

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2016
- الموضوع -

ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏ ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵜ ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏ ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏ
ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏ ⵏ ⵓⵏⵓⵎⴰⵏ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

NS 30



4	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبة أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة.

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء.

الكيمياء (7 نقطة):

- دراسة محلول مائي للأمونياك وتفاعله مع حمض.
- التحليل الكهربائي لمحلول مائي لنترات الفضة.

الفيزياء (13 نقطة):

- التحولات النووية (2,25 نقطة):

- النشاط الإشعاعي للبولونيوم.

- الكهرباء (5,25 نقطة):

- دراسة ثنائي القطب RL والتذبذبات الحرة في دائرة RLC متوالية.

- دراسة تذبذبات قسرية في دائرة RLC متوالية.

- الميكانيك (5,5 نقطة):

- دراسة حركة السقوط الرأسي باحتكاك.
- دراسة حركة نواس اللي.

الجزءان الأول والثاني مستقلان

الكيمياء (7 نقط) :

تستعمل المركبات الكيميائية التي تحتوي على عناصر الأزوت في مجالات متعددة كالزراعة لتخصيب التربة بواسطة الأسمدة أو الصناعة لتصنيع الأدوية وغيرها.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة :

- محلول مائي للأمونياك NH_3 و تفاعله مع محلول مائي لكلورور الميثيل أمونيوم $\text{CH}_3\text{NH}_3^+ + \text{Cl}^-_{(\text{aq})}$.

- التحليل الكهربائي لمحلول مائي لنترات الفضة $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{NO}_3^-_{(\text{aq})}$.

الجزء الأول : دراسة محلول مائي للأمونياك وتفاعله مع حمض

معطيات :

- تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة 25°C ،
- الجداء الأيوني للماء : $K_e = 10^{-14}$ ،
- نرمز ل $\text{pK}_{\text{A}}(\text{NH}_4^+_{(\text{aq})} / \text{NH}_3_{(\text{aq})})$ ب pK_{A1} ،
- $\text{pK}_{\text{A}}(\text{CH}_3\text{NH}_3^+_{(\text{aq})} / \text{CH}_3\text{NH}_2_{(\text{aq})}) = \text{pK}_{\text{A2}} = 10,7$.

1- دراسة محلول مائي للأمونياك

1-1- نحضر محلولاً مائياً S_1 للأمونياك تركيزه المولي $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. أعطى قياس pH المحلول S_1 القيمة $\text{pH}_1 = 10,6$.

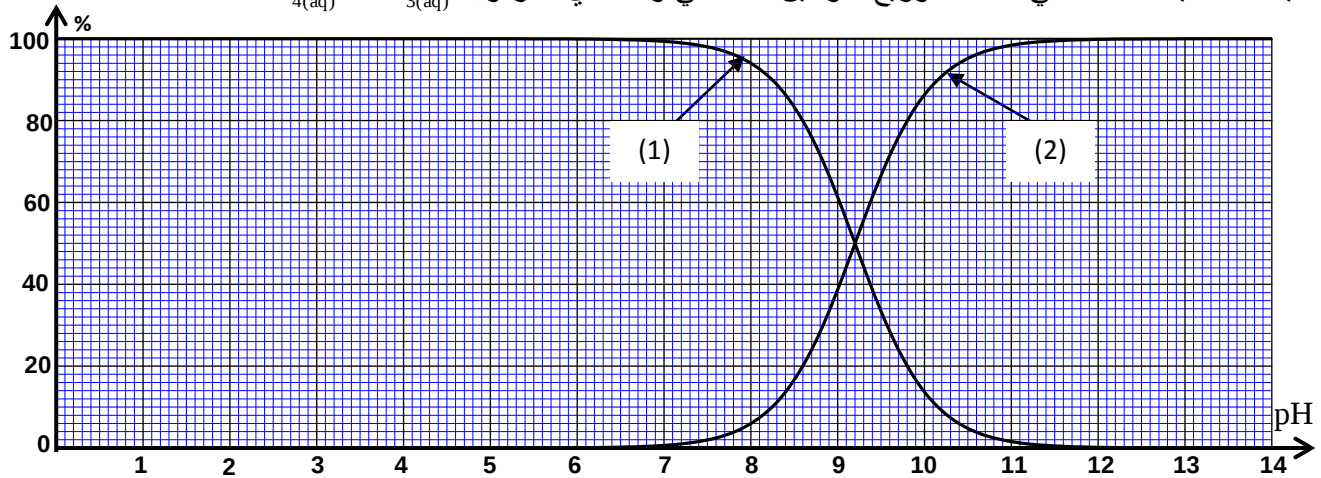
1-1-1- أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل الأمونياك مع الماء . 0,25

1-1-2- أوجد تعبير نسبة التقدم النهائي τ_1 للتفاعل بدلالة C_1 و pH_1 و K_e . تحقق أن $\tau_1 \approx 4\%$. 0,75

1-1-3- أوجد تعبير ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة التفاعل بدلالة C_1 و τ_1 . أحسب قيمتها. 0,75

1-2- نخفف المحلول S_1 فنحصل على محلول مائي S_2 . نقيس pH المحلول S_2 فنجد $\text{pH}_2 = 10,4$.

يمثل منحني الشكل التالي مخطط توزيع النوعين الحمضي والقاعدي للمزدوجة $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})} / \text{NH}_3_{(\text{aq})}$.



1-2-1- أقرن النوع القاعدي للمزدوجة $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})} / \text{NH}_3_{(\text{aq})}$ بالمنحنى الموافق له معللاً جوابك. 0,5

1-2-2- اعتماداً على منحنى الشكل، حدد :

أ- pK_{A1} .	0,25
ب- نسبة التقدم النهائي τ_2 للتفاعل في المحلول S_2 .	0,25
1-2-3- بمقارنة τ_1 و τ_2 ، ماذا تستنتج ؟	0,25
2- دراسة تفاعل الأمونياك مع الأيون مثيل أمونيوم	
نمزج في كأس حجم V_1 من المحلول المائي S_1 للأمونياك ذي التركيز المولي C_1 مع حجم $V = V_1$ لمحلول مائي S لكلورورالمثيل أمونيوم $CH_3NH_3^+(aq) + Cl^-(aq)$ تركيزه المولي $C = C_1$.	
1-2- أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل الأمونياك مع الأيون مثيل أمونيوم $CH_3NH_3^+(aq)$.	0,25
2-2- أوجد قيمة ثابتة التوازن K' المقرونة بمعادلة هذا التفاعل.	0,5
2-3- بين أن تعبير تركيز كل من NH_4^+ و CH_3NH_2 في الخليط التفاعلي عند التوازن، يكتب:	0,75
$[CH_3NH_2(aq)]_{\text{eq}} = [NH_4^+(aq)]_{\text{eq}} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$	
2-4- حدد pH الخليط التفاعلي عند التوازن.	0,5
الجزء الثاني: التحليل الكهربائي لمحلول مائي لنترات الفضة	
ننجز التحليل الكهربائي لمحلول مائي لنترات الفضة $Ag^+(aq) + NO_3^-(aq)$ محمض بمحلول مائي لحمض النتريك $H_3O^+(aq) + NO_3^-(aq)$ باستعمال إلكترودين من الغرافيت. حجم الخليط داخل خلية التحليل الكهربائي هو $V = 400 \text{ mL}$.	
معطيات :	
• المزدوجتان مختزل / مؤكسد المتدخلتان في التفاعل هما: $O_{2(g)} / H_2O_{(l)}$ ؛ $Ag^+ / Ag_{(s)}$ ،	
• الفادي: $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$.	
نقيس pH الخليط قبل غلق الدارة فنجد $pH_0 = 3$ ، ثم نغلقها عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t = 0)$ فيمر فيها تيار كهربائي شدته ثابتة $I = 2,66 \cdot 10^2 \text{ mA}$.	
المعادلة الحاصلة للتحليل الكهربائي هي : $6H_2O_{(l)} + 4Ag^+_{(aq)} \longrightarrow O_{2(g)} + 4H_3O^+_{(aq)} + 4Ag_{(s)}$.	
1- أكتب معادلة التفاعل الحاصل عند الأنود.	0,5
2- اعتمادا على الجدول الوصفي للتفاعل، بين أن تعبير التقدم x للتفاعل عند لحظة t هو: $x = \frac{V}{4} \cdot (10^{-pH_t} - 10^{-pH_0})$	0,75
حيث pH_t هو pH الخليط عند هذه اللحظة.	
3- حدد اللحظة t_1 التي يأخذ فيها pH الخليط القيمة $pH_1 = 1,5$.	0,75

الفيزياء (13 نقطة):

التحولات النووية (2,25 نقط): النشاط الإشعاعي للبولونيوم

تتفك نواة البولونيوم $^{210}_{84}\text{Po}$ تلقائيا لتتحول إلى نواة الرصاص $^{206}_{82}\text{Pb}$ مع انبعاث دقيقة α .
يهدف هذا التمرين إلى دراسة الحصيلة الطاقية لهذا التحول وكذا تطوره مع الزمن.

معطيات :

- طاقة الربط لنواة البولونيوم 210 : $E_\ell(^{210}\text{Po}) = 1,6449 \cdot 10^3 \text{ MeV}$
- طاقة الربط لنواة الرصاص 206 : $E_\ell(^{206}\text{Pb}) = 1,6220 \cdot 10^3 \text{ MeV}$
- طاقة الربط للدقيقة α : $E_\ell(\alpha) = 28,2989 \text{ MeV}$
- نرمز ب $t_{1/2}$ لعمر النصف لنوييدة البولونيوم 210.

1- أكتب معادلة هذا التحول النووي محددا العدد Z. 0,5

2- حدد بالوحدة MeV الطاقة $|\Delta E|$ الناتجة عن تفك نواة واحدة من $^{210}_{84}\text{Po}$. 0,5

3- ليكن $N_0(\text{Po})$ عدد نوى البولونيوم في عينة عند اللحظة $t=0$ و $N(\text{Po})$ عدد النوى المتبقية في نفس العينة عند لحظة t .

3-1- نرمز ب N_D لعدد نوى البولونيوم المتفتتة عند اللحظة $t=4 \cdot t_{1/2}$. 0,25
اختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية:

أ - $N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{8}$ ، ب - $N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{16}$ ، ج - $N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{4}$ ، د - $N_D = \frac{15N_0(\text{Po})}{16}$

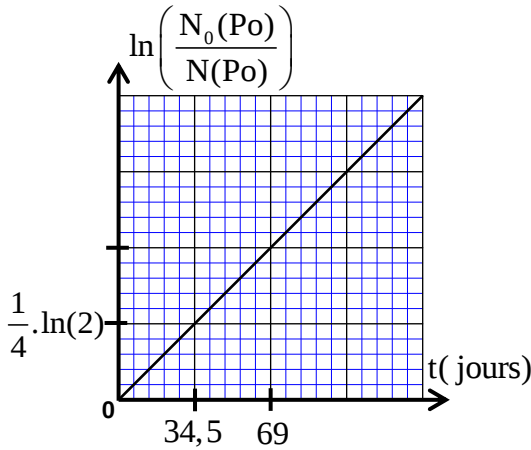
3-2- يمثل المنحنى جانبه تغيرات $\ln\left(\frac{N_0(\text{Po})}{N(\text{Po})}\right)$ بدلالة الزمن. 0,5

اعتمادا على هذا المنحنى، حدد بالوحدة (jour) عمر النصف $t_{1/2}$.

3-3- علما أن العينة لا تحتوي على الرصاص عند اللحظة $t=0$ ، 0,5

حدد بالوحدة (jour) اللحظة t_1 التي يكون عندها: $\frac{N(\text{Pb})}{N(\text{Po})} = \frac{2}{5}$

حيث $N(\text{Pb})$ هو عدد نوى الرصاص المتكونة عند هذه اللحظة.



الكهرباء (5,25 نقط)

يستعمل المكثف و الوشيعية و الموصل الأومي في الدارات الكهربائية لمختلف الأجهزة كالمضخمات وأجهزة الراديو و التلفزة ...

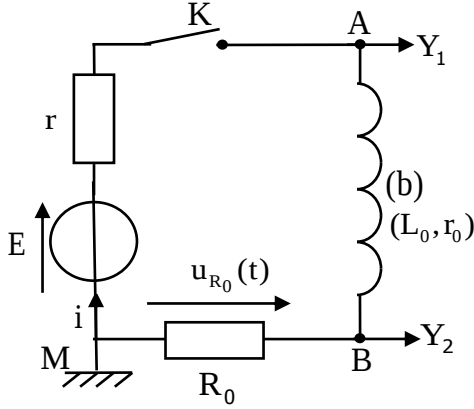
يهدف هذا التمرين إلى دراسة :

- استجابة ثنائي قطب RL لرتبة توتر ،

- تفريغ مكثف في ثنائي القطب RL ،

- تدبذبات قسرية في دارة RLC على التوالي.

1 - استجابة ثنائي قطب RL لرتبة توتر



الشكل 1

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1 والمكون من :

- مولد للتوتر قوته الكهرومحركة E ومقاومته الداخلية مهملة ؛

- موصلين أوميين مقاوماتهما $R_0 = 45\Omega$ و r ؛

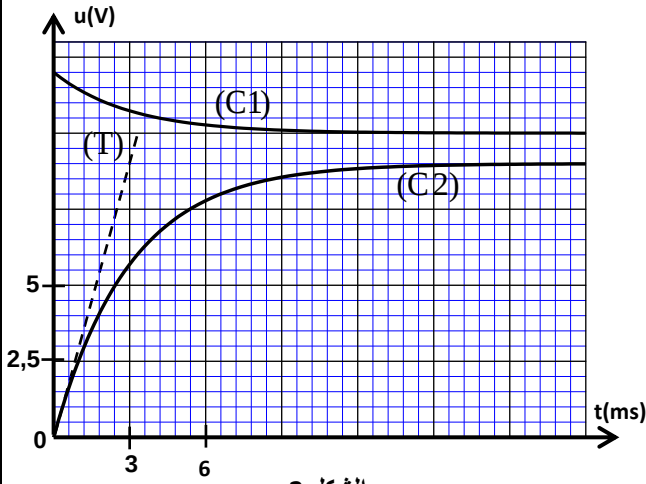
- وشيعة (b) معامل تحريضها L_0 ومقاومتها r_0 ؛

- قاطع التيار K .

نغلق القاطع K في لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t = 0)$.

يمكن نظام مسك معلوماتي ملائم من خط المنحنى (C1) الذي يمثل التوتر $u_{AM}(t)$ والمنحنى (C2) الذي يمثل

التوتر $u_{BM}(t)$ (الشكل 2) .



الشكل 2

1-1 أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$. 0,25

1-2 أوجد قيمة E . 0,25

1-3 حدد قيمة r و بين أن $r_0 = 5\Omega$. 1

1-4 يمثل المستقيم (T)، المماس للمنحنى (C2) عند $t = 0$ (الشكل 2) . 0,5

تحقق أن $L_0 = 0,18H$.

2 - تفريغ مكثف في ثنائي القطب RL

نركب على التوالي عند لحظة $t = 0$ مكثفا سعته

$C = 14,1\mu F$ ، مشحونا كلياً ، مع الوشيعة (b) السابقة

و موصل أومي مقاومته $R = 20\Omega$ (الشكل 3) .

يمكن نظام مسك معلوماتي ملائم من خط المنحنى الممثل للتوتر $u_C(t)$ بين

مربطي المكثف و المنحنى الممثل للتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي

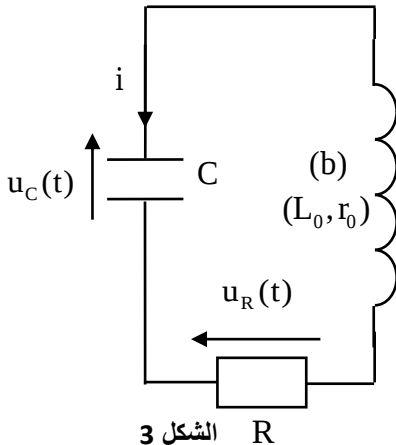
(الشكل 4 ، صفحة 6 / 8) .

2-1 أي نظام من الأنظمة الثلاثة للتذبذب يوافق منحنى الشكل 4 ؟ 0,25

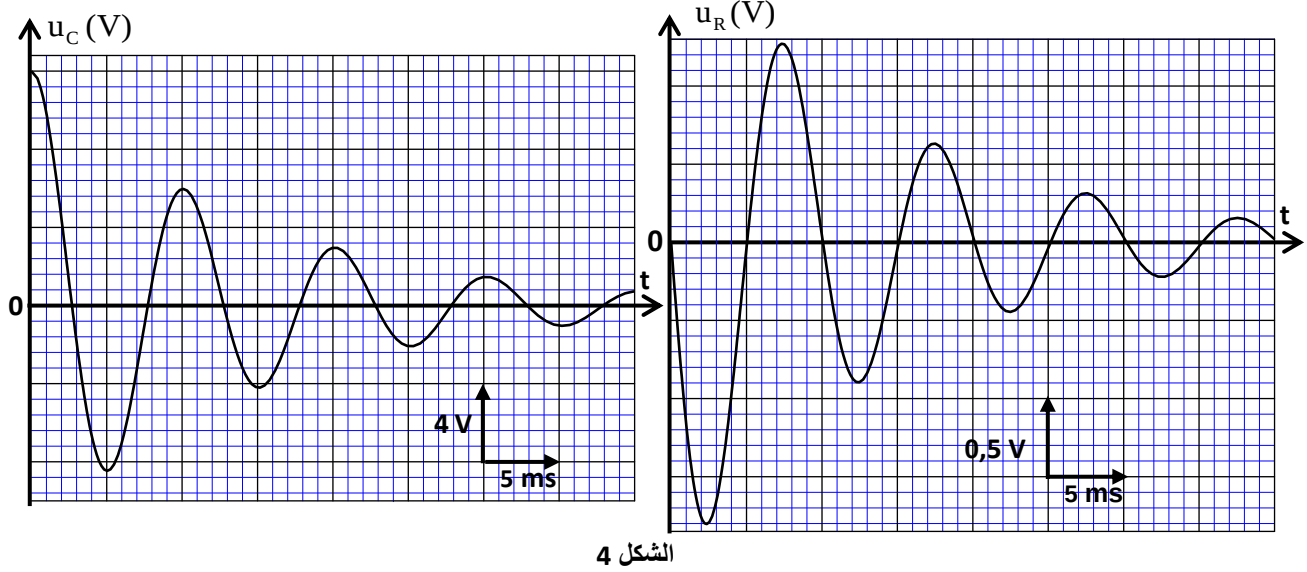
2-2 أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$. 0,5

2-3 أوجد الطاقة $|E_j|$ المبذوبة بمفعول جول في الدارة بين اللحظتين

$t_1 = 0$ و $t_2 = 14ms$. 1



الشكل 3

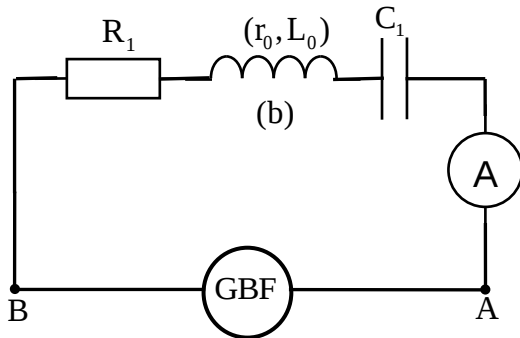


الشكل 4

3 - التذبذبات القسرية في دارة RLC على التوالي

تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 5 من :

- مولد GBF يزود الدارة بتوتر جيبي $u_{AB}(t) = 3\sqrt{2} \cdot \cos(2\pi N \cdot t)$ معبر عنه بالوحدة V ، تردده N قابل للضبط ؛
- موصل أومي مقاومته R_1 ؛
- مكثف سعته C_1 ؛
- الوشيجة (b) السابقة ؛
- أمبيرمتر .



الشكل 5

معامل الجودة للدارة هو $Q=7$ وعرض المنطقة الممررة ذات -3dB هو 14,3Hz .

عند الرنين ، يشير الأمبيرمتر إلى القيمة : $I_0 = 1,85 \cdot 10^2 \text{ mA}$.

1-3 حدد تردد التذبذبات الكهربائية عند الرنين.

0,5

2-3 أوجد قيمة كل من R_1 و C_1 .

0,5

3-3 أحسب القدرة الكهربائية المتوسطة المستهلكة ، بمفعول جول ، في الدارة عندما يأخذ التردد إحدى قيمتي التردد اللذين يحددان المنطقة الممررة.

0,5

الميكانيك (5,5 نقط) الجزء الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول: دراسة حركة سقوط كرتين في الهواء

اهتم العالم الإيطالي غاليلي بدراسة حركة سقوط أجسام مختلفة. و قد تمت هذه الدراسة ، حسب بعض المصادر ، بتحرير هذه الأجسام من فوق برج بيزا (Tour de Pise).

للتحقق من بعض النتائج المتوصل إليها، سندرس في هذا الجزء السقوط في الهواء لكرتين لهما نفس الشعاع

و كتلتان حجميتان مختلفتان.

ندرس حركة كل كرة في معلم $R(O, \vec{k})$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا. نمعلم موضع مركز قصور كل كرة في كل لحظة بالأنسوب z على المحور الرأسى $(O, \vec{k})$ الموجه نحو الأعلى حيث أصله منطبق مع سطح الأرض (الشكل 1).

تخضع كل كرة أثناء سقوطها في الهواء إلى وزنها $\vec{P}$ و إلى قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$ (نهمل دافعة أرخميدس أمام هاتين القوتين).

نقبل أن شدة $\vec{f}$ تكتب : $f = 0,22 \cdot \rho_{\text{air}} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v_z^2$ ، حيث ρ_{air} الكتلة الحجمية للهواء و R شعاع الكرة و v_z القيمة الجبرية لسرعة مركز القصور G للكرة عند لحظة t .

معطيات :

• حجم كرة شعاعها R هو : $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$ ،

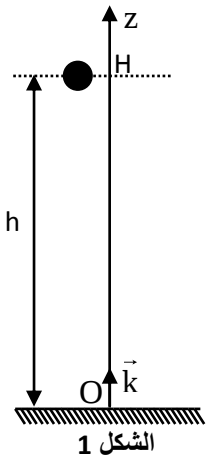
• شدة الثقالة : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ ،

• الكتلة الحجمية للهواء : $\rho_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$.

لدراسة هاتين الحركتين تم استعمال كرتين متجانستين (a) و (b) لهما نفس الشعاع $R = 6 \text{ cm}$

و كتلتان حجميتان على التوالي $\rho_1 = 1,14 \cdot 10^4 \text{ kg.m}^{-3}$ و $\rho_2 = 94 \text{ kg.m}^{-3}$.

تم تحرير الكرتين (a) و (b) عند نفس اللحظة $t = 0$ ، بدون سرعة بدئية، من نفس المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة H . يوجد هذا المستوى على ارتفاع $h = 69 \text{ m}$ من سطح الأرض (الشكل 1).



الشكل 1

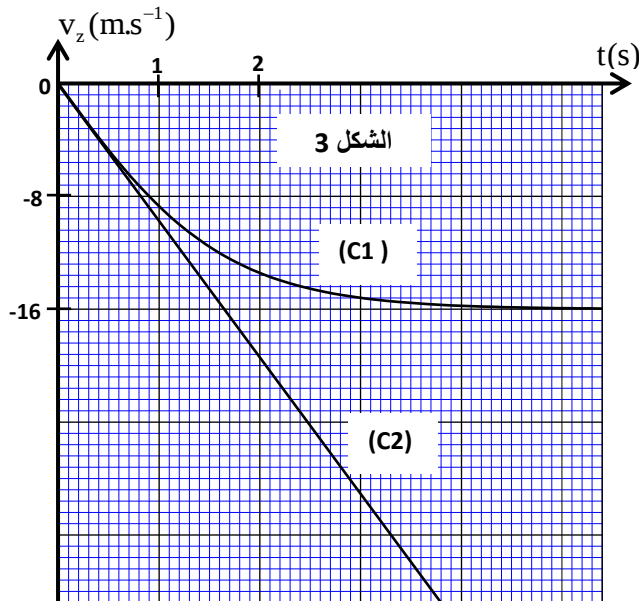
1- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_z لمركز قصور كرة تكتب :

$$\frac{dv_z}{dt} = -g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{\text{air}}}{R \cdot \rho_i} \cdot v_z^2$$

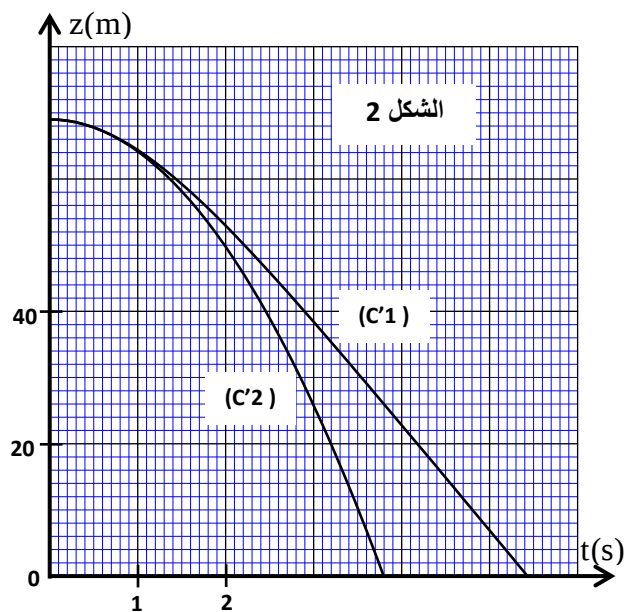
مع ρ_i الكتلة الحجمية للكرة (a) أو (b).

2- استنتج تعبير السرعة الحدية لحركة كرة .

3- تمثل منحنيات الشكلين 2 و 3 تطور الأنسوب $z(t)$ و السرعة $v_z(t)$ خلال الزمن لمركز القصور G لكل كرة أثناء السقوط.



الشكل 3



الشكل 2

3-1- اعتمادا على تعبير السرعة الحدية، بين أن المنحنى (C1) يوافق تغيرات سرعة الكرة (b).

0,25 **3-2** - فسر لماذا يوافق المنحنى (c2) تغيرات أنسوب الكرة (a).

0,75 **4** - اعتمادا على المنحنى (c2)، حدد طبيعة حركة الكرة (a) واكتب معادلتها الزمنية $z(t)$.

0,25 **5** - حدد فرق الارتفاع d بين مركزي قصور الكرتين لحظة وصول الكرة الأولى سطح الأرض (نهمل أبعاد الكرتين).

0,75 **6** - علما أن القيمة الجبرية لسرعة الكرة (b) عند لحظة t_n هي $v_{zn} = -11,47 \text{ m.s}^{-1}$ ، أوجد باستعمال طريقة أولير، قيمة

التسارع a_{zn} للحركة عند اللحظة t_n و السرعة $v_{z(n+1)}$ عند اللحظة t_{n+1} . نأخذ خطوة الحساب $\Delta t = 125 \text{ ms}$.

الجزء الثاني: دراسة حركة نواس اللي

يهدف هذا الجزء إلى دراسة حركة نواس اللي و تحديد بعض المقادير المرتبطة بها.

نتوفر على نواس اللي المكون من سلك فلزي ثابتة ليه C مثبت في حامل عند نقطة P ، و من قضيب MN متجانس معلق بالطرف الحر للسلك في مركز قصوره G (الشكل 4).

القضيب MN قابل للدوران بدون احتكاك حول المحور (Δ) المنطبق مع السلك الفلزي.

عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_A = 4.10^{-4} \text{ kg.m}^2$.

ندرس حركة النواس في معلم مرتبط بمراجع أرضي نعتبره غاليليا.

نمعلم موضع القضيب MN في كل لحظة t بأفصوله الزاوي θ بالنسبة لموضع التوازن المستقر (الشكل 4).

نختار موضع التوازن المستقر مرجعا لطاقة الوضع لى $(E_{pt} = 0)$ ،

و المستوى الأفقي المار من G مرجعا لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp} = 0)$.

نأخذ $\pi^2 = 10$.

ينجز النواس تذبذبات وسعها $\theta_m = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$. مكنت دراسة تجريبية من

الحصول على منحنى الشكل 5 الذي يمثل تغيرات السرعة الزاوية للمتذبذب بدلالة الزمن.

0,25 **1** - بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران، أثبت المعادلة التفاضلية لحركة النواس.

2 - يكتب حل هذه المعادلة التفاضلية على الشكل: $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$ حيث T_0 الدور الخاص للنواس.

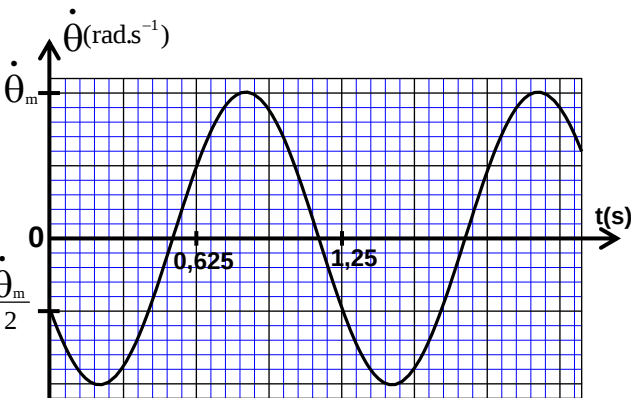
0,75 **2-1** - بين أن التعبير العددي للسرعة الزاوية المعبر

عنها ب rad.s^{-1} ، يكتب: $\dot{\theta}(t) = 4 \cdot \sin\left(1,6\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$.

0,5 **2-2** - حدد قيمة ثابتة اللي C للسلك.

0,75 **3** - أوجد قيمة الطاقة الميكانيكية للمتذبذب و استنتج قيمة

طاقة الوضع عند أصل التواريخ $t = 0$.



الشكل 5

تصحيح الامتحان الوطني الدورة العادية 2016

علوم رياضية

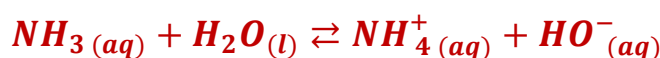
الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول مائي للامونياك و تفاعله مع حمض

1- دراسة محلول مائي للأمونياك

1-1- تحضير المحلول S_1

1-1-1- معادلة تفاعل الأمونياك مع الماء :



1-1-2- تعبير τ_1 بدلالة C_1 و pH_1 و K_e :

جدول التقدم :

معادلة التفاعل		$NH_3(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + HO^-(aq)$			
الحالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_1 \cdot V_1$	بوفرة	0	0
خلال التحول	x	$C_1 \cdot V_1 - x$	بوفرة	x	x
الحالة النهائية	x_{eq}	$C_1 \cdot V_1 - x_{eq}$	بوفرة	x_{eq}	x_{eq}

حسب الجدول الوصفي : $[HO^-]_f = \frac{x_{eq}}{V_1}$ أي $x_{eq} = [HO^-]_f \cdot V_1$

و المتفاعل المحد هو NH_3 نكتب : $C_1 \cdot V_1 - x_{max} = 0$ ومنه $x_{max} = C_1 \cdot V_1$

حسب الجداء الأيوني للماء : $K_e = [H_3O^+]_f \cdot [HO^-]_f$

$$[HO^-]_f = \frac{K_e}{[H_3O^+]_f} = \frac{K_e}{10^{-pH_1}} = K_e \cdot 10^{-pH_1}$$

حسب تعبير نسبة التقدم النهائي :

$$\tau_1 = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{K_e \cdot 10^{-pH_1} \cdot V_1}{C_1 \cdot V_1} = \frac{K_e \cdot 10^{-pH_1}}{C_1}$$

$$\tau_1 = \frac{10^{-14} \times 10^{10,6}}{10^{-2}} \approx 4 \cdot 10^{-2} = 4\% \quad \text{حساب } \tau_1 :$$

1-1-3- تعبير ثابتة التوازن K بدلالة C_1 و τ_1 :

حسب تعبير نسبة التقدم النهائي : $x_{\acute{e}q} = \tau_1 \cdot C_1 \cdot V_1$ ومنه $\tau_1 = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}} = \frac{x_{\acute{e}q}}{C_1 \cdot V_1}$

حسب الجدول الوصفي لدينا : $[HO^-]_f = [NH_4^+]_f = \frac{x_{\acute{e}q}}{V_1} = \frac{\tau_1 \cdot C_1 \cdot V_1}{V_1} = \tau_1 \cdot C_1$

و $[NH_3]_f = \frac{C_1 \cdot V_1 - x_{\acute{e}q}}{V_1} = \frac{C_1 \cdot V_1}{V_1} - \frac{x_{\acute{e}q}}{V_1} = C_1 - \tau_1 \cdot C_1 = C_1(1 - \tau_1)$

تعبير ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[NH_4^+]_f \cdot [HO^-]_f}{[NH_3]_f} = \frac{(\tau_1 \cdot C_1)^2}{C_1(1 - \tau_1)} = \frac{\tau_1^2 \cdot C_1}{1 - \tau_1}$$

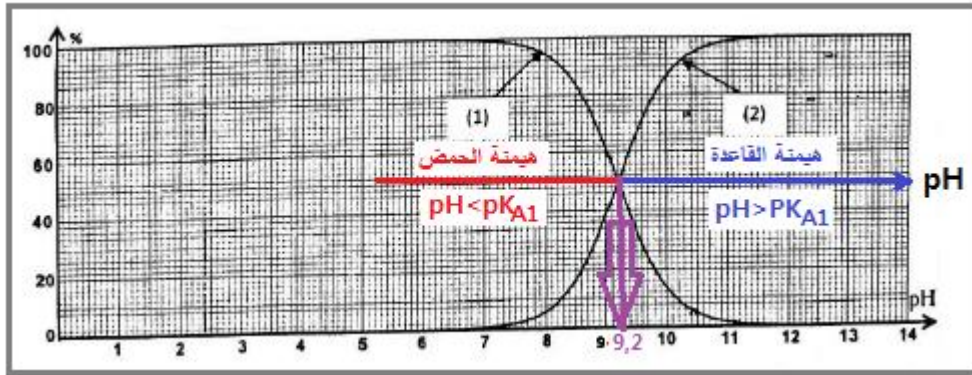
حساب K :

$$K = \frac{(4 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 10^{-2}}{1 - 4 \cdot 10^{-2}} \approx 1,67 \cdot 10^{-5}$$

1-2- دراسة المحلول المخفف S_2

1-2-1- منحنى النوع القاعدي المهيمن :

عند قيمة $pH = 10,4 > pK_A = 9,2$ للنوع القاعدي NH_3 هو المهيمن (أنظر الشكل أسفله) وبالتالي المنحنى 2 يمثل مخطط توزيع النوع القاعدي .



1-2-2- التحديد المبياني ل :

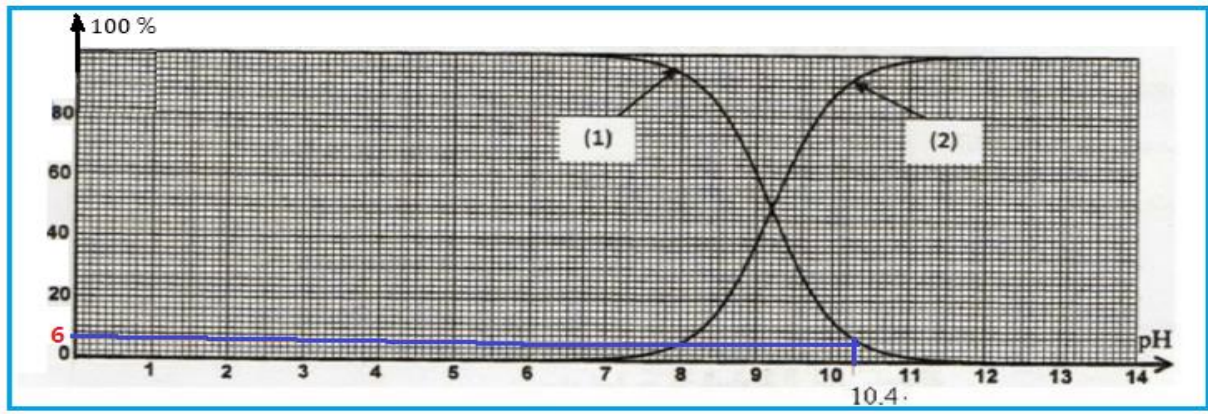
أ- قيمة الثابتة p_{A1} :

حسب المبيان عندما يكون $[NH_3] = [NH_4^+]_f$ نحصل على $pH = pK_{A1}$ مبيانيا نجد : $pK_{A1} = 9,2$

ب- نسبة التقدم النهائي τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}} = \frac{[NH_4^+]_f}{C_2} = \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_4^+]_f + [NH_3]_f}$$

عند $pH_2 = 10,4$ مبيانيا نسبة الحمض هي : $\tau_2 = 0,06 = 6\%$

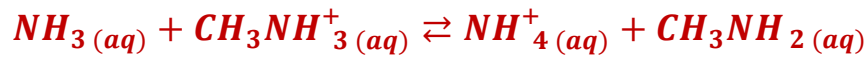


1-2-3- مقارنة τ_1 و τ_2 :

نلاحظ ان $\tau_2 > \tau_1$ نستنتج ان نسبة التقدم النهائي تتعلق بالحالة البدئية و هي تتزايد مع التخفيف.

2- دراسة تفاعل الأمونياك مع أيون مثيل أمونيوم

2-1- معادلة تفاعل الأمونياك مع الأيون مثيل أمونيوم :



2-2- ثابتة التوازن K' :

$$K' = \frac{[NH_4^+]_{\text{éq}} \cdot [CH_3NH_2]_{\text{éq}}}{[NH_3]_{\text{éq}} \cdot [CH_3NH_3^+]_{\text{éq}}} = \frac{[CH_3NH_2]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[CH_3NH_3^+]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[NH_4^+]_{\text{éq}}}{[NH_3]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}} = \frac{K_{A2}}{K_{A1}}$$

$$K' = \frac{10^{-pK_{A2}}}{10^{-pK_{A1}}} = 10^{-pK_{A1} + pK_{A2}}$$

$$K' = 10^{9,2-10,7} \approx 3,16 \cdot 10^{-2}$$

2-3- إثبات تعبير تركيز كل من CH_3NH_2 و NH_4^+ :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$NH_3(aq) + CH_3NH_3^+(aq) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + CH_3NH_2(aq)$			
الحالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C.V$	$C.V$	0	0
خلال التحول	x	$C.V - x$	$C.V - x$	x	x
الحالة النهائية	$x_{\text{éq}}$	$C.V - x_{\text{éq}}$	$C.V - x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

حسب الجدول الوصفي :

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_2]_{\acute{e}q} = \frac{x_{\acute{e}q}}{2V}$$

$$[NH_3]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_3^+]_{\acute{e}q} = \frac{C.V - x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{n - x_{\acute{e}q}}{2V}$$

$$K' = \frac{[NH_4^+]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3NH_2]_{\acute{e}q}}{[NH_3]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3NH_3^+]_{\acute{e}q}} = \frac{[NH_4^+]_{\acute{e}q}^2}{[NH_3]_{\acute{e}q}^2} = \frac{\left(\frac{x_{\acute{e}q}}{2V}\right)^2}{\left(\frac{n-x_{\acute{e}q}}{2V}\right)^2} = \left(\frac{x_{\acute{e}q}}{n - x_{\acute{e}q}}\right)^2$$

$$\frac{x_{\acute{e}q}}{n - x_{\acute{e}q}} = \sqrt{K'} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = \sqrt{K'} \cdot (n - x_{\acute{e}q}) = n \cdot \sqrt{K'} - x_{\acute{e}q} \cdot \sqrt{K'}$$

$$x_{\acute{e}q}(1 + \sqrt{K'}) = n \cdot \sqrt{K'} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = \frac{n \cdot \sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}} = \frac{C.V \cdot \sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$$

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_2]_{\acute{e}q} = \frac{x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{C.V \cdot \sqrt{K'}}{2V(1 + \sqrt{K'})}$$

نستنتج :

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_2]_{\acute{e}q} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$$

4-2- تحديد pH الخليط عند التوازن :

لدينا :

$$pH = pK_{A1} + \log \frac{[NH_3]_{\acute{e}q}}{[NH_4^+]_{\acute{e}q}}$$

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$$

$$[NH_3]_{\acute{e}q} = \frac{C.V - x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{C}{2} - \frac{x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{C}{2} - \frac{C.V \cdot \sqrt{K'}}{2V(1 + \sqrt{K'})} = \frac{C}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}\right)$$

$$[NH_3]_{\acute{e}q} = \frac{C}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{K'} + \sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}\right) = \frac{C}{2} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{K'}}\right)$$

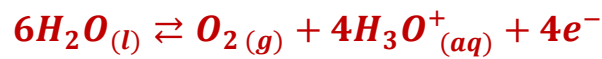
$$\frac{[NH_3]_{\text{éq}}}{[NH_4^+]_{\text{éq}}} = \frac{\frac{c}{2} \left(\frac{1}{1+\sqrt{K'}} \right)}{\frac{c}{2} \left(\frac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}} \right)} = \frac{1}{\sqrt{K'}}$$

$$pH = pK_{A1} + \log \frac{1}{\sqrt{K'}} = pK_{A1} - \log \sqrt{K'}$$

$$pH = 9,2 - \frac{1}{2} \log(3,16 \cdot 10^{-2}) \approx 9,95$$

الجزء الثاني : التحليل الكهربائي لمحلول مائي لنترات لنترات الفضة

1- معادلة التفاعل الحاصل في الأنود (أكسدة انودية) :



2- إثبات تعبير التقدم x بالاستعانة بالجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$6H_2O_{(l)} + 4Ag^+_{(s)} \rightleftharpoons O_{2(g)} + 4H_3O^+_{(aq)} + 4Ag_{(s)}$						كمية مادة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول						الإلكترونات المنتقلة
الحالة البدئية	0	بوفرة	$n_i(Ag^+)$		0	n_0	0	$n(e^-) = 0$
خلال التحول	x	بوفرة	$n_i(Ag^+) - 4x$		x	$n_0 + 4x$	$4x$	$n(e^-) = 4x$
الحالة النهائية	x_f	بوفرة	$n_i(Ag^+) - 4x_f$		x_f	$n_0 + 4x_f$	$4x_f$	$n(e^-) = 4x_f$

حسب الجدول الوصفي :

$$[H_3O^+]_t = \frac{n_0 + 4x}{V} = [H_3O^+]_0 + \frac{4x}{V}$$

$$\frac{4x}{V} = [H_3O^+]_t - [H_3O^+]_0 \Rightarrow x = \frac{V}{4} (10^{-pH} - 10^{-pH_0})$$

3- تحديد اللحظة t_1 التي يأخذ فيها الخليط القيمة $pH_1 = 1,5$:

لدينا حسب الجدول الوصفي :

$$\begin{cases} n(e^-) = 4x \\ n(e^-) = \frac{I \cdot t_1}{F} \end{cases} \Rightarrow 4x = \frac{I \cdot t_1}{F} \Rightarrow x = \frac{I \cdot t_1}{4F}$$

$$\begin{cases} x = \frac{V}{4} (10^{-pH} - 10^{-pH_0}) \\ x = \frac{I \cdot t_1}{4F} \end{cases} \Rightarrow \frac{I \cdot t_1}{4F} = \frac{V}{4} (10^{-pH} - 10^{-pH_0}) \Rightarrow t_1 = \frac{F \cdot V}{I} (10^{-pH} - 10^{-pH_0})$$

$$t_1 = \frac{96500 \times 0,4}{0,266} (10^{-1,5} - 10^{-3}) \Rightarrow t_1 = 4443,75 \text{ s} \approx 14 \text{ h } 14 \text{ min}$$

الفيزياء

التحولات النووية : النشاط الإشعاعي للبولونيوم

1- معادلة التحول النووي :



حسب قانون انحفاظ الشحنة : $84 = Z + 2$ أي : $Z = 84 - 2 = 82$

النواة المتولدة هي : ${}^{206}_{82}\text{Pb}$

2- الطاقة الناتجة $|\Delta E|$ عن تفتت نواة واحدة من ${}^{210}_{84}\text{Po}$:

$$|\Delta E| = |E_\ell({}^{210}_{84}\text{Po}) - E_\ell({}^{206}_{82}\text{Pb}) - E_\ell({}^4_2\text{He})|$$

$$|\Delta E| = |1,6449 \cdot 10^3 - 1,6220 \cdot 10^3 - 28,2989| = |-5,3989| = 5,3989 \text{ MeV}$$

$$|\Delta E| \approx 5,4 \text{ MeV}$$

-3

3-1- اختيار الاقتراح الصحيح :

عدد النوى المتبقية عند اللحظة t تكتب : $N = N_0 \cdot e^{-t \cdot \ln 2 / t_{1/2}}$

عند اللحظة $t = 4t_{1/2}$ نحصل على :

$$N = N_0 \cdot e^{-4t_{1/2} \cdot \ln 2 / t_{1/2}} = N_0 \cdot e^{-4 \ln 2} = N_0 \cdot e^{\ln 2^{-4}} = N_0 \cdot 2^{-4} = \frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16}$$

عدد النوى المتفتتة هو : $N_D = N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{16} = \frac{15}{16} \cdot N_0$

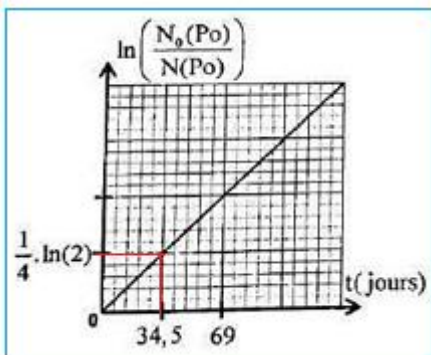
الجواب الصحيح هو د

3-2- تحديد عمر النصف $t_{1/2}$ مبيانيا :

قانون التناقص الإشعاعي يكتب :

$$N(\text{Po}) = N_0(\text{Po}) \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{N(\text{Po})}{N_0(\text{Po})} = e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow$$

$$\frac{N_0(\text{Po})}{N(\text{Po})} = e^{\lambda \cdot t} \quad (1)$$



$$\ln \left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)} \right) = \lambda \cdot t \Rightarrow \ln \left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)} \right) = \lambda \cdot t$$

$$\lambda = \frac{\Delta \ln \left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)} \right)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \ln 2}{34,5}$$

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \ln 2}{34,5}$$

$$t_{1/2} = 4 \times 34,5 = 138 \text{ jours}$$

3-3- تحديد t_1 :

العلاقة (1) تكتب:

$$\frac{N_0(Po)}{N(Po)} = e^{\lambda \cdot t_1} \Rightarrow \lambda \cdot t_1 = \ln \left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)} \right) \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)} \right)$$

$$t_1 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)} \right)$$

$$N(Po) + N(Pb) = N_0(Po)$$

$$\frac{N_0(Po)}{N(Po)} = \frac{N(Po) + N(Pb)}{N(Po)} = 1 + \frac{N(Pb)}{N(Po)} = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

العلاقة (2) تكتب :

$$t_1 = \frac{138}{\ln 2} \times \ln \left(\frac{7}{5} \right) = 67 \text{ jours}$$

الكهرباء :

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$

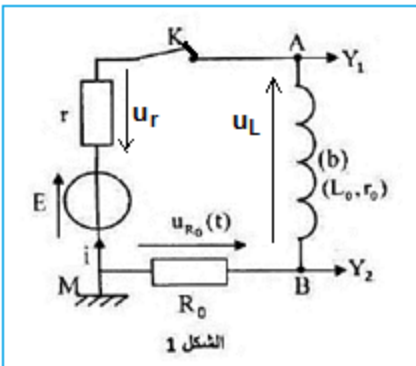
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{R_0} + u_L + u_r = E$$

$$R_0 \cdot i + r_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = E \Rightarrow L_0 \cdot \frac{di}{dt} + (R_0 + r_0 + r) \cdot i = E$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{L_0}{R_0 + r_0 + r} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_0 + r_0 + r}$$



$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = I \begin{cases} I = \frac{E}{R_0 + r_0 + r} : \text{ شدة التيار في النظام الدائم} \\ \tau = \frac{L_0}{R_0 + r_0 + r} : \text{ ثابتة الزمن} \end{cases}$$

1-2- قيمة E :

حسب المنحنى (C_1) الذي يمثل التوتر u_{AM} عند اللحظة $t = 0$ يكون $i = 0$ ومنه مبيانيا نجد:

$$u_{AM} = E = 12 \text{ V}$$

1-3- قيمة r :

التوتر $u_{AM} = E - ri$ في النظام الدائم يكتب :

$$r = \frac{E - u_{AM\infty}}{I} \quad \text{أي} \quad u_{AM\infty} = E - r \cdot I$$

التوتر $u_{BM} = R_0 \cdot i$ في النظام الدائم يكتب :

$$I = \frac{u_{BM\infty}}{R_0} \quad \text{أي} \quad u_{BM\infty} = R_0 \cdot I$$

من العلاقتين نستنتج :

$$r = \frac{E - u_{AM\infty}}{R_0} \cdot u_{BM}$$

$$r = \frac{12 - 10}{9} \times 45 = 10 \Omega$$

إثبات ان $r_0 = 5 \Omega$

في النظام الدائم المعادلة التفاضلية تكتب :

$$I = \frac{E}{R_0 + r_0 + r} \Rightarrow R_0 + r_0 + r = \frac{E}{I} \Rightarrow r_0 = \frac{E}{u_{BM}} \cdot R_0 - R_0 - r$$

$$r_0 = \frac{12}{9} \times 45 - 45 - 10 = 5 \Omega$$

1-4- التحقق من قيمة L_0 :

$$L_0 = \tau \cdot (R_0 + r_0 + r) \quad \text{أي} \quad \tau = \frac{L_0}{R_0 + r_0 + r}$$

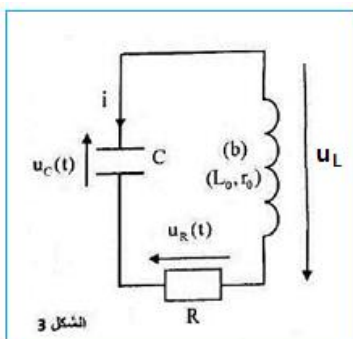
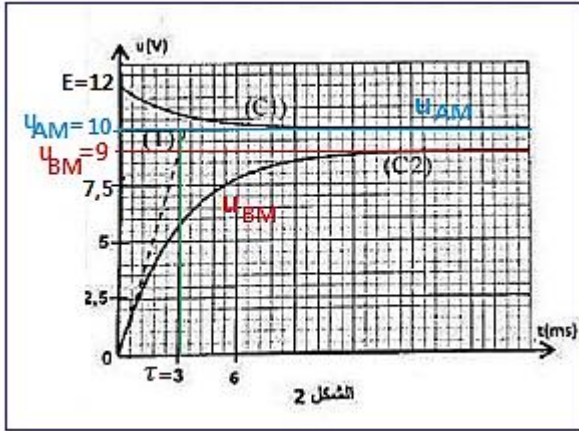
مبيانيا نجد : $\tau = 3 \text{ ms}$

$$L_0 = 3 \cdot 10^{-3} \times (45 + 5 + 10) = 0,18 \text{ H}$$

2- تفريغ مكثف في ثنائ القطب RL

2-1- النظام الذي يوافق منحنى الشكل 4 :

النظام شبه دوري



2-2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_R + u_C = 0$$

$$L_0 \cdot \frac{di}{dt} + r_0 \cdot i + R \cdot i + u_C = 0$$

$$L_0 \cdot \frac{di}{dt} + (R + r_0) \cdot i + u_C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \cdot \frac{du_C}{dt} \right) = C \cdot \frac{d}{dt} \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$L_0 \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R + r_0) \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R + r_0}{L_0} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L_0 \cdot C} u_C = 0$$

2-3- الطاقة $|E_J|$ المبددة بمفعول جول بين اللحظتين $t_1 = 0$ و $t_2 = 14 \text{ ms}$:

الطاقة الكلية تكتب : $E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} L_0 \cdot i^2$

عند اللحظة $t_1 = 0$ حسب الشكل 4

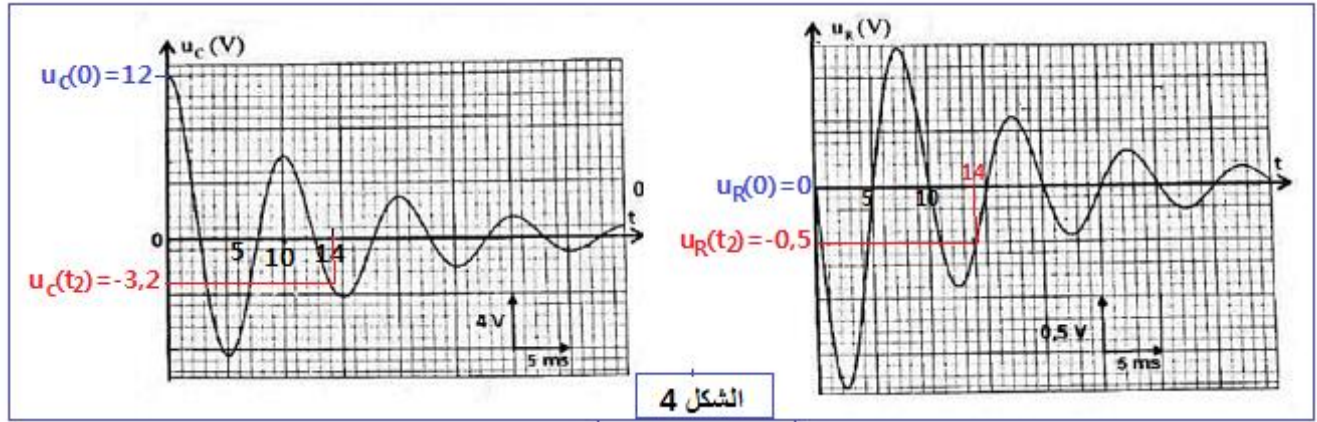
$$\begin{cases} u_C(0) = 12 \\ i(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow E_{T1} = E_{e1} = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(0) = \frac{1}{2} \times 14,1 \times 10^{-6} \times 12^2 = 1,015 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

عند اللحظة $t_2 = 14 \text{ ms}$ حسب الشكل 4

$$\begin{aligned} \begin{cases} u_C(t_2) = 3,2 \text{ V} \\ u_R(t_2) = -0,5 \text{ V} \end{cases} &\Rightarrow E_{T2} = E_{e2} + E_{m2} = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_2) + \frac{1}{2} L_0 \cdot i^2(t_2) = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_2) + \frac{1}{2} L_0 \cdot \left(\frac{u_R(t_2)}{R} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 14,1 \times 10^{-6} \times (-3,2)^2 + \frac{1}{2} \times 0,18 \times \left(\frac{-0,4}{20} \right)^2 = 1,284 \cdot 10^{-4} \text{ J} \end{aligned}$$

$$|E_J| = |E_{T1} - E_{T2}| = |1,015 \cdot 10^{-3} - 1,284 \cdot 10^{-4}| = 8,868 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$|E_J| \approx 9 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$



3- التذبذبات القسرية في دائرة RLC على التوالي

3-1- تردد تردد التذبذبات الكهربائية عند الرنين :

حسب تعبير معامل الجودة :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \Rightarrow N_0 = Q \cdot \Delta N$$

$$N_0 = 7 \times 14,3 \approx 100 \text{ Hz}$$

3-2- تحديد قيمة R_1 :

عند الرنين ، ممانعة الدارة تساوي : $Z_0 = R_1 + r_0$

حسب تعبير التوتر $u_{AB}(t) = 3\sqrt{2}\cos(2\pi \cdot N \cdot t)$ فإن التوتر الفعال هو $U = 3V$

$$Z_0 = \frac{U}{I_0} \Rightarrow R_1 + r_0 = \frac{U}{I_0} \Rightarrow R_1 = \frac{U}{I_0} - r_0$$

$$R_1 = \frac{3}{1,85 \cdot 10^2 \times 10^{-3}} - 5 = 11,2 \Omega$$

- تحديد قيمة C_1 : عند الرنين تعبير التردد الخاص يكتب :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 \cdot C_1}} \Rightarrow N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L_0 \cdot C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L_0 \cdot N_0^2}$$

$$C_1 = \frac{1}{4\pi^2 \times 0,18 \times 100^2} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

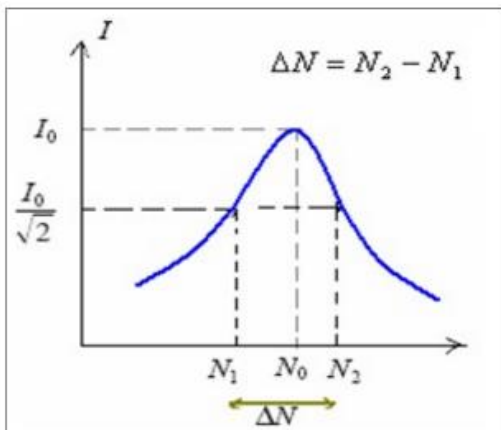
$$C_1 = 14 \mu\text{F}$$

3-3- القدرة الكهربائية المتوسطة المستهلكة بمفعول جول، عندما يأخذ التردد

إحدى قيمتي المنطقة الممرية :

قيمة شدة التيار (انظر الشكل جانبه) : $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$$P = R_T \cdot I^2$$



$$P = (R_1 + r_0) \cdot \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} (R_1 + r_0) \cdot I_0^2$$

$$P = \frac{1}{2} \times (11,2 + 5) \times 0,185^2 \approx 0,28 \text{ W}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة سقوط كرتين في الهواء

1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_z لمركز قصور الكرة :

المجموعة المدروسة : {الكرة}

- جرد القوى بعد إهمال دافعة أرخميدس تخضع الكرة لقوتين :

$\vec{P}$: وزن الكرة

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك المائع

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \cdot \vec{a}_G$ أي : $\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

الاسقاط على المحور Oz :

$$-m_1 \cdot g + f = m_1 \cdot a_z \Rightarrow -g + \frac{f}{m_1} = \frac{dv_z}{dt}$$

$$m_1 = \rho_1 \cdot V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho_1 \quad , \quad f = 0,22 \cdot \rho_{air} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v_z^2$$

$$\frac{f}{m_1} = \frac{0,22 \cdot \rho_{air} \cdot \pi \cdot R^2}{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho_1} \cdot v_z^2 = 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_z^2$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_z^2$$

2- تعبير السرعة الحدية لحركة الكرة (b) :

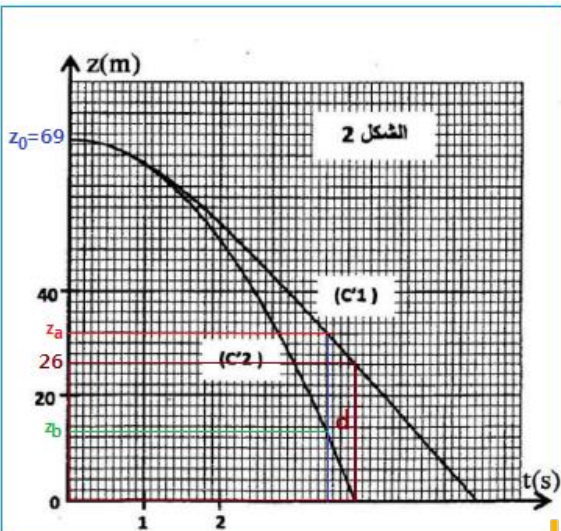
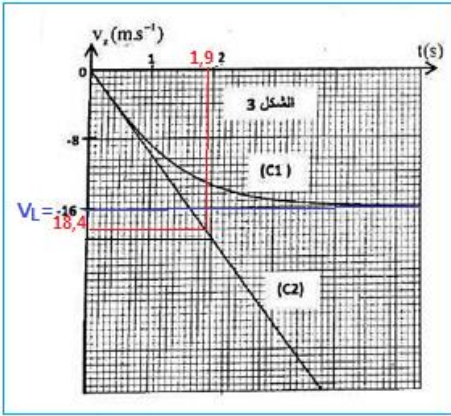
عندما تأخذ الكرة السرعة الحدية v_L يكون $\frac{dv_z}{dt} = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب :

$$-g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_L^2 = 0 \Rightarrow v_L^2 = \frac{g \cdot R \cdot \rho_1}{0,165 \rho_{air}}$$

$$v_L = \sqrt{\frac{g \cdot R \cdot \rho_1}{0,165 \rho_{air}}}$$

-3

3-1- بالنسبة للكرة (b) نحدد السرعة الحدية :



$$v_L = \sqrt{\frac{g \cdot R \cdot \rho_2}{0,165 \rho_{air}}} = \sqrt{\frac{9,8 \times 6.10^{-2} \times 94}{0,165 \times 1,3}} = 16 \text{ m/s}$$

بما ان منحى حركة الكرة معاكس لمنحى المحور Oz ، فإن :

$$v_{LZ} = -16 \text{ m/s}$$

حسب الشكل 3 السرعة الحدية $v_{LZ} = -16 \text{ m/s}$ للمنحنى (C_1) يوافق تغيرات سرعة الكرة (b) .

3-2- تفسير موافقة المنحنى (C_2) تغيرات أنسوب الكرة (a) :

بمقارنة الكتلة الحجمية للكرتين نلاحظ ان : $\rho_1 > \rho_2$

أثناء السقوط أنسوب الكرة الاثقل هو الاكبر : $z(a) > z(b)$

و هو ما يوافق الشكل 3 جانبه.

إذن المنحنى (C_2) يوافق تغيرات أنسوب الكرة (a).

4- طبيعة حركة الكرة (a) :

حسب مبيان الشكل 3 يتبين أن منحى (C_2) عبارة عن دالة خطية معادلتها تكتب : $v_z = kt$

إذن حرة الكرة (a) مستقيمة متغيرة (متسارعة) بانتظام.

k المعامل الموجه نكتب :

$$k = \frac{\Delta v_z}{\Delta t} = \frac{18,4 - 0}{1,9 - 0} = 9,68 \text{ m/s}^{-2}$$

معادلة السرعة تكتب : $v_z = 9,68 \cdot t$ التكامل يعطي :

$$z = \frac{1}{2} \times 9,68 t^2 + z_0$$

لدينا : $z_0 = h = 69 \text{ m}$

المعادلة الزمنية تكتب :

$$z(t) = 4,84 t^2 + 69$$

5- تحديد فرق الارتفاع d بين مركزي الكرتين لحظة وصول الكرة الأولى إلى سطح الارض :

حسب مبيان الشكل 2 تصل الكرة (a) إلى سطح الارض عند اللحظة $t = 3,8 \text{ s}$ عند هذه اللحظة يكون أنسوب الكرة (b)

هو 26 m وبالتالي المسافة $d = 26 \text{ m}$

6- قيمة التسارع a_n :

حسب معادلة التفاضلية للسرعة للكرة (b) :

$$\frac{d v_z}{dt} = -g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_z^2$$

$$a_z = -9,8 + 0,165 \times \frac{1,3}{6.10^{-2} \times 94} \cdot v_z^2 = -9,8 + 3,8.10^{-2} \cdot v_z^2$$

باستعمال طريقة اولير :

$$a_n = -9,8 + 3,8 \cdot 10^{-2} \cdot v_n^2 \Rightarrow a_n = -9,8 + 3,8 \cdot 10^{-2} \times (-11,47)^2 \approx -4,8 \text{ m.s}^{-2}$$

حساب السرعة v_{n+1} :

$$v_{n+1} = a_n \cdot \Delta t + v_n \Rightarrow v_{n+1} = -4,8 \times 0,125 - 11,47 \approx -12,07 \text{ m.s}^{-1}$$

الجزء الثاني : دراسة حركة نواس اللي

1- إثبات المعادلة التفاضلية لحركة النواس :

المجموعة المدروسة { القضيب }

جرد القوى التي يخضع لها القضيب :

الوزن : $\vec{P}$

تأثير السلك : $\vec{T}$

تأثير مزدوجة اللي ذات العزم $M_T = -C \cdot \theta$

تطبيق العلاقة الأساسية لديناميك الدوران :

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{T}) + M_T = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

خطا تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}$ يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{T}) = 0$

$$-C \cdot \theta = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$$

2- إثبات التعبير العددي للسرعة الزاوية :

حل المعادلة الزمنية يكتب : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

اشتقاق الافصول الزاوي :

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}(t) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

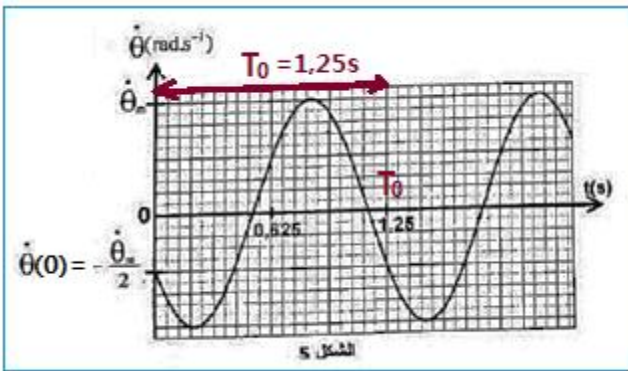
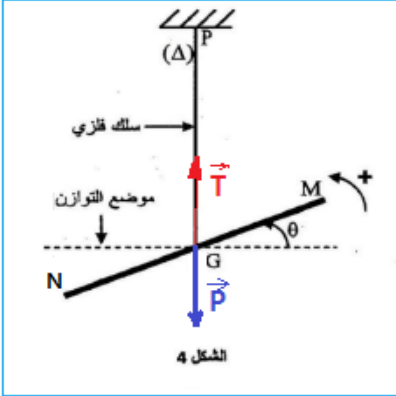
$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi + \pi\right)$$

مبياننا قيمة الدور الخاص : $T_0 = 1,25 \text{ s}$ ومنه:

$$\frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1,25} = 1,6\pi$$

$$\dot{\theta}_m \leq \dot{\theta} \leq -\dot{\theta}_m : \dot{\theta}_m = \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m = 1,6\pi \times \frac{\pi}{4} = 3,95 \approx 4 \text{ rad.s}^{-1}$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا :



$$\begin{cases} \dot{\theta}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m \sin \varphi \\ \dot{\theta}(0) = -\frac{\dot{\theta}_m}{2} \end{cases} \Rightarrow -\dot{\theta}_m \sin \varphi = -\frac{\dot{\theta}_m}{2} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \varphi = \sin \left(\frac{\pi}{6} \right)$$

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} (\dot{\theta}(0) < 0) \text{ السرعة سالبة}$$

تعبير السرعة الزاوية :

$$\dot{\theta}(t) = 4 \cdot \sin \left(1,6\pi t + \frac{\pi}{6} + \pi \right) \Rightarrow \dot{\theta}(t) = 4 \cdot \sin \left(1,6\pi t + \frac{7\pi}{6} \right)$$

2-2- تحديد قيمة C :

حسب تعبير الدور الخاص لنواس اللي :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{J_{\Delta}}{C} \Rightarrow C = 4\pi^2 \cdot \frac{J_{\Delta}}{T_0^2}$$

تطبيق عددي :

$$C = 4\pi^2 \times \frac{4 \cdot 10^{-4}}{1,25^2} = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

3- الطاقة الميكانيكية للمتذبذب :

باعتبار الاحتكاكات مهملة ، فإن الطاقة الميكانيكية للنواس تنحفظ :

$$E_m = E_c + E_{pt} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta^2$$

عندما تكون الطاقة الحركية قصوى E_{cmax} تكون طاقة وضع اللي منعدمة E_{ptmin} والعكس صحيح.

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-4} \times 4^2 = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow E_m = 3,2 \text{ mJ}$$

استنتاج طاقة وضع اللي عند اللحظة $t = 0$:

الطاقة الميكانيكية تنحفظ :

$$E_m = E_{m0} = E_{c0} + E_{pt0} \Rightarrow E_{pt0} = E_m - E_{c0}$$

مبياناً حسب الشكل 5 نجد : $\dot{\theta}(0) = -\frac{\dot{\theta}_m}{2}$

$$E_{pt0} = E_m - E_{c0} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}(0)^2 = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \left(\dot{\theta}_m^2 - \frac{1}{4} \dot{\theta}_m^2 \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 = \frac{3}{4} \cdot E_m$$

$$E_{pt0} = \frac{3}{4} \times 3,2 \cdot 10^{-3} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow E_{pt0} = 2,4 \text{ mJ}$$