



4	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : " أ " و " ب "	الشعبة أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة.

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمريناً في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء.

الكيمياء (7 نقط):

- السرعة الحجمية لتفاعل ؛ تفاعلات حمض- قاعدة،
- المركب فضة - حديد.

الفيزياء (13 نقطة):

➤ الموجات (2,25 نقط):

- موجات فوق صوتية.

➤ الكهرباء (5,25 نقطة) :

- ثنائي القطب RL والدائرة LC،
- تضمين الوسع .

➤ الميكانيك (5,5 نقط):

- حركة متزلج،
- حركة نواس بسيط.

الكيمياء (7 نقط):

الجزءان مستقلان

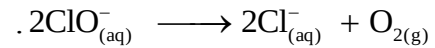
الجزء الأول: السرعة الحجمية لتفاعل ؛ تفاعلات حمض- قاعدة

يعد ماء جافيل مادة كيميائية كثيرة الاستعمال ، وهو معقم جد فعال ضد العدوى البكتيرية والفيروسية. ويعتبر الأيون تحت الكلوريت (hypochlorite) ClO^- العنصر الفعال لماء جافيل. لهذا الأيون طابع مؤكسد و طابع قاعدي. ندرس في هذا الجزء من التمرين :

- الحركية الكيميائية لتفكك أيونات تحت الكلوريت ClO^- ،
- تفاعلات حمض- قاعدة تتدخل فيها المزدوجة $\text{HClO}_{(\text{aq})} / \text{ClO}_{(\text{aq})}^-$.

1- تتبع التطور الزمني للتركيز المولي الفعلي للأيون تحت الكلوريت ClO^-

أثناء مدة حفظ ماء جافيل ، تتحلل أيونات تحت الكلوريت ClO^- وفق المعادلة التالية للتفاعل :



في ظروف تجريبية معينة نحصل على منحنى الشكل 1 الممثلين للتطور $[\text{ClO}_{(\text{aq})}^-] = f(t)$ عند درجتى حرارة θ_1 و θ_2 .

1-1- أنشئ الجدول الوصفي لتقدم التفاعل (نرسم بـ V لحجم المحلول المدروس والذي نعتبره ثابتا

0,5

وبـ $C_0 = [\text{ClO}_{(\text{aq})}^-]_0$ للتركيز المولي للأيونات ClO^- عند $t=0$.

1-2- بين أن التركيز المولي الفعلي لأيونات تحت الكلوريت عند اللحظة $t = t_{1/2}$ (زمن نصف التفاعل) هو $\frac{C_0}{2}$.

0,75

استنتج مبيانيا $t_{1/2}$ بالنسبة للتجربة المنجزة عند درجة الحرارة θ_2 .

1-3- أوجد ، بالنسبة لدرجة الحرارة θ_1 ، السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0$ ، بالوحدة $\text{mol.L}^{-1}.\text{semaine}^{-1}$ (يمثل (T) المماس للمنحنى في النقطة ذات الأفصول $t=0$.

0,5

1-4- قارن θ_1 مع θ_2 ، معلقا جوابك.

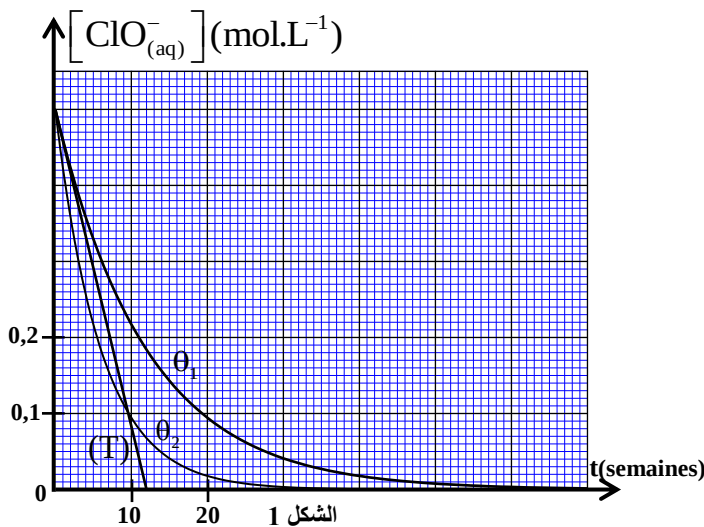
0,25

2- دراسة بعض المحاليل المائية التي تتدخل فيها المزدوجة : $\text{HClO}_{(\text{aq})} / \text{ClO}_{(\text{aq})}^-$

معطيات : - تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة 25°C ؛

- الجداء الأيوني للماء : $K_e = 10^{-14}$ ؛

- ثابتة الحمضية للمزدوجة $\text{HClO}_{(\text{aq})} / \text{ClO}_{(\text{aq})}^-$: $K_A = 5.10^{-8}$.



الشكل 1

أعطى قياس pH القيمة $pH = 5,5$ لمحلول مائي (S) لحمض تحت الكلورو $HClO$ حجمه V وتركيزه المولي C .
1-2 - أكتب المعادلة المنمذجة لتفاعل حمض تحت الكلورو مع الماء.

0,5

2-2 - أوجد تعبير التركيز المولي C بدلالة pH و K_A . احسب قيمته.

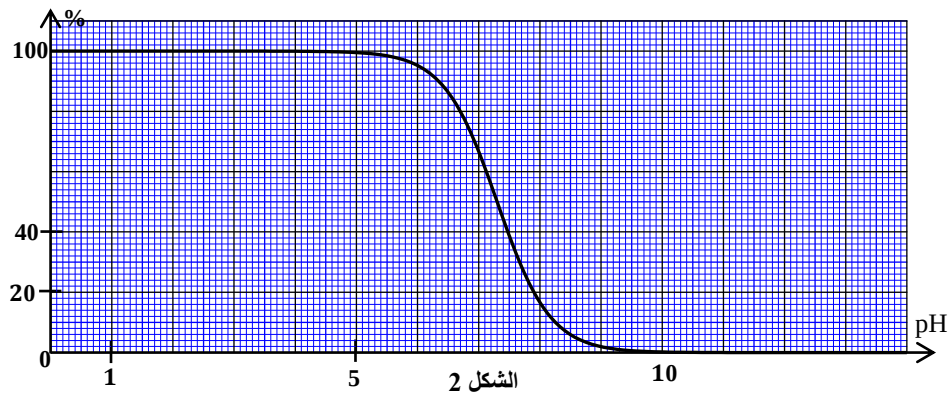
0,75

3-2 - نعرف نسبة النوع القاعدي ClO^- في محلول بـ: $\alpha(ClO^-) = \frac{[ClO^-]_{\text{éq}}}{[ClO^-]_{\text{éq}} + [HClO]_{\text{éq}}}$. بين أن:

0,5

$$\alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$$

4-2 - يمثل منحنى الشكل 2 التطور بدلالة pH لنسبة أحد النوعين الحمضي أو القاعدي (المعبر عنها بالنسبة المئوية) للمزدوجة $HClO_{(aq)} / ClO^-_{(aq)}$.



1-2-4 - أقرن المنحنى جانبه بالنوع الحمضي أو القاعدي للمزدوجة $HClO_{(aq)} / ClO^-_{(aq)}$.

0,25

2-2-4 - باستعمال منحنى الشكل 2، تعرف، معللاً جوابك، على النوع المهيمن من المزدوجة $HClO_{(aq)} / ClO^-_{(aq)}$ في المحلول (S).

0,5

5-2 - نمزج حجماً V_a من محلول حمض تحت الكلورو تركيزه المولي C_a مع حجم V_b لمحلول هيدروكسيد الصوديوم

$Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_b = C_a$ فنحصل على خليط ذي $pH = 7,3$.

1-2-5 - حدد قيمة ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة التفاعل الذي يحدث.

0,5

2-2-5 - اعتماداً على منحنى الشكل 2، احسب قيمة النسبة $\frac{[HClO]_{\text{éq}}}{[ClO^-]_{\text{éq}}}$. ماذا تستنتج؟

0,5

الجزء الثاني : المركم فضة - حديد

المركمات محولات للطاقة، فعلى عكس الأعمدة التي تُستهلك فيها المتفاعلات أثناء الاشتغال، فإن متفاعلات المركمات

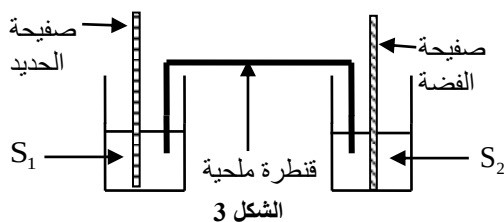
يمكن أن تتجدد بإعادة شحن هذه المركمات.

ندرس في هذا التمرين، بكيفية مبسطة، تفريغ المركم فضة- حديد.

ننجز المركم الممثل على تبيانة الشكل 3 حيث :

S_1 : محلول مائي لكبريتات الحديد (II) $Fe^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}$ تركيزه

المولي البدئي $C_1 = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$ وحجمه $V_1 = 100 \text{ mL}$



S_2 : محلول مائي لنترات الفضة $Ag^+_{(aq)} + NO^-_{3(aq)}$ تركيزه المولي البدئي $C_2 = C_1$ و حجمه $V_2 = V_1$.

معطيات :- الفارادي: $1F = 9,65.10^4 \text{ C.mol}^{-1}$ ؛

- المزدوجتان Ox/Red : $Ag^+_{(aq)} / Ag_{(s)}$ ؛ $Fe^{2+}_{(aq)} / Fe_{(s)}$

نركب المرمك بين مربطي مصباح عند اللحظة $t=0$ ، فيمر في الدارة تيار كهربائي نعتبر شدته ثابتة: $I=150\text{mA}$.

1- أكتب المعادلة الحاصلة أثناء اشتغال المرمك علما أن التفاعل التلقائي هو اختزال أيونات الفضة وأكسدة الحديد. 0,5

2- بين أن التركيز $[Ag^+_{(aq)}]$ عند لحظة t من الاشتغال هو $[Ag^+_{(aq)}]_t = 0,2 - 1,55.10^{-5} . t$ حيث t معبر عنها بالوحدة (s) والتركيز بالوحدة mol.L^{-1} (نعتبر أن النوعين الفلزيين يوجدان بإفراط). 0,5

3- حدد المدة الزمنية t_d لاشتغال المرمك والتركيز النهائي لأيونات الحديد (II) : $[Fe^{2+}_{(aq)}]_f$. 0,5

الفيزياء (13 نقطة):

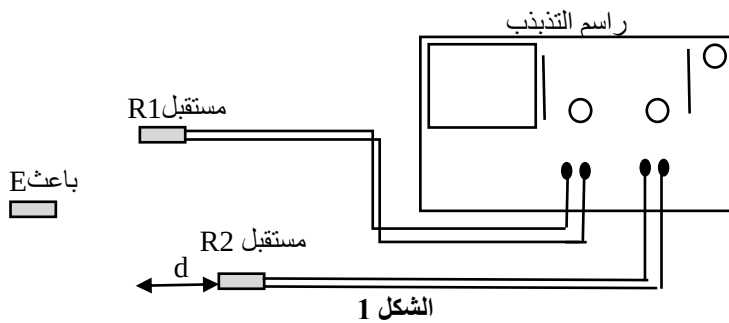
موجات فوق صوتية (2,25 نقط):

يُعتبر الفحص بالصدى أداة للتشخيص الطبي ؛ تستعمل تقنيته مجسا للموجات فوق الصوتية.

1- تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء

نريد تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء انطلاقا من قياس طول الموجة λ لإشارة منبعثة من مجس للفحص بالصدى ترددها $N=40\text{kHz}$. نستعمل لهذا الغرض باعثا E يُحدث موجة دورية جيئية لها نفس تردد المجس .

يوجد المستقبلان R1 و R2 على نفس المسافة من الباعث E . عندما نُبعد المستقبل R2 بمسافة d (الشكل 1) ، نلاحظ أن أحد المنحنيين الجيبيين المعانيين على شاشة راسم التذبذب يتأخر عن الآخر.



يكون المنحنيان على توافق في الطور في كل مرة تكون فيها المسافة d بين R1 و R2 مضاعفا
 n لطول الموجة λ مع $n \in \mathbb{N}^*$.

1-1- أعط تعريف طول الموجة . 0,25

1-2- إختتر، من بين الاقتراحات التالية، الجواب الصحيح : 0,25

أ - الموجات فوق صوتية موجات تنقل المادة.

ب- الموجات فوق صوتية موجات ميكانيكية.

ج- تنتشر الموجات فوق صوتية بنفس السرعة في جميع الأوساط.

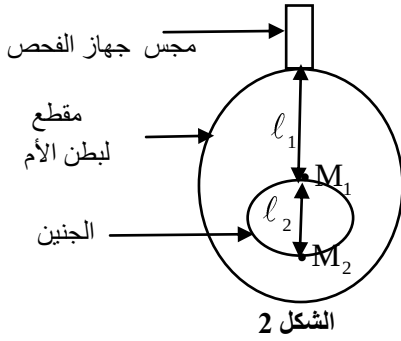
د- مجال طول الموجة للموجات فوق صوتية هو : $400\text{nm} \leq \lambda \leq 800\text{nm}$.

1-3- بالنسبة للتجربة المنجزة ، نجد $d= 10,2\text{cm}$ بالنسبة ل $n=12$. حدد سرعة الموجة في الهواء. 0,5

2- التطبيق على الفحص بالصدى : 0,5

يلعب مجس الفحص بالصدى في نفس الوقت دور باعث و دور مستقبل. عندما تنتشر الموجات في جسم الإنسان، تنعكس جزئيا على الجدار الفاصل بين وسطين مختلفين. يستقبل المجس الموجة المنعكسة جزئيا ويتم تحليلها بواسطة نظام معلوماتي .

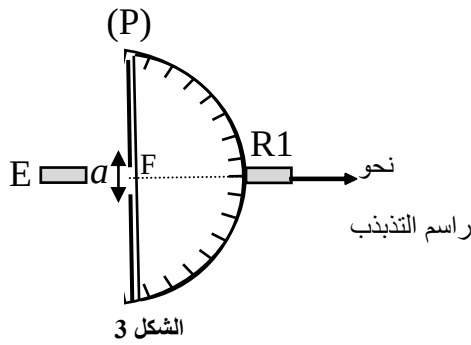
يمثل الشكل 2 تبيانة مبسطة لعملية الفحص بالصدى لجنين حيث يتم الانعكاس الجزئي للإشارة عند كل من النقطة M_1 و النقطة M_2 .



أثناء الفحص يرسل باعث المسح، عند اللحظة $t=0$ ، موجات متأينة فوق صوتية. يستقبل المسح أول موجة منعكسة عند اللحظة $t=t_1=80\mu s$ وثاني موجة منعكسة عند اللحظة $t=t_2=130\mu s$.
نعتبر أن سرعة الموجات فوق الصوتية في جسم الإنسان هي: $v_c=1540m.s^{-1}$.
أوجد السمك l_2 للجنين.

3- حيود موجة فوق صوتية في الهواء

يحتوي التركيب التجريبي الممثل في تبيانة الشكل 3 على:
-الباعث E الذي يرسل موجة فوق صوتية ترددها $N=40kHz$ تنتشر في الهواء؛



- المستقبل R1 مرتبط براسم التذبذب ؛
- صفيحة معدنية (P) بها شق مستطيلي عرضه a صغير جدا بالنسبة لطوله ،
- ورقة مدرجة تمكن من قياس الزوايا.
نزيح المستقبل R1 في المستوى الأفقي بزاوية θ على قوس دائرة مركزها F وشعاعها $r=40cm$ و ندون الزاوية θ الموافقة لكل وسع U_m للموجة المستقبلية من طرف R1 .

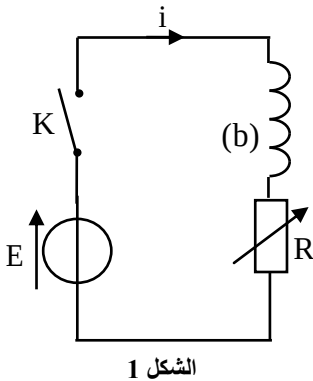
3-1- قارن طول الموجة للموجة الواردة بطول الموجة للموجة المحيدة. 0,25
3-2- نعطي $a=2,6cm$. أوجد المسافة التي أزيح بها المستقبل لملاحظة أول قيمة دنوية للوسع U_m لتوتر المستقبل. 0,5

الكهرباء (5,25 نقط) :

تتكون الدارات الكهربائية للأجهزة الكهربائية المستعملة في الحياة اليومية من مكثفات وشيعات وموصلات أومية ودارات مدمجة ...
يهدف الجزء الأول من هذا التمرين إلى دراسة ثنائي القطب RL والدارة LC ويهدف الجزء الثاني إلى دراسة تضمين الوسع .

الجزء الأول : ثنائي القطب RL والدارة LC

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر



نُنجز التركيب التجريبي الممثل على تبيانة الشكل 1 والمكوّن من:

- مولد للتوتر قوته الكهربائية $E=1,5V$ ؛
- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط؛
- وشيعة (b) معامل تحريضها L ومقاومتها r ؛
- قاطع التيار K.

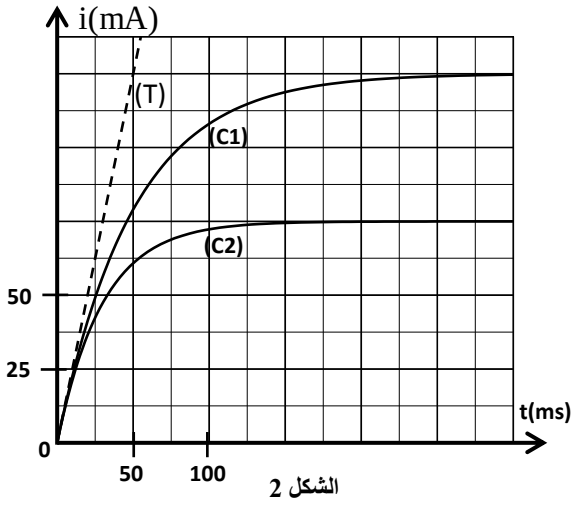
نغلق قاطع التيار K عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ ($t=0$) ونتتبع التطور الزمني لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بواسطة نظام معلوماتي ملائم .

1-1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$. 0,25

1-2- يُكتب حل هذه المعادلة التفاضلية على الشكل : $i(t)=A.e^{-at} + B$ حيث A و B و α ثابت. 0,5

عبر عن $i(t)$ بدلالة t وبرامترات الدارة.

1-3 - يمثل المنحنيان (C_1) و (C_2) للشكل 2 تطور $i(t)$ على التوالي بالنسبة ل $R=R_1$ و $R=2R_1$. يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى (C_1) في النقطة ذات الأفصول $t=0$.



الشكل 2

1-3-1 - أوجد قيمة كل من r و R_1 .

0,5

1-3-2 - بين أن $L=0,6H$.

0,5

2- دراسة دائرة LC

نستعمل في هذه الدراسة وشيعة (b') معامل تحريضها

$L=0,6H$ ومقاومتها مهملة.

بعد الشحن الكلي لمكثف سعته C تحت توتر ثابت U_0 ، نركبه

مع الوشيعة (b') (الشكل 3).

يمكن كتابة التوتر بين مربطي المكثف على الشكل:

$$u_C(t) = U_0 \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \text{ ، حيث } f_0 \text{ هو التردد الخاص للدائرة .}$$

2-1 - بين أن الطاقة الكلية E_t للدائرة ثابتة.

0,25

2-2 - يمثل منحنى الشكل 4 تغير الطاقة

0,75

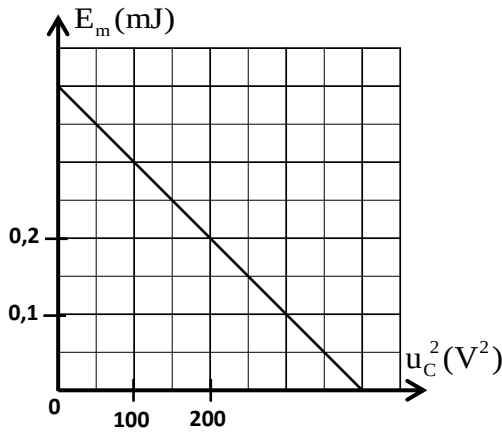
المغناطيسية E_m المخزونة في الوشيعة بدلالة

مربع التوتر u_C بين مربطي المكثف :

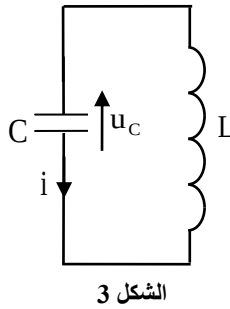
$$E_m = f(u_C^2)$$

إعتامدا على منحنى الشكل 4 ، حدد السعة

C للمكثف والتوتر U_0 .



الشكل 4



الشكل 3

الجزء الثاني : تضمين الوسع

لإحداث موجة هرتزية مضمّنة الوسع ، ننجز التركيب الممثل في تبيانة الشكل 5 حيث X دائرة متكاملة منجزة للجداء . ثابتة التناسب للدائرة المتكاملة هي k .

نطبق عند المدخل E_1 التوتر $u_1(t) = 6 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$ وعند المدخل

E_2 التوتر $u_2(t) = 2 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t) + 5$. توتر الخروج $u_s(t)$

المحصل عليه هو :

$$u_s(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) = 3[1 + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi t)] \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi t)$$

كل التوترات معبر عنها بالوحدة فولط (V).

1 - حدد تردد الموجة الحاملة.

0,25

2 - اختر الجواب الصحيح :

0,5

الوسع القصوي للموجة المضمّنة هو :

أ- 6V ؛ ب- 4,2V ؛ ج- 3V ؛ د- 1,8V ؛ هـ- 2V .

3 - هل تحققت شروط تضمين جيد؟ علل جوابك.

0,5

0,75

0,5

0,5

0,25

0,25

0,5

4- عبر عن $u_s(t)$ على شكل مجموع ثلاث دوال جيبية ومثل طيف الترددات باختيار السلم 1cm/V بالنسبة للوسع.

$$\text{نذكر أن } (\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)])$$

5- هل تمكن الدارة السدادة، المكونة من المكثف والوشية السابقين، من استقبال جيد للموجة المضمنة المدروسة ؟ علل جوابك.

الميكانيك (5,5 نقط)

الجزء الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول : حركة متزلج

يتطرق هذا الجزء من التمرين إلى نموذج مبسط لحركة مركز القصور G لمتزلج خلال مرحلتين:

المرحلة الأولى : حركة مستقيمة للمتزلج على مستوى مائل .

المرحلة الثانية : السقوط الحر للمتزلج في مجال الثقالة المنتظم .

معطيات : - كتلة المتزلج : $m = 60\text{ kg}$

- شدة الثقالة : $g = 9,8\text{ m.s}^{-2}$

نهمل تأثير الهواء.

1- المرحلة الأولى: حركة المتزلج على المستوى المائل

ندرس حركة مركز القصور G للمتزلج في

معلم $(O; \vec{i}_1; \vec{j}_1)$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره

غاليليا (الشكل 1).

لبلوغ القمة S لسكة مستقيمة (P) مائلة

بزواية $\alpha = 23^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي ، ينطلق

المتزلج بدون سرعة بدئية من النقطة O ، حيث

يكون مرتبطا بحبل صلب يكون زاوية $\beta = 60^\circ$

مع الخط الأفقي. يطبق الحبل على المتزلج قوة

جر ثابتة $\vec{F}$ اتجاهها مواز لاتجاه الحبل (الشكل 1).

خلال هذه المرحلة يبقى المتزلج في تماس مع السكة. نرمز بـ $\vec{R}_T$ و $\vec{R}_N$ على التوالي للمركبتين المماسية و المنظمية

لتأثير السطح، بحيث $\|\vec{R}_T\| = k \cdot \|\vec{R}_N\|$ مع k معامل الاحتكاك الصلب و $f = 80\text{ N}$ $\|\vec{R}_T\|$.

1-1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها

السرعة v لمركز القصور G تكتب :

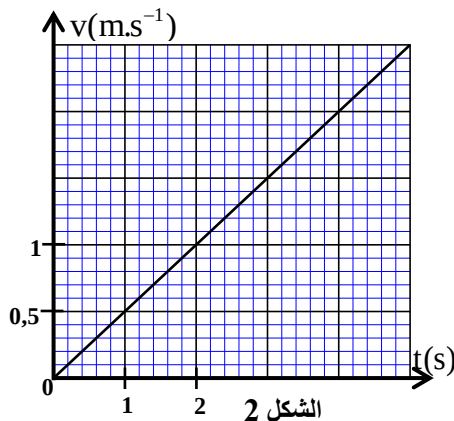
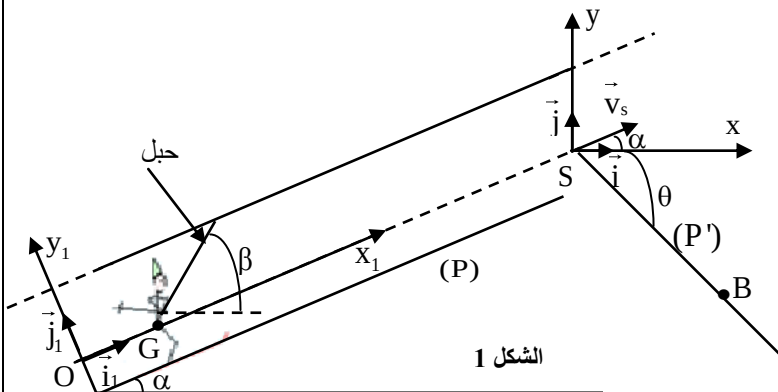
$$\frac{dv}{dt} + \frac{f}{m} + g \cdot \sin \alpha - \frac{F}{m} \cos(\beta - \alpha) = 0$$

1-2- يمثل منحنى الشكل 2 تغير السرعة v بدلالة الزمن.

1-2-1- حدد مبيانيا قيمة التسارع لحركة G .

1-2-2- حدد شدة قوة الجر $\vec{F}$.

1-3- حدد قيمة k .



2- المرحلة الثانية : مرحلة القفز

- عند وصوله إلى القمة S للسكة (P)، ينفصل المتزلج عن الحبل، فيغادر السكة ، عند لحظة نختارها أصلا جديدا للتواريخ (t=0) ، بسرعة $\vec{v}_S$ تكون الزاوية α مع الخط الأفقي و قيمتها $v_S = 10 \text{ m.s}^{-1}$ (الشكل 1).
- لتكن النقطة B موضع G لحظة سقوط المتزلج على السكة (P') المائلة بزاوية $\theta = 45^\circ$ بالنسبة للخط الأفقي (الشكل 1).
- ندرس حركة مركز القصور G للمتزلج في معلم $(S; \vec{i}; \vec{j})$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.
- 1-2- أثبت التعبيرين العدديين للمعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) لحركة السقوط الحر ل G في المعلم $(S, \vec{i}, \vec{j})$.**
- 2-2- استنتج أن معادلة المسار ل G تكتب: $y = -5,8 \cdot 10^{-2} x^2 + 0,42x$.**
- 3-2 - أوجد المسافة SB للقفزة.**

الجزء الثاني: حركة نواس بسيط

نعتبر آلة ضبط النبط الموسيقي (le métronome) والتي نمذجها بنواس بسيط يتكون من ساق صلبة كتلتها مهملة وطولها $\ell = 24,8\text{cm}$ مثبت عليها في طرفها الأسفل كرية صغيرة كتلتها $m = 20\text{g}$ وأبعادها مهملة أمام ℓ .

عندما نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية θ_m يتذبذب في مستوى رأسي، بين موضعين حديين A و B ، حول محور أفقي (Δ) يمر من النقطة O (الشكل 3). ترسل الآلة إشارة صوتية عندما تصل الكرة إلى الموضع A، و ترسل نفس الإشارة عند وصول الكرة إلى الموضع B.

نمعلم موضع النواس ، عند لحظة t ، بالأفصول الزاوي θ .

معطيات:- شدة الثقالة: $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ؛

- بالنسبة للتذبذبات ذات الوسع الصغير نأخذ $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ حيث θ معبر عنه

بالراديان (rad) ؛

-عزم قصور النواس بالنسبة لمحور الدوران (Δ) هو $J_{\Delta} = m.\ell^2$.
 نهمل الاحتكاكات في هذا الجزء.

1- نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية صغيرة $\theta_m = 8^\circ$ و نحرره من الموضع A بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t_0 = 0$.

نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة S مرجعا لطاقة الوضع الثقالية ($E_{pp}=0$).

0,5	1-1- أوجد، عند لحظة t ، تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس بدلالة m و θ و ℓ و g .
-----	---

0,25	1-2- حدد قيمة الطاقة الميكانيكية للنواس.
------	--

0,5	1-3- اعتمادا على دراسة طاقةية، أثبتت المعادلة التفاضلية للحركة التي يحققها الأفعول الزاوي $\theta(t)$.
-----	---

2- نرّمز ب T_0 للدور الخاص للنواس.

0,5 2-1- أعط تعبير T_0 بدلالة ℓ و g و تحقق باستعمال معادلات الأبعاد أن للدور بعد الزمن.

0,5 **2-2-** أحسب T_0 . استنتج عدد الإشارات الصوتية المرسلة خلال المدة $\Delta t = t - t_0 = 10,25 \text{ s}$ علما أن الإشارة الأولى المرسلة

تسمع ، لأول مرة ، عند وصول الكرة إلى النقطة B .

0,25	3 - بين ،اعتمادا على انخفاض الطاقة الميكانيكية ، أن السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$ عند لحظة t يُعبر عنها بالعلاقة :
------	---

$$\dot{\theta}(t) = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}.$$

**تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء
الدورة الاستدراكية 2018
العلوم الرياضية أوب**

الكيمياء

الجزء الأول: السرعة الحجمية لتفاعل، تفاعلات حمض-قاعدة

1- تتبع التطور الزمني للتركيز المولي الفعلي لأيون تحت الكلوريت ClO^-
1-1- الجدور الوصفي لتقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$2ClO^-_{(aq)} \rightarrow 2Cl^-_{(aq)} + O_{2(g)}$		
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب mol		
الحالة البدئية	0	$C_0 \cdot V$	0	0
الحالة الوسيطة	x	$C_0 \cdot V - 2x$	$2x$	x
الحالة النهائية	x_f	$C_0 \cdot V - 2x_f$	$2x_f$	x_f

2-1- إثبات ان التركيز المولي الفعلي ل ClO^- عند $t = t_{1/2}$ هو $\frac{C_0}{2}$:

زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو المدة التي يأخذ فيها تقدم التفاعل x نصف قيمته النهائية (أو القصوى): $x_{1/2} = \frac{x_{max}}{2}$
المتفاعل المحد هو ClO^- التقدم الأقصى x_{max} : $C_0 \cdot V - 2x_{max} = 0$ أي: $x_{max} = \frac{C_0 \cdot V}{2}$ وبالتالي: $x_{1/2} = \frac{C_0 \cdot V}{4}$
ليكن $[ClO^-]_{1/2}$ تركيز أيون تحت الكلوريت عند $t = t_{1/2}$ حيث:

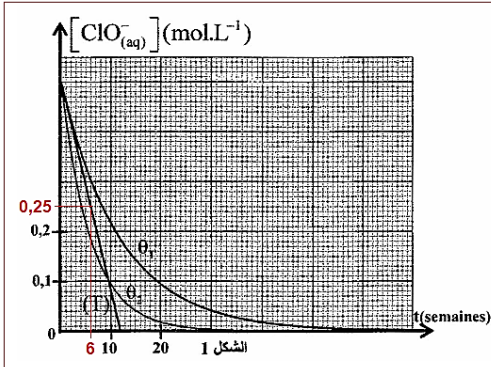
$$[ClO^-]_{1/2} = \frac{n(ClO^-)_{1/2}}{V} = \frac{C_0 \cdot V - 2x_{1/2}}{V} = C_0 - 2 \frac{x_{1/2}}{V} \Rightarrow [ClO^-]_{1/2} = C_0 - 2 \frac{C_0 \cdot V}{4V}$$

$$[ClO^-]_{1/2} = \frac{C_0}{2}$$

-استنتاج $t_{1/2}$ مبيانيا بالنسبة لمنحنى θ_2 :
لدينا:

$$[ClO^-]_{1/2} = \frac{C_0}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \text{ mol.L}^{-1}$$

باستعمال الشكل 1 أفصول $0,25 \text{ mol.L}^{-1}$ هو:
 $t_{1/2} = 6 \text{ semaines}$



3-1- السرعة الحجمية للتفاعل عند $t = 0$ بالنسبة ل θ_1 :

حسب تعريف السرعة الحجمية: $v(t) = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$
تعبير السرعة الحجمية بدلالة $[ClO^-]$:

$$[ClO^-] = \frac{C_0 \cdot V - 2x}{V} \Rightarrow C_0 \cdot V - 2x = [ClO^-] \cdot V \Rightarrow 2x = C_0 \cdot V - [ClO^-] \cdot V$$

$$x = \frac{V}{2} (C_0 - [ClO^-]) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{V}{2} \cdot \frac{d[ClO^-]}{dt}$$

نعوض في السرعة الحجمية:

$$v(t) = \frac{1}{V} \cdot \left(-\frac{V}{2} \cdot \frac{d[ClO^-]}{dt} \right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{d[ClO^-]}{dt}$$

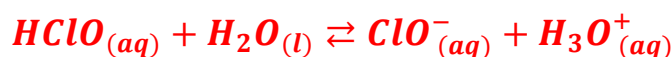
$$v(0) = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta[ClO^-]}{\Delta t} \right)_{t=0} = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{0,5 - 0}{0 - 12} \right) \Rightarrow v(0) = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{semaine}^{-1}$$

1-4- مقارنة θ_1 و θ_2 مع التعليل:

باستعمال الشكل 3 نلاحظ ان $t_{1/2}(\theta_1) = 8,3 \text{ semaines}$ في حين $t_{1/2}(\theta_2) = 6 \text{ semaines}$ وبالتالي:
 $t_{1/2}(\theta_1) > t_{1/2}(\theta_2)$ أي ان التفاعل الذي انجز عند θ_1 أسرع من الذي انجز عند θ_2 ، بما ان الرفع درجة الحرارة يؤدي إلى تسريع التفاعل، فإن $\theta_1 > \theta_2$.

2- دراسة بعض المحاليل المائية التي تتدخل فيها المزدوجة: $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$

2-1- معادلة التفاعل بين حمض تحت الكلورو والماء:



2-2- تعبير التركيز المولي C بدلالة pH و K_A :

$$K_A = \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} \quad \text{تعبير ثابتة الحمضية } K_A:$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HClO_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons ClO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
البدئية	0	$C \cdot V$	وفير	0	0
الوسيطة	x	$C \cdot V - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C \cdot V - x_f$	وفير	x_f	x_f

$$\begin{cases} [ClO^-]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} = \frac{x_f}{V} = 10^{-pH} \\ [HClO]_{\acute{e}q} = \frac{C \cdot V - x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}^2}{[HClO]_{\acute{e}q}} = \frac{(10^{-pH})^2}{C - 10^{-pH}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$C - 10^{-pH} = \frac{10^{-2pH}}{K_A} \Rightarrow C = \frac{10^{-2pH}}{K_A} - 10^{-pH} \Rightarrow C = 10^{-pH} \left(\frac{10^{-pH}}{K_A} - 1 \right)$$

$$C = 10^{-5,5} \left(\frac{10^{-5,5}}{5 \cdot 10^{-8}} - 1 \right) \Rightarrow C = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{حساب } C:$$

2-3- إثبات العلاقة $\alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$:

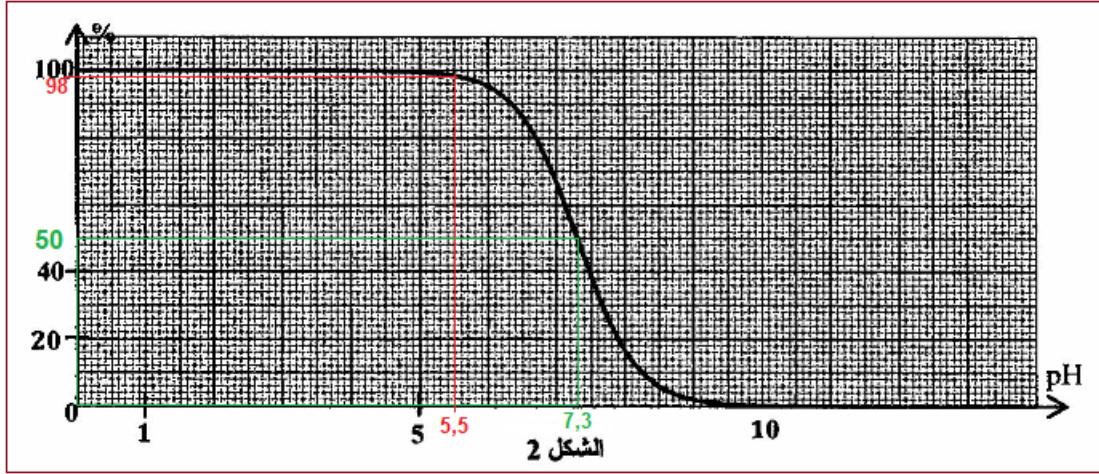
$$\alpha(ClO^-) = \frac{1}{1 + \frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}}} \quad \text{أي:} \quad \alpha(ClO^-) = \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q} + [HClO]_{\acute{e}q}} \quad \text{لدينا:}$$

$$K_A = \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} \quad 9$$

$$\frac{[ClO^-]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} = \frac{K_A}{[H_3O^+]_{\acute{e}q}} \Rightarrow \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} = \frac{K_A}{10^{-pH}} \Rightarrow \frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}} = \frac{10^{-pH}}{K_A} \quad \text{أي:}$$

$$\alpha(\text{ClO}^-) = \frac{1}{1 + \frac{10^{-pH}}{K_A}} \Rightarrow \alpha(\text{ClO}^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$$

2-4-1- إقران منحنى الشكل 2 بالنوع الحمضي او القاعدي:

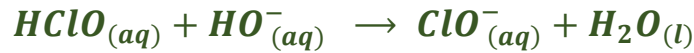


يمثل المنحنى تطور نسبة النوع الحمضي HClO بدلالة pH .

2-4-2- النوع المهيمن الحمضي او القاعدي: (أنظر الشكل أعلاه)

حسب قيمة pH وباستعمال منحنى الشكل 2 نجد 98 % من النوع الحمض في المحلول (S)، إذن النوع المهيمن هو النوع الحمضي HClO .

2-5-1- تحديد قيمة K ثابتة التوازن لتفاعل المعايرة:



$$K = \frac{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HClO}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HO}^-]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} \Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e}$$

$$K = \frac{5.10^{-8}}{10^{-14}} \Rightarrow K = 5.10^6$$

ت.ع:

2-5-2- حساب قيمة النسبة $\frac{[\text{HClO}]_{\text{éq}}}{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}}$:

بالاعتماد على الشكل 2 نجد عند $pH = 7,3$ القيمة: $\alpha(\text{HClO}) = 50\%$

نستنتج ان نسبة كلا من النوعين الحمضي والقاعدي متساويين في الخليط ، أي $\frac{[\text{HClO}]_{\text{éq}}}{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}} = 1$

-طريقة أخرى:

$$\frac{[\text{HClO}]_{\text{éq}}}{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-pH}}{K_A} \Rightarrow \frac{[\text{HClO}]_{\text{éq}}}{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{10^{7,3}}{5.10^{-8}} \Rightarrow \frac{[\text{HClO}]_{\text{éq}}}{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}} \approx 1$$

الجزء الثاني: المركم فضة-حديد

1-كتابة المعادلة الحصيلة للتفاعل التلقائي:



* عند الأنود يحدث أكسدة فلز الحديد: $Fe_{(s)} \rightleftharpoons Fe_{(aq)}^{2+} + 2e^{-}$

* المعادلة الحصيلة: $2Ag_{(aq)}^{+} + Fe_{(s)} \rightleftharpoons 2Ag_{(s)} + Fe_{(aq)}^{2+}$

2- إثبات ان تركيز Ag^{+} يكتب: $[Ag_{(aq)}^{+}]_t = 0,2 - 1,55 \cdot 10^{-5} \cdot t$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$2Ag_{(aq)}^{+} + Fe_{(s)} \rightleftharpoons 2Ag_{(s)} + Fe_{(aq)}^{2+}$				كمية مادة e^{-} المتبادلة
كمية المادة عند $t = 0$	$C_2 \cdot V_2$	وقير	وقير	$C_1 \cdot V_1$	$n(e^{-}) = 0$
كمية المادة عند t	$C_2 \cdot V_2 - 2x$	وقير	وقير	$C_1 \cdot V_1 + x$	$n(e^{-}) = 2x$
كمية المادة عند $t = t_d$	$C_2 \cdot V_2 - 2x_{max}$	وقير	وقير	$C_1 \cdot V_1 + x_{max}$	$n(e^{-}) = 2x_{max}$

$$Q = n(e^{-}) \cdot F = I \cdot t \Rightarrow n(e^{-}) = \frac{I \cdot t}{F} \Rightarrow x = \frac{I \cdot t}{2F}$$

$$n_t(Ag_{(aq)}^{+}) = C_2 \cdot V_2 - 2x \Rightarrow [Ag_{(aq)}^{+}]_t = \frac{C_2 \cdot V_2 - 2x}{V_2} = C_2 - \frac{2x}{V_2}$$

$$[Ag_{(aq)}^{+}]_t = C_2 - \frac{2I}{2F \cdot V_2} \cdot t$$

$$[Ag_{(aq)}^{+}]_t = 0,2 - \frac{2 \times 0,15}{2 \times 9,65 \cdot 10^4 \times 0,1} \cdot t$$

ت.ع:

$$[Ag_{(aq)}^{+}]_t = 0,2 - 1,55 \cdot 10^{-5} \cdot t$$

3- تحديد المدة t_d لاشتغال المرمك:

بما ان فلز الحديد يوجد بإفراط، فإن المتفاعل المحد هو Ag^{+} نكتب: $[Ag_{(aq)}^{+}]_{t_d} = 0$

$$0,2 - 1,55 \cdot 10^{-5} \cdot t_d = 0 \Rightarrow t_d = \frac{0,2}{1,55 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow t_d = 1,29 \cdot 10^4 \text{ s}$$

التركيز النهائي ل Fe^{2+} في المحلول:

من خلال الجدول الوصفي لدينا:

$$n_{t_d}(Fe_{(aq)}^{2+}) = C_1 \cdot V_1 + x_{max} \Rightarrow [Fe_{(aq)}^{2+}]_{t_d} = \frac{C_1 \cdot V_1 + x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{I \cdot t_d}{2F \cdot V_1}$$

$$[Fe_{(aq)}^{2+}]_{t_d} = 0,2 + \frac{0,15 \times 1,29 \cdot 10^4}{2 \times 9,65 \cdot 10^4 \times 0,1} \Leftrightarrow [Fe_{(aq)}^{2+}]_{t_d} = 0,3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

الفيزياء

موجات فوق صوتية

1- تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء

1-1- تعريف طول الموجة:

هي المسافة التي تقطعها الموجة خلال دور زمني.

2-1- اختيار الجواب الصحيح:

ب-الموجات فوق صوتية موجات ميكانيكية.

3-1- تحديد سرعة الموجة في الهواء:

بما ان المنحنيين على توافق في الطور نكتب: $d = n \cdot \lambda$ أي: $\lambda = \frac{d}{n} = \frac{10,2 \cdot 10^{-2}}{12} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

لدينا: $v = \lambda \cdot N$ ومنه: $v = \frac{d}{n} \cdot N$

$$v = \frac{10,2 \cdot 10^{-2}}{12} \times 40 \cdot 10^3 \Rightarrow v = 340 \text{ m.s}^{-1}$$

2- إيجاد ℓ_2 سمك الجنين :

لدينا: $v_c = \frac{2\ell_2}{\Delta t}$ حيث $2\ell_2$ المسافة التي قطعتها الموجة خلال المدة $\Delta t = t_2 - t_1$

$$2\ell_2 = v \cdot \Delta t \Rightarrow \ell_2 = \frac{v \cdot \Delta t}{2}$$

$$\ell_2 = \frac{1540 \times (130 - 80) \times 10^{-6}}{2} = 0,0385 \text{ m} \Rightarrow \ell_2 = 3,85 \text{ cm}$$

3- حيود موجة فوق صوتية في الهواء

3-1- مقارنة طول الموجة الواردة بطول الموجة المحيدة:

خلال ظاهرة الحيود تحتفظ الموجة المحيدة بنفس خصائص الموجة الواردة، أي للموجتين نفس طول الموجة λ .

3-2- المسافة d التي أزيح بها المستقبل :

حسب تعبير الفرق الزاوي: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ العلاقة بين الأفصول الزاوي والمنحني: $d = r\theta$ أي: $\theta = \frac{d}{r}$

$$d = \frac{8,5 \cdot 10^{-3} \times 40 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 0,131 \text{ m}$$

$$d = 13,1 \text{ cm}$$

الكهرباء

الجزء الأول: ثنائي القطب RL والدارة LC

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$:

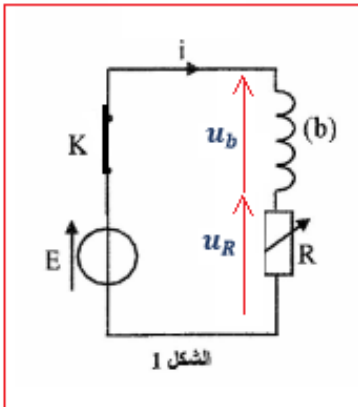
حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_b + u_R$

حسب قانون أوم: $u_R = R \cdot i$ و $u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R \cdot i = E \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R+r}{L} \cdot i(t) = \frac{E}{L}$$

1-2- تعبير $i(t)$ بدلالة بارامترات الدارة:

لدينا حل المعادلة التفاضلية: $i(t) = A \cdot e^{-\alpha t} + B$ وبالتالي: $\frac{di}{dt} = -A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t}$



نعوض في المعادلة التفاضلية: $-A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} + \frac{R+r}{L} (A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B) = \frac{E}{L}$

$$A \cdot e^{-\alpha \cdot t} \left(-\alpha + \frac{R+r}{L} \right) + B \cdot \frac{R+r}{L} - \frac{E}{L} = 0$$

لكي يكون $i(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية مهما كانت قيمة t يجب ان يكون:

$$\begin{cases} -\alpha + \frac{R+r}{L} = 0 \\ B \cdot \frac{R+r}{L} - \frac{E}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{R+r}{L} \\ B = \frac{E}{R+r} \end{cases}$$

الحل يكتب: $i(t) = A \cdot e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t} + \frac{E}{R+r}$ حسب الشروط البدئية: $i(0) = 0$

$$A \cdot e^0 + \frac{E}{R+r} = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R+r}$$

$$i(t) = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t})$$

نستنتج تعبير الحل:

1-3-1 إيجاد قيمة R_1 :

حسب الشكل 2 وفي النظام الدائم لدينا بالنسبة للمنحنى (1):
 $I_{01} = 125 \text{ mA}$ حسب تعبير الحل:

$$I_{01} = \frac{E}{R_1 + r} \Rightarrow R_1 + r = \frac{E}{I_{01}} \Rightarrow R_1 + r = \frac{1,5}{0,125}$$

$$R_1 + r = 12 \Omega$$

بالنسبة للمنحنى (2) نجد: $I_{02} = 75 \text{ mA}$

$$2R_1 + r = \frac{E}{I_{02}} \Rightarrow 2R_1 + r = \frac{1,5}{0,075} \Rightarrow 2R_1 + r = 20 \Omega$$

$$2R_1 + r - (R_1 + r) = 20 - 12 \Rightarrow R_1 = 8 \Omega$$

- إيجاد قيمة r :

$$r = 12 - R_1$$

لدينا: $R_1 + r = 12 \Omega$ أي:

$$r = 12 - 8 \Rightarrow r = 4 \Omega$$

2-3-1 إثبات أن $L = 0,6 \text{ H}$:

$$\tau = 50 \text{ ms}$$

بالنسبة للمنحنى (1) ثابتة الزمن τ هي:

$$L = (R_1 + r) \cdot \tau \quad \text{لدينا:} \quad \tau = \frac{L}{R_1 + r} \quad \text{ت.ع:} \quad L = 12 \times 50 \cdot 10^{-3} \Rightarrow L = 0,6 \text{ H}$$

2-دراسة دائرة LC

2-1-إثبات ان الطاقة الكلية للدائرة ثابتة:

بما ان مقاومة الوشيعه مهملة ($r = 0$)، فإن الطاقة الكلية للدائرة تنحفظ.

2-2-تحديد السعة C و التوتر U_0 :

لدينا:

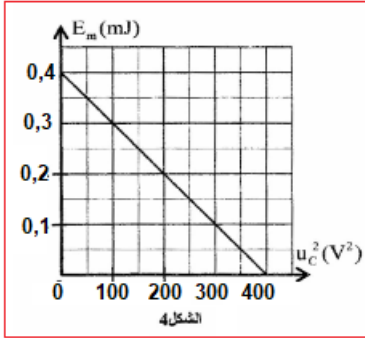
$$u_c(t) = U_0 \cdot \cos(2\pi f_0 \cdot t + \varphi) \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -2\pi f_0 \cdot U_0 \cdot \sin(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} L \cdot \left(C \cdot \frac{du_c}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} L \cdot C^2 [-2\pi f_0 \cdot U_0 \cdot \sin(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot C^2 4\pi^2 f_0^2 \cdot U_0^2 \cdot \sin^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi) = \frac{1}{2} L \cdot C^2 \frac{4\pi^2}{4\pi^2 L \cdot C} \cdot U_0^2 [1 - \cos^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)]$$

$$E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 [1 - \cos^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)] = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 - \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \cdot \cos^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 - \frac{1}{2} C \cdot u_c^2$$



حسب مبيان الشكل 4 معادلة المنحنى $E_m = f(u_c)$ تكتب: $E_m = a \cdot u_c^2 + b$

$$a = \frac{\Delta E_m}{\Delta u_c^2} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} - 0}{0 - 400} = -10^{-6} J \cdot V^{-2}$$

$$b = 0,4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-4} J$$

$$\begin{cases} E_m = -10^{-6} \cdot u_c^2 + 4 \cdot 10^{-4} \\ E_m = -\frac{1}{2} C \cdot u_c^2 + \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} C = -10^{-6} \\ \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = 4 \cdot 10^{-4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2 \cdot 10^{-6} C \\ U_0^2 = \frac{2 \times 4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-6}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2 \mu F \\ U_0 = 20 V \end{cases}$$

الجزء الثاني: تضمين الوسع

1- تحديد تردد الموجة الحاملة:

توتر الموجة الحاملة: $u_1(t) = 6 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$ وبالتالي: $2\pi F_p = 4 \cdot 10^5 \pi$ ترددها هو:

$$F_p = 2 \cdot 10^5 Hz \Rightarrow F_p = 200 kHz$$

2- اختيار الجواب الصحيح:

الوسع القصوي للموجة المضمّنة هو: ب- $4,2 V$

$$U_{m \max} = 3(1 + 0,4) \Rightarrow U_{m \max} = 4,2 V$$

3- هل تحققت شروط تضمين جيد؟

الشرط الأول: $F_p \geq 10 f_s$

لدينا: $2\pi f_s = 8 \cdot 10^3 \pi$ أي: $f_s = 4 kHz$ $\Rightarrow f_s = 4 kHz$

* إذن الشرط الأول $F_p = 200 kHz \geq 10 \cdot f_s = 40 kHz$ تحقق.

الشرط الثاني: $m = \frac{S_m}{U_0} < 1$ أي: $S_m < U_0$

لدينا حسب تعبير $u_s(t)$: $u_s(t) = 3[1 + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t)] \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$

$$S_m = 0,4V \text{ و } U_0 = 1V$$

*إذن: الشرط الثاني: $S_m < U_0$ تحقق، نستنتج ان التضمين جيد.

4-تعبير $u_S(t)$ على شكل ثلاث دوال جيبية:

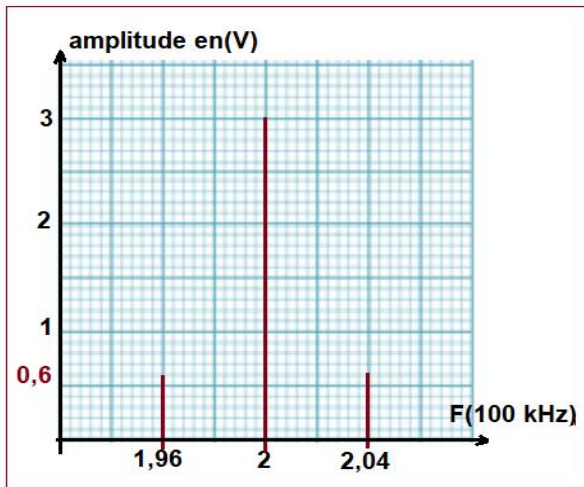
$$u_S(t) = 3[1 + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t)] \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$$

$$u_S(t) = 3 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t) \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$$

$$\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)] \quad \text{لدينا:}$$

$$u_S(t) = 3 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 1,2 \times \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{8 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5}{2} \pi \cdot t\right) + \cos\left(\frac{8 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^5}{2} \pi \cdot t\right) \right]$$

$$u_S(t) = 3 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 0,6 \cdot \cos(4,08 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 0,6 \cdot \cos(3,92 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$$



تمثيل طيف الترددات بالسلم: الوسع: 1 cm/V رأسيا و التردد: $1 \text{ cm}/0,04 \cdot 10^2 \text{ kHz}$ أفقيا.

5-التحقق ما إذا كانت دائرة الانتقاء من استقبال الموجة

المضمّنة السابقة:

لكي تلتقط الدارة LC الموجة يجب ان يتوافق ترددها الخاص

مع تردد هذه الموجة أي: $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,6 \times 2 \cdot 10^{-6}}} \Rightarrow f_0 \approx 145,3 \text{ Hz}$$

نلاحظ أن: $f_0 < F_P = 2 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ إذن لا يمكن لهذه الدارة من التقاط الموجة المضمّنة.

الميكانيك

الجزء الأول: حركة متزلج

1-المرحلة الأولى: حركة المتزلج على المستوى المائل

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v ل G تكتب:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f}{m} + g \cdot \sin\alpha - \frac{F}{m} \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0$$

المجموعة المدروسة: {المتزلج}

جرد القوى:

$\vec{P}$: وزن المتزلج $\vec{F}$: قوة جر الحبل $\vec{R}$: تأثير السطح مع: $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

نعتبر المعلم $(\vec{0}; \vec{i}_1; \vec{j}_1)$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا، نطبق القانون الثاني لنيوتن نكتب:

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G \quad (1)$$

الاسقاط على المحور Ox :

$$P_x + F_x + R_x = m \cdot a_x$$

$$-P \cdot \sin\alpha + F \cdot \cos(\beta - \alpha) - f = m \cdot a$$

$$-m \cdot g \cdot \sin\alpha + F \cdot \cos(\beta - \alpha) - f = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f}{m} + g \cdot \sin\alpha - \frac{F}{m} \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0$$

1-2-1- التحديد المباني لقيمة التسارع a :

يمثل مبيان الشكل 2 دالة خطية معادلتها تكتب: $v = a \cdot t$ حيث معاملها الموجه

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,5-0}{1-0} = 0,5 \text{ m.s}^{-2}$$

وبالتالي تسارع G هو: $a = 0,5 \text{ m.s}^{-2}$

1-2-2- تحديد F :

حسب العلاقة: $-P \cdot \sin\alpha + F \cdot \cos(\beta - \alpha) - f = m \cdot a$ نحصل على تعبير F :

$$F = \frac{m \cdot (a + g \cdot \sin\alpha) + f}{\cos(\beta - \alpha)}$$

$$F = \frac{60 \times (0,5 + 9,8 \times \sin 23) + 80}{\cos(60 - 23)} \Rightarrow F = 425,4 \text{ N}$$

ت.ع:

1-3- تحديد قيمة k :

لدينا: $\|\vec{R}_T\| = k \cdot \|\vec{R}_N\|$ أي: $f = k \cdot R_N$ وبالتالي: $k = \frac{f}{R_N}$

لتحديد R_N نسقط العلاقة (1) على المحور Oy :

$$P_y + F_y + R_y = m \cdot a_y$$

$$-m \cdot g \cdot \cos\alpha + F \sin(\beta - \alpha) + R_N = 0$$

$$R_N = m \cdot g \cdot \cos\alpha - F \sin(\beta - \alpha)$$

$$k = \frac{f}{m \cdot g \cdot \cos\alpha - F \sin(\beta - \alpha)}$$

نعوض R_N في تعبير k :

$$k = \frac{80}{60 \times 9,8 \times \cos(23) - 425,4 \times \sin(60 - 23)} \Rightarrow k = 0,28$$

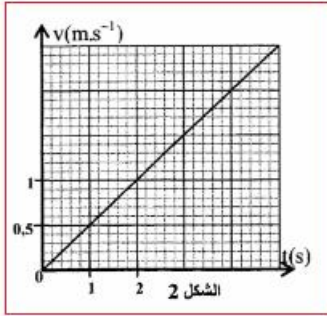
2- المرحلة الثانية: مرحلة القفز

1-2- إثبات التعبير العددي للمعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$:

يخضع المتزلج في هذه المرحلة لوزنه فقط

نعتبر المعلم $(\vec{r}; \vec{t}; S)$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا ونطبق القانون الثاني لنيوتن، نكتب:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g} \quad (2)$$



هو:

حسب الشروط البدئية:

$$\vec{V}_S \begin{cases} V_{Sx} = V_S \cdot \cos\alpha \\ V_{Sy} = V_S \cdot \sin\alpha \end{cases} \quad \vec{SG}_0 \begin{cases} x_S = 0 \\ y_S = 0 \end{cases}$$

إسقاط العلاقة (2) على المحورين Sx و Sy :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V}_G \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = V_{Sx} \\ V_y = -gt + V_{Sy} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}_G \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = V_S \cdot \cos\alpha \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -gt + V_S \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{SG} \begin{cases} x(t) = V_S \cdot \cos\alpha \cdot t + x_S \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_S \cdot \sin\alpha \cdot t + y_S \end{cases} \Rightarrow \vec{SG} \begin{cases} x(t) = V_S \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + V_S \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(t) = 10 \times \cos(23^\circ) \Rightarrow x(t) = 9,2 t \quad \text{ت.ع.}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} \times 9,8 t^2 + 10 \times \sin(23^\circ) t \Rightarrow y(t) = -4,9 t^2 + 3,9 t$$

2-2- استنتاج معادلة المسار:

$$x = 9,2 t \Rightarrow t = \frac{x}{9,2}$$

$$y = -4,9 \left(\frac{x}{9,2}\right)^2 + 3,9 \left(\frac{x}{9,2}\right) \Rightarrow y = -5,8 \cdot 10^{-2} x^2 + 0,42 x$$

2-3- إيجاد المسافة SB للقفز:

$$y_B = -SB \cdot \sin\theta \quad \text{و} \quad x_B = SB \cdot \cos\theta \quad (3) \quad \text{إحداثيات النقطة } B \text{ هما:}$$

$$\frac{y_B}{x_B} = \frac{-SB \cdot \sin\theta}{SB \cdot \cos\theta} = -\tan\theta \quad (4) \quad \text{أي:}$$

$$\text{معادلة المسار تكتب: } y_B = -5,8 \cdot 10^{-2} x_B^2 + 0,42 x_B$$

$$y_B = x_B(-5,8 \cdot 10^{-2} x_B + 0,42) \Rightarrow \frac{y_B}{x_B} = -5,8 \cdot 10^{-2} x_B + 0,42$$

باستعمال العلاقة (3) ثم العلاقة (4) نكتب:

$$-5,8 \cdot 10^{-2} x_B + 0,42 = -\tan\theta \Rightarrow 5,8 \cdot 10^{-2} \cdot SB \cdot \cos\theta - 0,42 = \tan\theta$$

$$SB = \frac{\tan\theta + 0,42}{5,8 \cdot 10^{-2} \cos\theta}$$

$$SB = \frac{\tan(45^\circ) + 0,42}{5,8 \cdot 10^{-2} \cos(45^\circ)} \Rightarrow SB = 34,6 m \quad \text{ت.ع.}$$

الجزء الثاني: حركة نواس بسيط

1-1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس بدلالة m و θ و ℓ و g :

حسب تعريف طاقة الوضع الثقالية: $E_{pp}(z) = m \cdot g \cdot z + cte$

باختيار المستوى الأفقي المار من S مرجعا لطاقة الوضع الثقالية نكتب: $E_{pp}(0) = 0$

أي: $cte = 0$

لدينا: $z = \ell - \ell \cdot \cos\theta = \ell(1 - \cos\theta)$ وبالتالي: $E_{pp} = m \cdot g \cdot \ell(1 - \cos\theta)$

بما أن: $\theta_m = 8^\circ < 15^\circ$ فإن وسع التذبذبات صغير نأخذ: $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

تعبير E_{pp} يصبح: $E_{pp} = m \cdot g \cdot \ell \left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$

1-2- تحديد الطاقة الميكانيكية E_m للنواس:

حسب تعريف الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = E_C + E_{pp} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$$

عند النقطة A لدينا: $\theta = \theta_m$ و $\dot{\theta} = 0$ الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_m^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^{-3} \times 9,81 \times 24,8 \cdot 10^{-2} \times \left(8^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \right)^2 \Rightarrow E_m = 4,74 \cdot 10^{-4} J \quad \text{ت.ع.}$$

1-3- المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي $\theta(t)$:

بإهمال الاحتكاكات، فإن الطاقة الميكانيكية تبقى ثابتة $E_m = cte$ أي: $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$E_m = E_C + E_{pp} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{dE_C}{dt} + \frac{dE_{pp}}{dt} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \frac{d\dot{\theta}^2}{dt} + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \frac{d\theta^2}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot 2\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot 2\theta \cdot \dot{\theta} = 0 \Rightarrow m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta} \left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta \right) = 0$$

بما أن: $m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta} \neq 0$ فإن المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{\ell} \cdot \theta(t) = 0$$

2-1- تعبير الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

-التحقق من بعد الزمني للدور الخاص:

$$[T_0] = \left(\frac{[\ell]}{[g]} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{باستعمال معادلة الابعاد:}$$

$$\begin{cases} [\ell] = L \\ [g] = L \cdot T^{-2} \end{cases} \Rightarrow [T_0] = \left(\frac{L}{L \cdot T^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = (T^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = T$$

نستنتج أن للدور الخاص بعدا زمنيا.

2-2- حساب T_0 :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{24,8 \cdot 10^{-2}}{9,81}} = 0,999 \text{ s} \Rightarrow T_0 \approx 1 \text{ s}$$

-استنتاج عدد الإشارات الصوتية n المرسله خلال المدة Δt :

المدة الزمنية للنواس خلال انتقاله من A إلى B هي نصف دور أي: $t' = \frac{T_0}{2} = 0,5 \text{ s}$

لدينا: $\Delta t = nt'$ أي: $n = \frac{\Delta t}{t'} \leftarrow n = \frac{10,25}{0,5} \Rightarrow n = 20,5$

3- إثبات ان تعبير السرعة الزاوية هو: $\dot{\theta}(t) = \pm \dot{\theta}_S \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$

تعبير E_m هو: $E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$

عند النقطة S نكتب: $\theta = 0$ والسرعة الزاوية تكون قصوية $\dot{\theta} = \dot{\theta}_S$ ، الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_S^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_S^2 = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$$

$$\dot{\theta}_S^2 = \dot{\theta}^2 + \frac{g}{\ell} \cdot \theta^2 \Rightarrow \dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_S^2 - \frac{g}{\ell} \cdot \theta^2 \Rightarrow \dot{\theta} = \pm \sqrt{\dot{\theta}_S^2 - \frac{g}{\ell} \cdot \theta^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_S \sqrt{1 - \frac{g}{\ell} \cdot \frac{\theta^2}{\dot{\theta}_S^2}}$$

حسب انحفاظ E_m :

$$\begin{cases} E_m = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_m^2 \\ E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_S^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_m^2 = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_S^2 \Rightarrow \frac{g}{\ell} = \frac{\dot{\theta}_S^2}{\theta_m^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_S \sqrt{1 - \frac{\dot{\theta}_S^2}{\theta_m^2} \cdot \frac{\theta^2}{\dot{\theta}_S^2}} \Rightarrow \dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_S \sqrt{1 - \frac{\theta^2}{\theta_m^2}}$$

نستنتج:

$$\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_S \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$$