتبة التوتر $u_S=0$.



الشكل 3

**1-** نغلق القاطع K عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t=0)$. يمكِّن نظام معلوماتي ملائم من خط المنحنى الممثل لتطور الشدة $i(t)$ للتيار في الدارة ( الشكل 4). يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$.



الشكل 4

**1-1-** أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$. 0,25

**1-2-** حدد قيمة المقاومة $R_1$ و تحقق أن قيمة معامل تحريض الوشيعة هو $L=0{,}3H$. 0,5

**1-3-** أُحسب التوتر بين مربطي الوشيعة في النظام الدائم. 0,5

**2-** عندما يتحقق النظام الدائم، نفتح K. نأخذ لحظة فتح القاطع K أصلا جديدا للتواريخ $(t=0)$.

**2-1-** ما هي قيمة شدة التيار مباشرة بعد فتح القاطع K ؟ علل جوابك. 0,5

0,75 **2-2-** حدد عند اللحظة t=0، اعتمادا على المعادلة التفاضلية التي تحققها الشدة $i(t)$ للتيار، قيمة كل من $\frac{di(t)}{dt}$ والتوتر بين مربطي الوشيعة عند فتح الدارة.

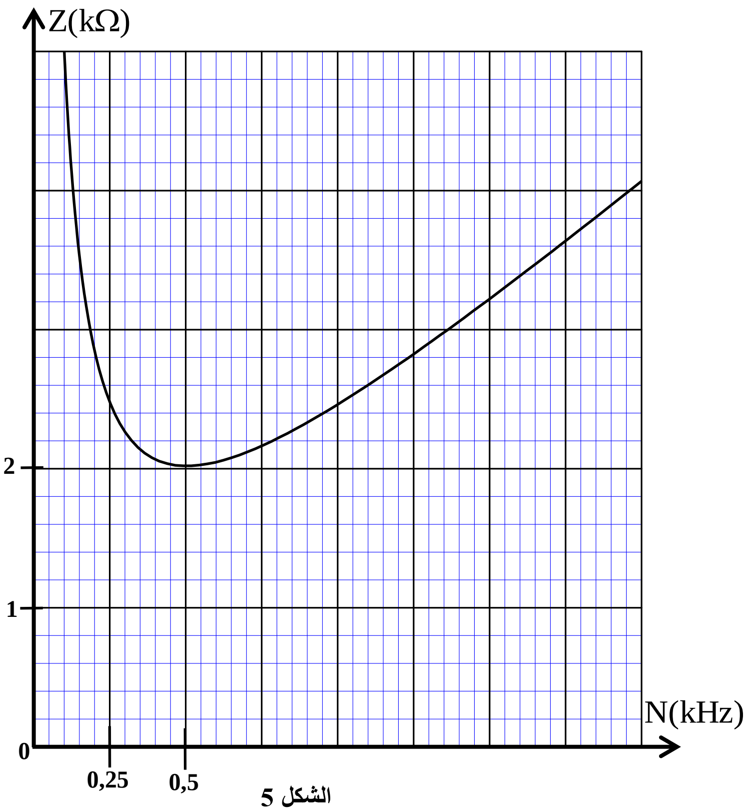
0,25 **3-** علل دور فرع الدارة المكوَّن من الصمام الثنائي و الموصل الأومي ذي المقاومة $R_2$ في الدارة لحظة فتح قاطع التيار K .

## III- المتذبذب RLC في النظام القسري

ننجز الدارة RLC المكوَّنة من العناصر التالية مركبة على التوالي :

- مولد يزود الدارة بتوتر متناوب جيبي $u(t)$، توتره الفعال ثابت و تردده قابل للضبط؛
- موصل أومي مقاومته $R_3 = 1980\,\Omega$ ؛
- الوشيعة (b) السابقة؛
- مكثف سعته $C_1$ .

مكَّنت الدراسة التجريبية من خط المنحنى الممثل لتغيرات الممانعة Z لثنائي القطب RLC بدلالة التردد N (الشكل 5).



الشكل 5

نأخذ : $\sqrt{2} = 1,4$ و $\pi^2 = 10$ .

0,25 **1-** حدد قيمة التردد عند الرنين.

0,5 **2-** أحسب السعة $C_1$ للمكثف.

0,5 **3-** نرمز بـ $I_0$ إلى القيمة القصوى للشدة الفعالة I للتيار في الدارة.

أوجد العلاقة بين الممانعة Z للدارة و $R_3$ و r عندما تكون $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ .

اِستنتج مبيانيا عرض المنطقة الممررة ذات 3dB-.

## التمرين 3: ميكانيك ( 4,75 نقط)

### الجزءان I و II مستقلان

### الجزء I: دراسة حركة جسم في الهواء و في سائل

تتوفر مجموعة من المسابح على منصات يستعملها السباحون لإنجاز حركات غطس في الماء.

سندرس في هذا الجزء حركة سباح في الهواء ثم في الماء. ننمذج السباح بجسم صلب (S) كتلته m و مركز قصوره G.

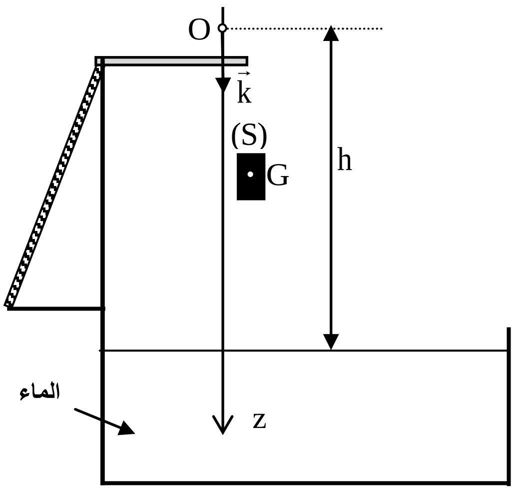
ندرس حركة G في معلم $R(O,\vec{k})$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا ( الشكل 1).

**معطيات** : $m = 80\,kg$ ؛ شدة الثقالة : $g = 10\,m.s^{-2}$ ؛ نأخذ: $\sqrt{2} = 1,4$ .

**1- دراسة حركة مركز القصور G في الهواء**

يسقط السباح بدون سرعة بدئية من أعلى منصة الغطس، عند لحظة $t_0$ نختارها أصلا للتواريخ $(t_0 = 0)$.

نعتبر أن السباح ينجز حركة سقوط حر في الهواء، و أن مركز القصور G ينطبق مع النقطة O أصل المعلم $R(O,\vec{k})$ عند $(z_G=0)$ اللحظة $t_0$. عند هذه اللحظة، يتواجد G على ارتفاع $h=10m$ بالنسبة لسطح الماء( الشكل 1).



الشكل 1

0,25 **1-1-** أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v_z$ لمركز القصور G.

0,5 **1-2-** حدد مدة السقوط $t_c$ لمركز القصور G في الهواء ثم اِستنتج سرعته $v_e$ عند وصوله إلى سطح الماء.

**2- دراسة الحركة الرأسية لمركز القصور G في الماء**

يصل السباح إلى سطح الماء بالسرعة $\vec{v_e}$ ذات الاتجاه الرأسي. و بعد ولوجه الماء، يواصل حركته وفق مسار رأسي، حيث يكون خاضعا إلى تأثير:

- وزنه $\vec{P}$ ،
- قوة الاحتكاك المائع: $\vec{f} = -\lambda.\vec{v}$ حيث $\lambda$ هو معامل الاحتكاك المائع مع $\lambda = 250\,kg.s^{-1}$ و $\vec{v}$ هي متجهة سرعة G عند لحظة t ،
- دافعة أرخميدس: $\vec{F} = -\frac{m}{d}.\vec{g}$ حيث g هي شدة الثقالة و $d=0,9$ هي كثافة جسم السباح.

نعتبر لحظة ولوج السباح الماء أصلا جديدا للتواريخ $(t=0)$.

0,5 **2-1-** أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v_z$ لـ G. نضع: $\tau = \frac{m}{\lambda}$.

0,5 **2-2-** اِستنتج تعبير السرعة الحدية $v_{\ell z}$ بدلالة كل من $\tau$ و g و d. أُحسب قيمتها.

0,5 **2-3-** حل المعادلة التفاضلية هو: $v_z(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث A و B ثابتتان. أوجد تعبير A بدلالة $v_{\ell z}$ و تعبير B بدلالة $v_{\ell z}$ و $v_e$.

0,25 **2-4-** حدد اللحظة $t_r$ التي يتغير عندها منحى حركة السباح ( السباح لا يصل إلى قاع المسبح).

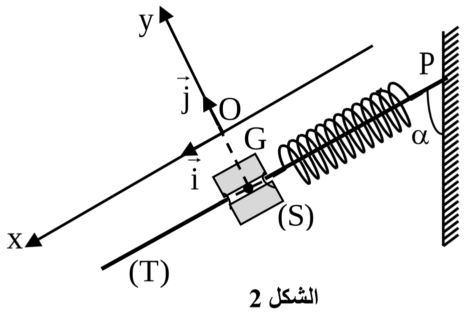
**الجزء II : دراسة حركة نواس مرن.**

يتكون النواس المرن الذي سندرسه في هذا الجزء من جسم صلب(S) كتلته m و مركز قصوره G ، مثبت بطرف نابض طوله الأصلي $\ell_0$ و لفاته غير متصلة و كتلته مهملة و صلابته K. الطرف الآخر للنابض مثبت بحامل ثابت في النقطة P .

ينزلق الجسم (S) بدون احتكاك على ساق (T) مثبتة في النقطة P و مائلة بزاوية $\alpha$ بالنسبة للخط الرأسي( الشكل 2).

ندرس حركة مركز القصور G في معلم متعامد و ممنظم $R(O,\vec{i},\vec{j})$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

نمعلم موضع G عند لحظة t بالأفصول x على المحور $(O,\vec{i})$.



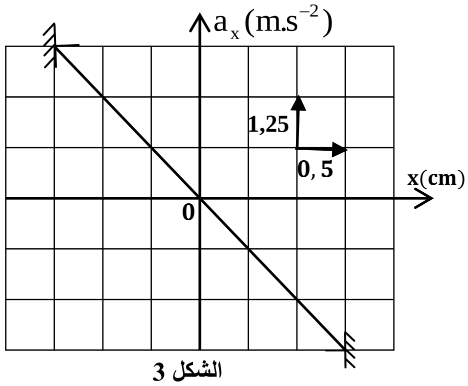
الشكل 2

عند التوازن، ينطبق G مع الأصل O للمعلم $(x_G = 0)$ (الشكل 2).

نأخذ $\pi^2 = 10$.

**1-** عبر عن الطول $\ell_e$ للنابض عند التوازن بدلالة $\ell_0$ و m و K و α و g شدة الثقالة. 0,25

**2-** نزيح (S) عن موضع توازنه بمسافة $x_m$، في المنحى الموجب، و نحرره عند اللحظة t=0 بدون سرعة بدئية.



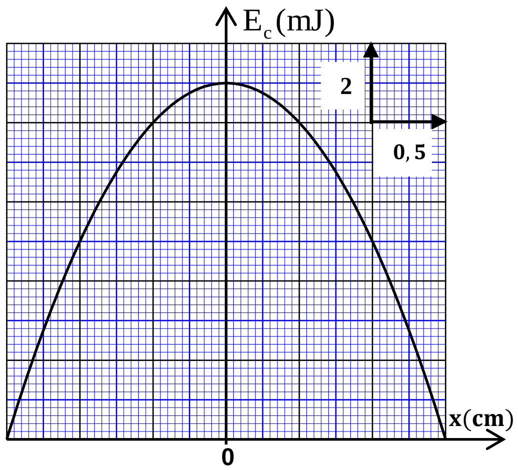
الشكل 3

يمثل منحنى الشكل 3 تغير التسارع $a_x$ لمركز القصور G بدلالة الأفصول x حيث $-x_m \le x \le x_m$.

**2-1-** أثبت، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x(t). 0,5

**2-2-** يُكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$. 0,5

أوجد التعبير العددي لـ x(t).



الشكل 4

**3-** نختار المستوى الأفقي، الذي تنتمي إليه النقطة G عند التوازن، مرجعا لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp}(O) = 0)$ و الحالة التي يكون فيها النابض مطالا عند التوازن مرجعا لطاقة الوضع المرنة $(E_{pe}(O) = 0)$.

**3-1-** أوجد، عند لحظة t، تعبير طاقة الوضع $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ للمتذبذب بدلالة x و K. 0,5

**3-2-** يُمثل منحنى الشكل 4 تغيرات الطاقة الحركية للمتذبذب بدلالة الأفصول x. حدد، اِعتمادا على انحفاظ الطاقة الميكانيكية، قيمة الصلابة K للنابض . استنتج قيمة الكتلة m. 0,5

# تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2018
## شعبة العلوم الرياضية

## الكيمياء

### 1-دراسة محلول مائي لحمض HA

**1-1**-كتابة معادلة تفاعل الحمض **HA** مع الماء:

$$HA_{(aq} + H_2O_{(l} \rightleftarrows A^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

**2-1**-حساب نسبة التقدم النهائي **τ** للتفاعل:

لدينا: $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$

الجدول الوصفي:

| معادلة التفاعل | | $HA_{(aq} + H_2O_{(l} \rightleftarrows A^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| حالة المجموعة | التقدم | كميات المادة ب $(mol)$ | | | |
| الحالة البدئية | $x = 0$ | $C.V$ | وفير | 0 | 0 |
| خلال التحول | $x$ | $C.V - x$ | وفير | $x$ | $x$ |
| الحالة النهائية | $x_{éq}$ | $C.V - x_{éq}$ | وفير | $x_{éq}$ | $x_{éq}$ |

حسب الجدول الوصفي لدينا:

$$n_f(H_3O^+) = x_{éq} \Longrightarrow [H_3O^+]_f = \frac{x_{éq}}{V} \Longrightarrow x_{éq} = [H_3O^+]_f.V = 10^{-pH}.V$$

المتفاعل المحد هو الحمض (لأن الماء مستعمل بوفرة):

$$C.V - x_{max} = 0 \Longrightarrow x_{max} = C.V$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_f.V}{C.V} \Longrightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

ت.ع: $\tau = \frac{10^{-3,44}}{10^{-2}} = 3,63.10^{-2} \Longrightarrow \tau \approx 3,6\%$

استنتاج النوع المهيمن:

لدينا : $[H_3O^+]_f = [A^-]_f = \frac{x_{éq}}{V}$

و $[AH]_f = \frac{C.V - x_{éq}}{V} = C - \frac{x_{éq}}{V} = C - [A^-]_f$ أي: $C = [AH]_f - [A^-]_f$

$$\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{1}{\frac{C}{[H_3O^+]_f} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{[H_3O^+]_f}{C}} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\tau} - 1} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$

ت.ع: $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{3,63.10^{-2}}{1 - 3,63.10^{-2}} = 0,038 \Longrightarrow \frac{[A^-]_f}{[AH]_f} < 1$

وبالتالي النوع المهيمن هو الحمض HA.

**1-3**-تعبير $\mathbf{pK_A}$ بدلالة **C** و **pH**:

لدينا: $Q_{r,éq} = \frac{[H_3O^+]_f.[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$

$$\begin{cases} Q_{r,éq} = K_A \\ pK_A = -\log K_A \end{cases} \Longrightarrow pK_A = -\log Q_{r,éq} = -\log \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$pK_A = -\log 10^{-2pH} + \log(C - 10^{-pH})$$

$$pK_A = 2pH + \log(C - 10^{-pH})$$

ت.ع:

$$pK_A = 2 \times 3{,}44 + \log(10^{-2} - 10^{-3{,}44}) \Longrightarrow pK_A \approx 4{,}86$$

**1-4-1-معادلة التفاعل بين HA و $HO^-$:**

$$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

**1-4-2- قيمة الحجم $V_B$ عندما يكون $pH = 5,50$:**

الجدول الوصفي:

| معادلة التفاعل | | $HA_{(aq)}$ | $+ H_2O_{(l)}$ | $\rightleftarrows A^-_{(aq)}$ | $+ H_3O^+_{(aq)}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| حالة المجموعة | التقدم | كميات المادة ب $(mol)$ | | | |
| الحالة البدئية | $x = 0$ | $C.V$ | وفير | 0 | 0 |
| خلال التحول | $x$ | $C.V - x$ | وفير | $x$ | $x$ |
| الحالة النهائية | $x_{éq}$ | $C.V - x_{éq}$ | وفير | $x_{éq}$ | $x_{éq}$ |

لدينا حسب الجدول الوصفي:

$$[AH]_f = \frac{C.V_A - x_f}{V_A + V_B} \quad و \quad [A^-]_f = \frac{x_f}{V_A + V_B}$$

لدينا العلاقة: $pH = pK_A + \log\frac{[A^-]_f}{[HA]_f}$ أي: $pH = pK_A + \log\frac{\frac{x_f}{V_A+V_B}}{\frac{C.V_A - x_f}{V_A+V_B}}$

$$pH = pK_A + \log\frac{x_f}{C.V_A - x_f}$$

لدينا: $V_B < V_A = 20\ mL$ قبل التكافؤ يكون المتفاعل المحد هو المعاير $(HO^-)$ .

تحديد التقدم الأقصى:

$C.V_B - x_{max} = 0$ أي: $x_{max} = C.V_B$

$$pH = pK_A + \log\frac{x_{max}}{C.V_A - x_{max}} = pK_A + \log\frac{C.V_B}{C.V_A - C.V_B}$$

$$pH = pK_A + \log\frac{V_B}{V_A - V_B} = pK_A - \log\frac{V_A - V_B}{V_B} = pK_A - \log(\frac{V_A}{V_B} - 1)$$

$$\log\left(\frac{V_A}{V_B} - 1\right) = pK_A - pH \Longrightarrow \frac{V_A}{V_B} - 1 = 10^{pK_A - pH} \Longrightarrow \frac{V_A}{V_B} = 1 + 10^{pK_A - pH}$$

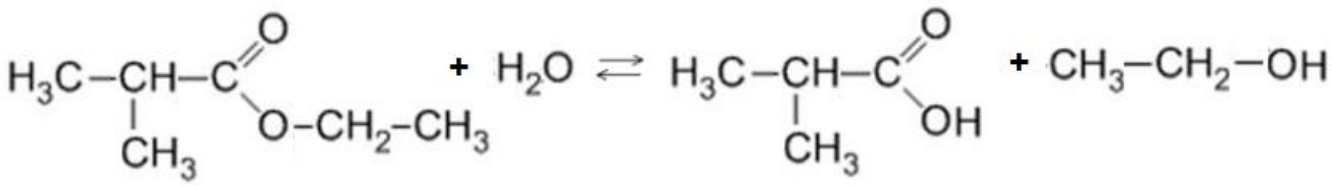
$$V_B = \frac{V_A}{1 + 10^{pK_A - pH}}$$

ت.ع:

$$V_B = \frac{20}{1 + 10^{4{,}86 - 5{,}50}} = 16{,}27\ mL \Longrightarrow V_B \approx 16{,}3\ Ml$$

## 2-حلمأة إستر

### 2-1- معادلة التفاعل، باستعمال الصيغ نصف المنشورة:



### 2-2-التحديد المبياني لزمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

حسب تعريف زمن نصف التفاعل لدينا عند اللحظة $t = t_{1/2}$ يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية أي:

$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$

حسب الجدول الوصفي:

| معادلة التفاعل | | ester + eau ⇄ acide + alcool | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| حالة المجموعة | التقدم | كميات المادة ب ($mol$) | | | |
| الحالة البدئية | $x = 0$ | $n_0$ | $n_0$ | 0 | 0 |
| الحالة النهائية | $x_f$ | $n_0 - x_f$ | $n_0 - x_f$ | $x_f$ | $x_f$ |

كمية مادة الاستر المتبقية في الحالة النهائية هي: $n_f(ester) = n_0 - x_f$

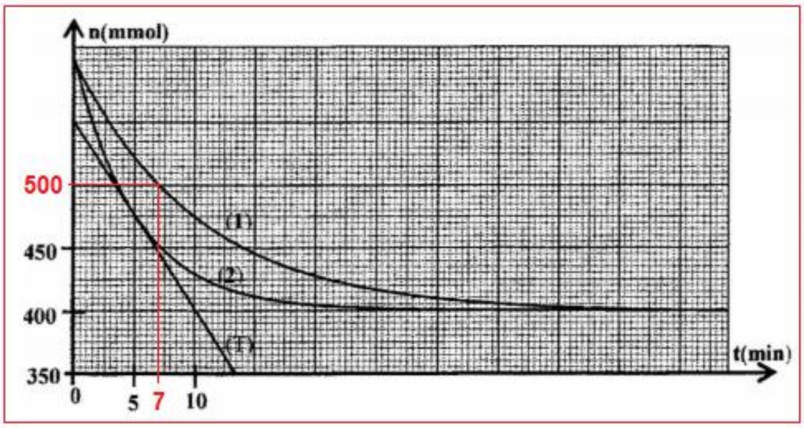
أي: $x_f = n_0 - n_f(ester)$

باستعمال المبيان: $n_0 = 600\ mmol$ و $n_f(ester) = 400\ mmol$

وبالتالي: $x_f = 600 - 400 = 200\ mmol$ ومنه: $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = 100\ mmol$

$n_{t_{1/2}}(ester) = n_0 - x(t_{1/2}) = 600 - 100 = 500\ mmol$

بالإسقاط على المنحنى 1 (أنظر الشكل اسفله) نحدد قيمة زمن نصف التفاعل فنجد: $t_{1/2} = 7\ min$




### 2-3-التعرف على المنحنى الموافق لتفاعل الحلمأة المنجز بدون استعمال حفاز:

نعلم أن الحفاز يؤدي إلى تسريع التفاعل، بالنسبة للمنحنى (1) مدة التفاعل تقارب $\Delta t = 40\ min$

بينما تمثل هذه المدة بالنسبة للمنحنى (2) $\Delta t' = 25\ min$ .

نستنتج المنحنى (1) يوافق التفاعل المنجز بدون استعمال حفاز.

2-4-تحديد السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t_1 = 5\ min$:

حسب تعريف السرعة الحجمية:

$$v(t) = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{dx}{dt}$$

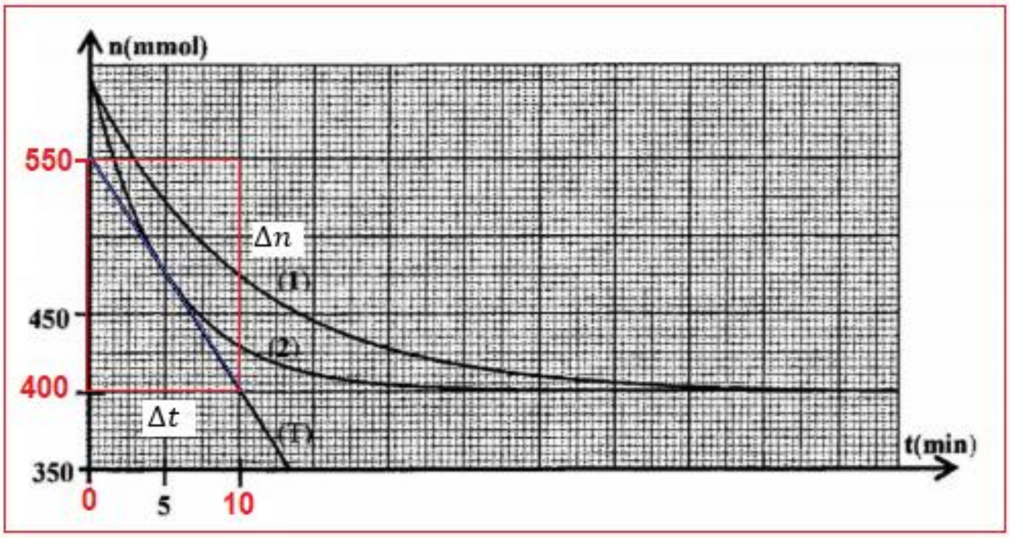
لنعبر عن سرعة التفاعل بدلالة n كمية مادة الأستر المتبقي، حسب الجدول الوصفي: $n = n_0 - x$

$$x = n_0 - n(E) \Longrightarrow \frac{dx}{dt} = 0 - \frac{dn}{dt}$$

$$v(t) = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{dn}{dt}$$

عند اللحظة $t_1$ نكتب: $v(t_1) = -\frac{1}{V_0} \cdot \left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right)_{t_1}$

$$v(t_1) = -\frac{1}{71.10^{-3}L} \times \left[\frac{(550-400)\times 10^{-3}mol}{0-10\ min}\right] \Longrightarrow v(t_1) \approx 0{,}21\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$




## 3-التحليل الكهربائي للماء

### 3-1-عدد الاقتراحات الصحيحة هي 3 (أ-ب-د)

أ-الالكترود المرتبط بالقطب الموجب للمولد هو الأنود. صحيح

ب-التحول القسري تفاعل يتم في المنحى المعاكس للتحول التلقائي. صحيح

ج-خلال اشتغال المحلل الكهربائي، يحدث اختزال عند الأنود. خطأ

د-يخرج التيار الكهربائي من المحلل الكهربائي من الكاثود. صحيح

### 3-2-كتابة معادلة التفاعل الذي يحدث عند الأنود:

بجوار هذا الإلكترود تحدث أكسدة لجزيئة الماء فيتكون غاز $O_2$ ، حسب المعادلة:

$$2H_2O_{(l)} \rightleftarrows O_{2\,(g)} + 4H^+_{(aq)} + 4e^-$$

### 3-3-تعبير حجم غاز $O_2$ بدلالة $I$ و $V_m$ و $N_A$ و $e$ و $t$:

الجدول الوصفي:

| معادلة التفاعل | | $2H_2O_{(l)} \rightleftarrows O_{2\,(g)} + 4H^+_{(aq)} + 4e^-$ | | | | كمية مادة الالكترونات المنتقلة |
|---|---|---|---|---|---|---|
| حالة المجموعة | التقدم | كميات المادة ب $(mol)$ | | | | |
| البدئية | 0 | بوفرة | 0 | بوفرة | ---- | $n(e^-) = 0$ |
| عند اللحظة $t$ | $x$ | بوفرة | $x$ | بوفرة | ---- | $n(e^-) = 4x$ |

حسب الجدول الوصفي لدينا: $n(O_2) = x$ و $n(e^-) = 4x$

نعلم ان: $\begin{cases} Q = n(e^-).F \\ Q = I.t \end{cases} \Rightarrow n(e^-).F = I.t \Longrightarrow 4x.F = I.t \Longrightarrow x = \frac{I.t}{4F}$

كما ان: $x = \frac{V(O_2)}{V_m} = n(O_2)$ أي: $V(O_2) = V_m.x = \frac{I.t.V_m}{4F}$

يمثل الفارادي القيمة المطلقة لشحنة مول واحد من الإلكترونات نكتب: $F = |N_A.(-e)| = N_A.e$

نستنتج العلاقة:

$$V(O_2) = \frac{I.t.V_m}{4N_A.e}$$

ت.ع: $V(O_2) = \frac{0,2\times8\times60\times24}{4\times6,02.10^{-23}\times1,6.10^{-19}} = 5,98.10^{-3}\ L \approx 6.10^{-3}\ L$

$$V(O_2) \approx 6\ mL$$

# الفيزياء

## التمرين 1: التحولات النووية

### 1-النشاط الإشعاعي α للراديوم

**1-1-تعريف طاقة الربط لنواة:**

هي الطاقة التي يجب إعطاؤها لنواة في حالة سكون لفصل نوياتها وتبقى في سكون.

**1-2-اختيار الاقتراح الصحيح:**

الاقتراح الصحيح هو ج.

أ-الراديوم والرادون نظيران. خطأ (ليس لهما نفس عدد البروتونات)

ب-تحتوي نواة الراديوم على 88 نوترون و 138 بروتون. خطأ (تحتوي نواة الراديوم على 138 نوترون و 88 بروتون).

ج-بعد مرور المدة $3t_{1/2}$ يتبقى 12,5 % من نوى الراديوم البدئية. صحيح

$\frac{N(3t_{1/2})}{N_0} = e^{-\frac{3t_{1/2}}{t_{1/2}}.\ln2} = e^{\ln2^{-3}} = \frac{1}{2^3} = 0,125 = 12,5\%$ إذن: $N(3t_{1/2}) = 12,5\%\ N_0$

د-العلاقة بين عمر النصف $t_{1/2}$ و ثابتة النشاط الاشعاعي هي: $t_{1/2} = \lambda.\ln2$. خطأ

**1-3-إثبات $1Ci \approx 3,73.10^{10}\ Bq$**

لنحدد نشاط عينة من الراديوم 226 كتلتها غرام واحد:

$$\begin{cases} a = \lambda.N \\ N = \frac{m}{M}.N_A \end{cases} \Longrightarrow a = \frac{\lambda.m.N_A}{M}$$

ت.ع: $a = \frac{1,4.10^{-11}\times1\times6,02.10^{23}}{226} \Longrightarrow a = 3,73.10^{10}\ Bq$

**1-4-تحديد نشاط عينة من الراديوم كتلتها 1g عند يونيو 2018:**

$$a = a_0e^{-\lambda.t}$$

ت.ع:

$$a = 3,73.10^{10} \times e^{-1,4.10^{-11}\times(218-1898)\times365,25\times24\times3600} = 3,537.10^{10}Bq$$

$$a \approx 3,54.10^{10}\ Bq$$

### 1-5-حساب الطاقة الناتجة عن تفتت نواة واحدة من الراديوم:

معادلة التفتت تكتب:

$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

تعبير الطاقة الناتجة: $|\Delta E| = |E_l(^{226}_{88}Ra) - E_l(^{222}_{86}Rn) - {}^{4}_{2}He|$

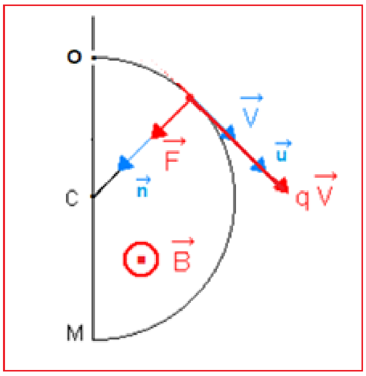
ت.ع: $|\Delta E| = |1{,}7311.10^3 - 1{,}7074.10^3 - 28{,}4| = |-4{,}7MeV|$

$$|\Delta E| = 4{,}7\ MeV$$

## 2-حركة الدقيقة α في مجال مغنطيسي منتظم

### 2-1-طبيعة حركة الدقيقة α:

المجموعة المدروسة: $\{$الدقيقة α$\}$




جرد القوى: تخضع الدقيقة بعد إهمال وزنها إلى قوة لورنتز: $\vec{F}$ حيث: $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F} = m.\vec{a}$

أي: $m.\vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ مع: $q = +2e$

$$\vec{a} = \frac{2e}{m}.\vec{V} \wedge \vec{B}$$

منظم التسارع يكتب: $(1)$ $a = \frac{2e}{m}.V.B.\sin(90°) = \frac{2e}{m}.V.B$

إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}$ في أساس فريني هما: $\begin{cases} a_T = \frac{dV}{dt} \\ a_N = \frac{V^2}{\rho} \end{cases}$

لدينا: $\vec{a} \perp \vec{V}$ في أساس فريني$M(\vec{u}, \vec{n})$ متجهة السرعة تكتب: $\vec{V} = V.\vec{u}$ ومنه فإن $\vec{a} \perp \vec{u}$

أي أن: $a_T = \frac{dV}{dt} = 0$ إذن: $V = V_0 = cte$ السرعة ثابتة ← الحركة منتظمة

تسارع الدقيقة منظمي أي: $a = a_N = \frac{V^2}{\rho}$ باستعمال العلاقة $(1)$

$$\frac{{V_0}^2}{\rho} = \frac{2e}{m}.V_0.B \Longrightarrow \rho = \frac{V_0.m}{2e.B} = cte$$

$\rho = cte$ الشعاع ثابت ← المسار دائري

نستنتج ان حركة الدقيقة دائرية منتظمة.

### 2-2- تعبير المسافة OM:

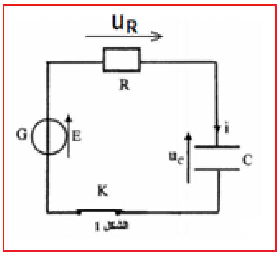
لدينا: $OM = 2R = \frac{2V_0.m(\alpha)}{2e.B} = \frac{V_0.m(\alpha)}{e.B}$

ت.ع:

$$OM = \frac{1{,}5.10^7 \times 6{,}6447.10^{-27}}{1.6.10^{-19} \times 1{,}5} = 0{,}415\ m$$

$$OM = 41{,}5\ cm$$

## التمرين 2: الكهرباء




### I-استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر

**1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$:**

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_R + u_C$

حسب قانون أوم: $u_R = R.i$ مع: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

$$RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

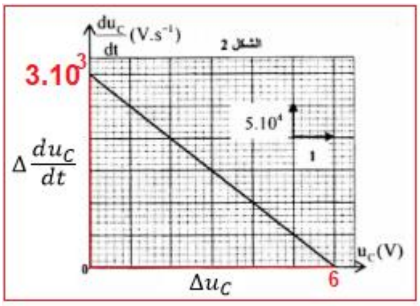
**2-تحديد E:**

يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات $\frac{du_C}{dt}$ بدلالة $u_C$ .

المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R.C}.u_C + \frac{E}{R.C} \quad (2)$$

المنحنى عبارة عن دالة تآلفية معادلتها تكتب: $\frac{du_C}{dt} = au_C + b$




المعامل الموجه للمنحنى: $a = -\frac{1}{R.C}$

$$a = \frac{\Delta\frac{du_C}{dt}}{\Delta u_C} = \frac{6\times 5.10^4 - 0}{0-6} = -5.10^4 s^{-1}$$

$$a = -\frac{1}{R.C} \Rightarrow R.C = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{(-5.10^4)} = 2.10^{-5}s$$

الأرتوب عند الأصل: $b = \frac{E}{R.C}$

عند $u_C = 0$ لدينا مبيانيا : $\frac{du_C}{dt}(0) = 6\times 5.10^4 = 3.10^3\ V.s^{-1}$

المعادلة (2)تكتب: $\frac{du_C}{dt}(0) = b = \frac{E}{R.C}$ أي: $E = R.C.b$

$$E = 2.10^{-5}s \times 3.10^5\ V.s^{-1} = 6\ V$$

التحقق من قيمة C:

لدينا: $R.C = 2.10^{-5}s$ أي: $C = \frac{2.10^{-5}}{2.10^3} = 10.10^{-9}\ F$

$$C = 10\ nF$$

**3-تحديد قيمة ρ المردود الطاقي لعملية الشحن:**

لدينا: $\rho = \frac{E_e}{E_g}$

مع: $E_e = \frac{1}{2}C.{u_C}^2$ في النظام الدائم : $u_C = E$ ومنه: $E_e = \frac{1}{2}C.E^2$

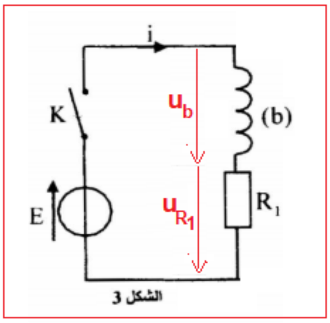
و $E_g = C.E^2$

$$\rho = \frac{\frac{1}{2}C.E^2}{C.E^2} = 0,5$$

$$\rho = 50\ \%$$

## II- استجابة ثنائي القطب **RL** لرتبة توتر:

### 1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها $\mathbf{i(t)}$:



الشكل 3

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_b + u_{R_1}$

حسب قانون اوم : $u_{R_1} = R_1.i$ و $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$

$$E = L.\frac{di}{dt} + r.i + R_1.i \Rightarrow L.\frac{di}{dt} + (R_1 + r).i = E$$

$$\frac{L}{R_1 + r}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_1 + r}$$

### 1-2-تحديد قيمة $\mathbf{R_1}$ :

في النظام الدائم المعادلة التفاضلية تكتب: $I_0 = i = \frac{E}{R_1+r}$ ومنه: $R_1 + r = \frac{E}{I_0}$

وبالتالي: $R_1 = \frac{E}{I_0} - r$

مبيانيا نجد: $I_0 = 50\ \text{mA}$

$$R_1 = \frac{6}{50.10^{-3}} - 20 = 100\ \Omega$$

التحقق من قيمة L:

حسب تعبير ثابتة الزمن لثنائي القطب RL:

$$\tau = \frac{L}{R_1 + r} \Rightarrow L = \tau(R_1 + r)$$

مبيانيا نجد: $\tau = 2{,}5\ \text{ms}$

$$L = 2{,}5.10^{-3} \times (100 + 20) = 0{,}3H$$

### 1-3-حساب التوتر بين مربطي الوشيعة في النظام الدائم:

$u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$ في النظام الدائم يكون: $i = I_0 = cte$ ومنه: $\frac{di}{dt} = 0$ وبالتالي: $u_b = r.I_0$

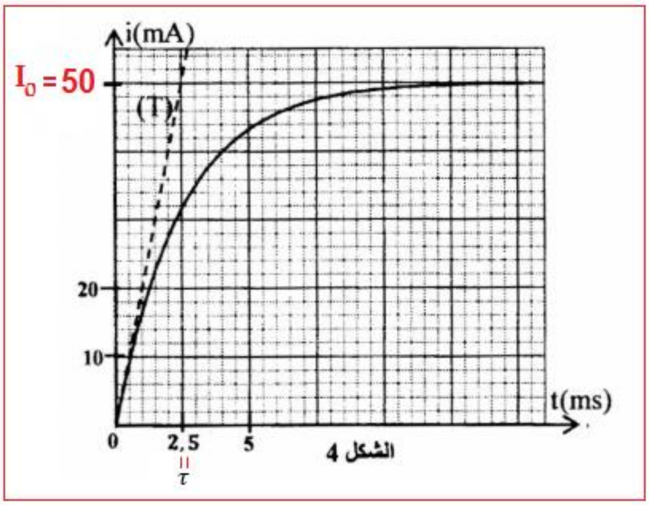
ت.ع: $u_b = 20 \times 50.10^{-3} = 1V$

### 1-2-قيمة شدة التيار مباشرة بعد فتح قاطع التيار $\mathbf{K}$:

بما ان شدة التيار دالة متصلة، فإن لشدة التيار i(t) نفس القيمة بعد فتح قاطع التيار مباشرة أي:

$$i(0) = I_0 = 50\ \text{mA}$$

### 2-2-قيمة $\frac{\mathbf{di(t)}}{\mathbf{dt}}$ عند اللحظة $\mathbf{t = 0}$:



الشكل 4

نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار:

حسب قانون إضافية التوترات: $u_b + u_{R_1} + u_{R_1} + u_D = 0$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R_1.i + R_2.i + 0 = 0$$

$$L.\frac{di}{dt} + (r + R_1 + R_2)i = 0 \Rightarrow \frac{L}{R_1 + R_2 + r}.\frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2 + r}{L}.i(t)$$

عند $t = 0$ لدينا: $i(0) = I_0 = 50\ \text{mA}$ ومنه:

$$\frac{di(0)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2 + r}{L}.i(0) = -\frac{100 + 2.10^3 + 20}{0,3} \times 50.10^{-3} = -353,3\ A.s^{-1}$$

قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند فتح الدارة (أي عند $t = 0$):

$$u_b + u_{R_1} + u_{R_1} + u_D = 0 \implies u_b = -(u_{R_1} + u_{R_1} + u_D)$$

$$u_b(t) = -(R_1 + R_2).i(t)$$

عند $t = 0$:

$$u_b(0) = -(R_1 + R_2).i(0)$$

$$u_b(0) = -(100 + 2.10^3) \times 50.10^{-3} = -105\ V$$

## III- المتذبذب RLC في النظام القسري

### 1-قيمة التردد عند الرنين:

عند الرنين تكون الممانعة دنوية.

مبيانيا نجد: $N = N_0 = 0,5\ kHz$ أي: $N_0 = 500\ Hz$

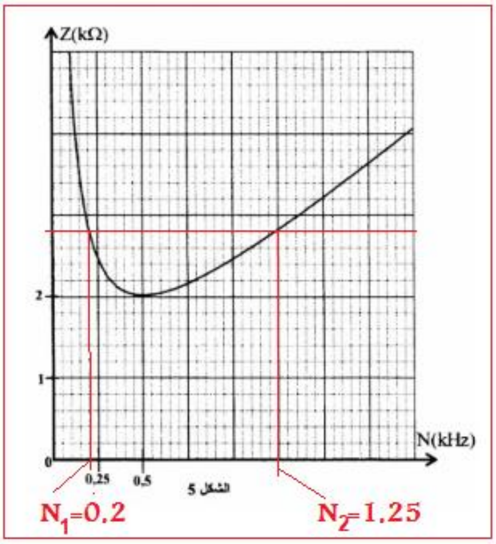
### 2-حساب $C_1$ سعة المكثف:

عند الرنين نكتب: $L\omega = \frac{1}{C_1.\omega}$ أي: ومنه: $C_1 = \frac{1}{L.\omega^2} = \frac{1}{4\pi^2 {N_0}^2.L}$

ت.ع: $C_1 = \frac{1}{4\times10\times500^2\times0,3} = 3,33.10^{-7}F$

$$C_1 \approx 0,33\ \mu F$$

### 3-استنتاج عرض المنطقة الممررة $\Delta N$ :




لدينا: $U = Z.I \quad (1)$

عند الرنين يكون: $U = (R_3 + r).I_0$ مع: $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ أي: $I_0 = I\sqrt{2}$

$$U = (R_3 + r).I\sqrt{2} \quad (2)$$

بمقارنة العلاقتين (1) و (2) نكتب: $Z = (R_3 + r)\sqrt{2}$

ت.ع: $Z = (1980 + 20) \times \sqrt{2} = 2828,43\ \Omega$

$$Z \approx 2,8k\Omega$$

باستعمال مبيان الشكل 5 (أنظر الشكل جانبه) نجد عند $Z = 2,8\ k\Omega$ قيمتين للتردد هما:

$N_1 = 0,2\ kHz$ و $N_2 = 1,25\ Hz$

وبالتالي : $\Delta N = N_2 - N_1 = 1,25 - 0,2 = 1,05\ kHz$

## التمرين 3: الميكانيك

## الجزء I: دراسة حركة جسم صلب في الهواء وفي سائل

### 1-دراسة حركة مركز القصور G في الهواء

#### 1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $V_z$ لمركز القصور G:

المجموعة المدروسة: $\{\text{الجسم الصلب } (S)\}$

السباح في سقوط حر فهو يخضع لقوة واحدة، وزنه

جرد القوى: $\vec{P}$ وزن السباح

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ أي: $m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{a}_G = \vec{g}$$

الإسقاط على المحور Oz: $a_z = g \Longrightarrow \frac{dV_z}{dt} = g$

### 1-2-تحديد $t_e$ مدة السقوط:

حركة G مستقيمية متغيرة بانتظام :

معادلة السرعة: $V_z = g.t + V_0$ مع: $V_0 = 0$ (السباح سقط بدون سرعة بدئية)

المعادلة الزمنية: $z = \frac{1}{2}g.t^2 + z_0$ مع: $z_0 = 0$ (أنسوب G منطبق مع أصل المعلم عند $t_0 = 0$)

نحصل على: $z = \frac{1}{2}g.t^2$ عندما يصل G إلى سطح الماء نكتب: $h = \frac{1}{2}g.{t_e}^2$ ومنه: ${t_e}^2 = \frac{2h}{g}$

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

ت.ع:

$$t_e = \sqrt{\frac{2 \times 10}{10}} = 1{,}4\ s$$

استنتاج سرعة وصول **G** إلى سطح الماء:

لدينا تعبير السرعة هو: $V_z = g.t$ عند سطح الماء يصبح تعبير السرعة: $V_e = g.t_e$

$$V_e = 10 \times 1{,}4 = 14\ m.s^{-1}$$

## 2-دراسة الحركة الرأسية لمركز القصور G في الماء

### 2-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $V_z$ ل G:

يخضع السباح بالإضافة للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنه

$\vec{f}$ : قوة الاحتكاك المائع

$\vec{F}$: دافعة أرخميدس

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$

$$m.\vec{g} - \lambda.\vec{V} - \frac{m}{d}.\vec{g} = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Oz:

$$m.g - \lambda.v - \frac{m}{d}.g = m.a_z$$

$$m\frac{dV_z}{dt} + \lambda.V_z = m.g\left(1 - \frac{1}{d}\right) \Longrightarrow \frac{dV_z}{dt} + \frac{\lambda}{m}.V_z = g\left(1 - \frac{1}{d}\right)$$

نضع: $\frac{m}{\lambda} = \tau$ أي: $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau}$

$$\frac{dV_z}{dt} + \frac{1}{\tau}.V_z = g\left(1 - \frac{1}{d}\right) \quad (3)$$

**2-2**-استنتاج تعبير السرعة الحدية $V_{lz}$ بدلالة $\tau$ و $g$ و $d$:

عند ما تصل سرعة G إلى القيمة الحدية نكتب: $V_z = V_{l\,z} = cte$ و بالتالي: $\frac{dV_z}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب: $\frac{1}{\tau}.V_{l\,z} = g\left(1-\frac{1}{d}\right)$

$$V_{l\,z} = g.\tau\left(1-\frac{1}{d}\right) \Longrightarrow V_{l\,z} = \frac{m.g}{\lambda}\left(1-\frac{1}{d}\right)$$

ت.ع:

$$V_{l\,z} = \frac{80\times 10}{250}\left(1-\frac{1}{0,9}\right) = -0,35\ m.s^{-1}$$

**2-3**-تعبير $A$ بدلالة $V_{l\,z}$ و تعبير $B$ بدلالة $V_{l\,z}$ و $V_e$:

حل المعادلة التفاضلية يكتب: $V_Z(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\frac{dV_z}{dt} = -\frac{1}{\tau}.Be^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية (3):

$$-\frac{1}{\tau}.Be^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}.\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = g\left(1-\frac{1}{d}\right) \ \Longrightarrow \frac{1}{\tau}.Be^{-\frac{t}{\tau}}(-1+1) + \frac{A}{\tau} - g\left(1-\frac{1}{d}\right) = 0$$

$$\frac{A}{\tau} - g\left(1-\frac{1}{d}\right) = 0 \ \Longrightarrow A = V_{l\,z} = \tau.g\left(1-\frac{1}{d}\right) \Longrightarrow A = V_{l\,z}$$

عند اللحظة $t = 0$ ادينا: $V_Z(0) = V_e$ نعوض في حل المعادلة التفاضلية:

$$V_Z(0) = A + Be^0 \Longrightarrow V_e = V_{l\,z} + B \Longrightarrow B = V_e - V_{l\,z}$$

**2-4**-اللحظة $t_r$ التي يتغير عندها منحى حركة السباح:

عند $t = t_r$ تنعدم سرعة السباح نكتب: $V_Z(t_r) = 0 \Longrightarrow A + Be^{-\frac{t_r}{\tau}} = 0$

$$e^{-\frac{t_r}{\tau}} = -\frac{A}{B} \ \Longrightarrow -\frac{t_r}{\tau} = \ln\left(-\frac{A}{B}\right) \Longrightarrow t_r = \tau.\ln\left(-\frac{B}{A}\right) \Longrightarrow t_r = \tau.\ln\left(\frac{V_{l\,z}-V_e}{V_{l\,z}}\right)$$

$$t_r = \frac{m}{\lambda}.\ln\left(\frac{V_{l\,z}-V_e}{V_{l\,z}}\right)$$

ت.ع:

$$t_r = \frac{80}{250}\times\ln\left(\frac{-0,35-14}{-0,35}\right) \approx 1,18\ s$$

## الجزء II: دراسة حركة نواس مرن

**1**-التعبير عن طول النابض عند التوازن بدلالة $l_0$ و $m$ و $K$ و $\alpha$ و $g$:

المجموعة المدروسة: { الجسم الصلب (S) }

جرد القوى: $\vec{P}$: وزن الجسم

$\vec{T}$: توتر النابض $\vec{R}$: تأثير الساق

تطبيق القانون الأول لنيوتن (الجسم (S) في توازن) : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T} = \vec{0}$

الاسقاط على المحور Ox:

$$P_x + R_x + T_x = 0$$

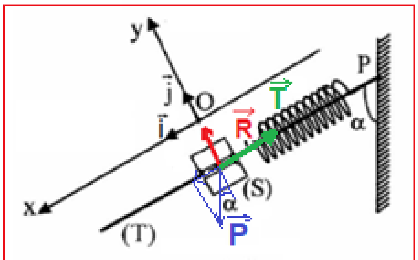
$$P.\cos\alpha + 0 - K.\Delta l = 0$$

$$K(l_e - l_0) = m.g.\cos\alpha \ \Longrightarrow l_e = \frac{m.g.\cos\alpha}{K} + l_0$$

### 2-1-المعادلة التفاضلية:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m.\vec{a}_G$$




الشكل 2

الاسقاط على المحور $Ox$:

$$P_x+R_x+T_x=m.a_x$$

$$P.\cos\alpha+0-K(\Delta l+x)=m.\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\underbrace{+m.g.\cos\alpha-K\Delta l}_{=0}-Kx=m.\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m.\frac{d^2x}{dt^2}+Kx=0\ \Longrightarrow\ \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{m}{K}.x=0$$

### 2-2-التعبير العددي ل $x(t)$:

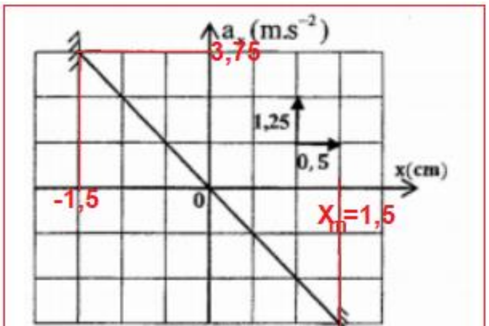
حل المعادلة التفاضلية يكتب: $x(t)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$

**-تحديد الوسع $X_m$:**

حسب الشكل 3 (أنظر الشكل جانبه) وسع الحركة $X_m$ هو : $X_m=1{,}5\ cm$

معادلة المنحنى $a_x$ بدلالة $x$ هي: $a_x=\beta.x$

$$\beta=\frac{\Delta a_x}{\Delta x}=\frac{3\times 1{,}25-0}{-3\times 0{,}5\times 10^{-2}-0}=-2{,}5.10^2\ rad.s^{-2}$$




الشكل 3

المعادلة التفاضلية تكتب: $a_x=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.x$

أي: $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=2{,}5.10^2\ rad.s^{-2}$

$$\frac{2\pi}{T_0}=\sqrt{2{,}5.10^2}=15{,}81\ rad.s^{-2}$$

**-تحديد الدور الخاص $T_0$:** $T_0=\frac{2\pi}{\sqrt{250}}=0{,}397\approx 0{,}4\ s$

**-تحديد الطور عند $t=0$:**

عند $t=0$ لدينا $x(0)=X_m$ ومنه: $X_m\cos\varphi=X_m$ وبالتالي: $\cos\varphi=1$ أي: $\varphi=0$

**-استنتاج التعبير العددي ل $x(t)$ هو:**

$$x(t)=1{,}5.10^{-2}\cos\left(\frac{2\pi}{0{,}4}t\right)\Longrightarrow x(t)=1{,}5.10^{-2}\cos(5\pi t)$$

### 3-1-تعبير طاقة الوضع للمتذبذب بدلالة $x$ و $K$:

تساوي طاقة الوضع مجموع طاقة الوضع الثقالية وطاقة الوضع المرنة: $E_p=E_{pp}+E_{pe}$

بما ان $E_{pp}=mgz+cte$ فإن $E_{pp}(0)=0$ إذن: $cte=0$ $E_{pp}=mgz$

مع $z=-x.\cos\alpha$ أي: $E_{pp}=-m.g.x.\cos\alpha$

بما أن: $E_{pe}=\frac{1}{2}K.(x+\Delta l)^2+cte$ $E_{pe}(x=0)=0$ أي: $cte=-\frac{1}{2}K.\Delta l^2$

إذن: $E_{pe}=\frac{1}{2}K.(x+\Delta l)^2-\frac{1}{2}K.\Delta l^2$ نحصل على: $E_{pe}=\frac{1}{2}K.x^2+Kx.\Delta l$

نستنتج:

$$E_p = -m.g.x.\cos\alpha + \frac{1}{2}K.x^2 + Kx.\Delta l$$

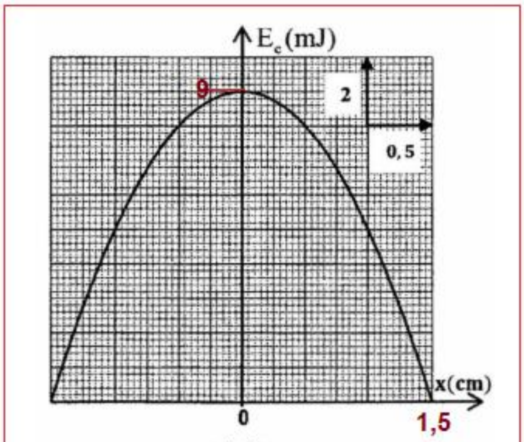
عند التوازن لدينا: $K\Delta l = m.g.\cos\alpha$ نعوض في تعبير $E_p$ :

$$E_p = -Kx.\Delta l + \frac{1}{2}K.x^2 + Kx.\Delta l \Longrightarrow E_p = \frac{1}{2}K.x^2$$

**2-3**-صلابة النابض**K**:

بما ان الاحتكاكات مهملة، فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ نكتب: $E_m = E_p + E_c$

$$E_m = E_{c\,max} = E_{p\,max}$$



الشكل 4

$$E_{p\,max} = \frac{1}{2}K.{x_m}^2 \Longrightarrow K = \frac{2E_{p\,max}}{{x_m}^2}$$

مبيانيا نجد: $E_{c\,max} = 9\ mJ$ و $x_m = 1{,}5.10^{-2}\ m$

$$K = \frac{2 \times 9.10^{-3}}{(1{,}5.10^{-2})^2} = 80\ N.m^{-1}$$

-استنتاج الكتلة **m**:

تعلم ان: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ أي: $T_0^2 = 4\pi^2.\frac{m}{K}$

وبالتالي: $$m = \frac{T_0^2.K}{4\pi^2}$$

ت.ع: $$m = \frac{0{,}4^2 \times 80}{4 \times 10} = 0{,}32\ kg$$

$$m = 320\ g$$