

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2016
-الموضوع -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

NS 27



3	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
5	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

◀ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة
◀ تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

يتضمن موضوع الامتحان أربعة تمارين: تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

● الكيمياء: استعمالات حمض البنزويك (7 نقط)

● الفيزياء: (13 نقطة)

○ التمرين 1: تطبيقات الإشعاع النووي في الطب (2.5 نقط)

○ التمرين 2: استجابة ثنائي القطب (5 نقط)

○ التمرين 3: حركة جسم صلب خاضع لقوى (ثابتة - متغيرة) (5.5 نقط)

التنقيط	الموضوع
	الكيمياء (7 نقط): استعمالات حمض البنزويك
	يستعمل حمض البنزويك $C_6H_5 - COOH$ في عدة منتجات صيدلانية، كما يستغل كمادة حافظة في بعض المواد الغذائية مثل عصير الفواكه والمشروبات الغازية غير الكحولية، ويعرف بالرمز (E210)، ويوظف كذلك في تصنيع بعض الإسترات المستعملة في العطور. حمض البنزويك الخالص عبارة عن بلورات بيضاء يمكن تحضيره في المختبر وفق برتوكول تجريبي معين. يهتم الجزء الأول من هذا التمرين بتحديد النسبة المئوية لحمض البنزويك الخالص الموجود في عينة محضرة من طرف كيميائي في المختبر، أما الجزء الثاني فيهتم بتحضير إستر انطلاقا من حمض البنزويك.
	معطيات:
	$K_A(C_6H_5 - COOH(aq) / C_6H_5 - COO^-(aq)) = 6,31.10^{-5}$ $M(C_6H_5CO_2H) = 122 \text{ g.mol}^{-1}$
	الجزء الأول: تحديد النسبة المئوية لحمض البنزويك الخالص الموجود في عينة من البلورات المحضرة قام كيميائي بتحضير كمية من بلورات حمض البنزويك في المختبر كتلتها $m_0 = 244 \text{ mg}$. بعد إذابتها كليا في الماء المقطر، حصل على محلول مائي (S_0) حجمه $V_0 = 100 \text{ mL}$ وله $pH \approx 2,95$.
0,5	1. أكتب المعادلة الكيميائية المنمجة للتحويل الحاصل بين حمض البنزويك $C_6H_5 - COOH(aq)$ والماء.
0,25	2. أحسب قيمة pK_A للمزدوجة $C_6H_5 - COOH(aq) / C_6H_5 - COO^-(aq)$.
0,5	3. حدد، معلا جوابك، النوع المهيمن للمزدوجة $C_6H_5 - COOH(aq) / C_6H_5 - COO^-(aq)$ في المحلول (S_0).
	4. لمعرفة قيمة الكتلة m للحمض الخالص الموجود في البلورات المحضرة، قام الكيميائي بمعايرة الحجم $V_A = 10,0 \text{ mL}$ من المحلول (S_0) بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+(aq) + HO^-(aq)$ تركيزه المولي $C_B = 1,0.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. الحجم المضاف عند التكافؤ هو $V_{B,E} = 18,0 \text{ mL}$.
0,5	1.4. أكتب معادلة التفاعل الحاصل بين حمض البنزويك $C_6H_5 - COOH(aq)$ وأيونات الهيدروكسيد $HO^-(aq)$ والذي نعتبره كليا.
0,5	2.4. أحسب قيمة C_A التركيز المولي للمحلول المحضر (S_0).
0,5	3.4. استنتج قيمة m كتلة حمض البنزويك الخالص الموجود في المحلول (S_0) ذي الحجم V_0 .
0,5	4.4. حدد قيمة النسبة المئوية p لحمض البنزويك الخالص الموجود في البلورات المحضرة من طرف الكيميائي.
	الجزء الثاني: تحضير إستر انطلاقا من حمض البنزويك
	يُستعمل حمض البنزويك في تحضير إسترات لها رائحة عطر مميزة من بينها بنزوات المثيل $C_6H_5 - COO - CH_3$ المُصنع عن طريق تفاعل الأسترة بين حمض البنزويك والميثانول، وبوجود حمض الكبريتيك وفق المعادلة الآتية: $C_6H_5 - COOH + CH_3 - OH \rightleftharpoons C_6H_5 - COO - CH_3 + H_2O$
	ننجز أسترة خليط متساوي المولات يتكون من $n = 0,3 \text{ mol}$ من حمض البنزويك و $n = 0,3 \text{ mol}$ من الميثانول. ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة تفاعل الأسترة هي $K = 4$.
0,25	1. أذكر دور حمض الكبريتيك في هذا التفاعل.
1	2. أنشئ الجدول الوصفي لتقدم تفاعل الأسترة.
0,75	3. بين أن تعبير x_{eq} تقدم التفاعل عند التوازن يكتب: $x_{eq} = \frac{n \cdot \sqrt{K}}{(1 + \sqrt{K})}$.
0,5	4. حدد تركيب الخليط عند حالة توازن المجموعة الكيميائية.
0,5	5. أحسب قيمة r مردود التفاعل.

0,75 6. نضيف كمية من حمض البنزويك إلى المجموعة الكيميائية الموجودة في حالة التوازن. أجب بصحيح أو خطأ عن كل من الاقتراحات أ وب وج.

أ	ينتقل توازن المجموعة الكيميائية في المنحى المباشر
ب	يزداد مردود هذا التفاعل
ج	تزداد قيمة ثابتة التوازن K

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين 1 (2.5 نقط): تطبيقات الإشعاع النووي في الطب
توظف الأنشطة الإشعاعية في مجالات عدة منها الطب، حيث يمكن تشخيص مرض بطريقة التصوير الطبي باستعمال مواد إشعاعية النشاط مثل الفلوروزي أوكسي غليكوز ($\text{fluorodéoxyglucose}$) الذي يرمز له للتبسيط بالرمز FDG والمتضمن لنواة الفلور $^{18}_9\text{F}$ الإشعاعية النشاط. بعد إنجاز حقن وريدي لمريض بواسطة FDG يمكن تتبع الإشعاعات المنبعثة بواسطة كاميرات خاصة.
معطيات:

النواة	$^{18}_{10}\text{Ne}$	$^{18}_9\text{F}$	$^{18}_8\text{O}$	$^{14}_7\text{N}$	
طاقة الربط بالنسبة لنوية $\frac{E_L}{A} (\text{MeV} / \text{nucléon})$	7,338	6,629	7,765	7,473	
عمر النصف للفلور $^{18}_9\text{F}$: $t_{1/2} = 110 \text{ min}$					

- 1. تفتت نواة الفلور $^{18}_9\text{F}$**
الفلور $^{18}_9\text{F}$ إشعاعي النشاط β^+ .
0,75 1.1. أكتب معادلة تفتت نواة الفلور $^{18}_9\text{F}$ ، محددًا النواة المتولدة.
0,75 2.1. أنقل على ورقة تحريرك رقم السؤال وأكتب الحرف الموافق للاقتراح الوحيد الصحيح من بين ما يلي:

أ	تتكون نواة الفلور $^{18}_9\text{F}$ من 18 نوترونا و 9 بروتونا
ب	كتلة نواة الفلور $^{18}_9\text{F}$ أصغر من مجموع كتل نوياتها
ج	يعبر عن طاقة الربط لنواة بالوحدة $(\text{MeV} / \text{nucléon})$
د	يعبر عن ثابتة النشاط الإشعاعي بالعلاقة: $\lambda = t_{1/2} \cdot \ln 2$

0,5 3.1. حدد، معلا جوابك، النواة الأكثر استقرارا من بين: $^{18}_{10}\text{Ne}$ ؛ $^{18}_8\text{O}$ ؛ $^{14}_7\text{N}$.

0,5 2. **حقن مريض بواسطة FDG**
لإنجاز تصوير طبي بالنسبة لمريض، ينبغي حقنه بحقنة من FDG نشاطها الإشعاعي $a = 5,0 \cdot 10^8 \text{ Bq}$.
تم تحضير حقنة من FDG في جناح الطب النووي من مستشفى على الساعة الخامسة صباحا حيث نشاطها الإشعاعي هو a_0 ، ليتم حقن المريض بها على الساعة العاشرة صباحا من نفس اليوم.
تحقق أن قيمة a_0 هي $a_0 \approx 3,3 \cdot 10^9 \text{ Bq}$.

التمرين 2 (5 نقط): استجابة ثنائي القطب

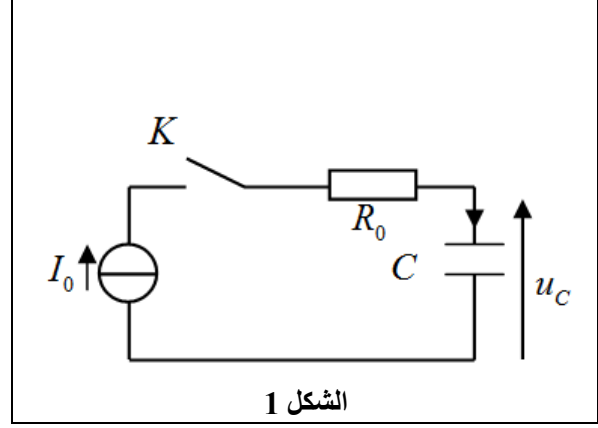
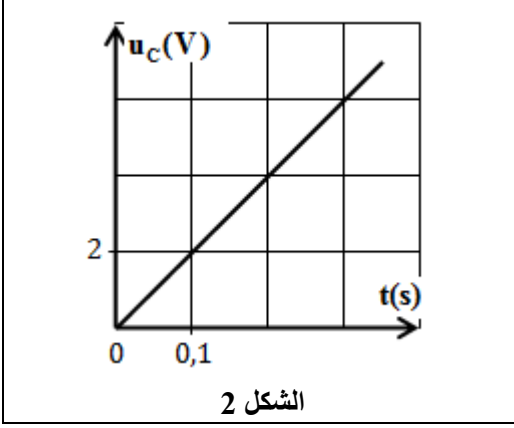
أراد أستاذ تحديد قيمة C سعة مكثف تجريبيًا من خلال دراسة شحنه باستعمال مولد مؤمّل للتيار، والتحقق من النتيجة من خلال دراسة استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة، قصد استعمال هذا المكثف في الدراسة الطاقية لدارة RLC متوالية.

- 1. دراسة شحن مكثف باستعمال مولد مؤمّل للتيار**
لدراسة شحن مكثف، أنجز الأستاذ التركيب التجريبي الممثل في الشكل (1) (أنظر الصفحة 4/6) والمكون من:
- مولد مؤمّل للتيار يغذي الدارة بتيار كهربائي شدته ثابتة $I_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ A}$ ؛
- موصل أومي مقاومته R_0 ؛

- مكثف ذي سعة C ؛

- قاطع التيار K .

عند اللحظة $t_0 = 0$ ، أغلق الأستاذ قاطع التيار K ، وتتبع بواسطة جهاز مناسب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف. يمثل الشكل (2) المنحنى المحصل.



1.1. باستغلال المنحنى أوجد تعبير $u_C(t)$.

0,5

2.1. بين أن $C = 1 \mu F$.

0,75

2. دراسة استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة

للتحقق من قيمة السعة C السابقة، أنجز الأستاذ التركيب الممثل في الشكل (3) والمتكون من:

- مولد مؤمّن للتوتر قوته الكهرومحرّكة E ؛

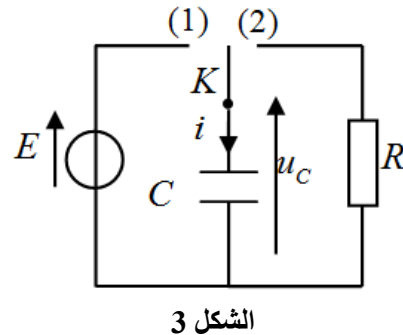
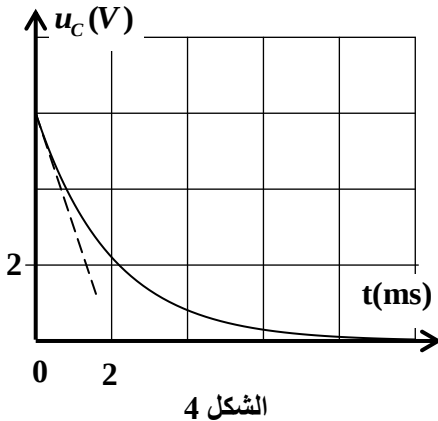
- موصل أومي مقاومته $R = 2.10^3 \Omega$ ؛

- المكثف السابق ذي السعة C ؛

- قاطع التيار K ذي موضعين.

قام الأستاذ بشحن المكثف كلياً بوضع قاطع التيار في الموضع (1)، ثم أرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) عند اللحظة $t_0 = 0$ ، وتتبع بواسطة جهاز مناسب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف.

يمثل الشكل (4) المنحنى المحصل.



1.2. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ أثناء تفريغ المكثف.

0,75

2.2. يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$. أوجد تعبير كل من A و τ بدلالة بارامترات الدارة.

1

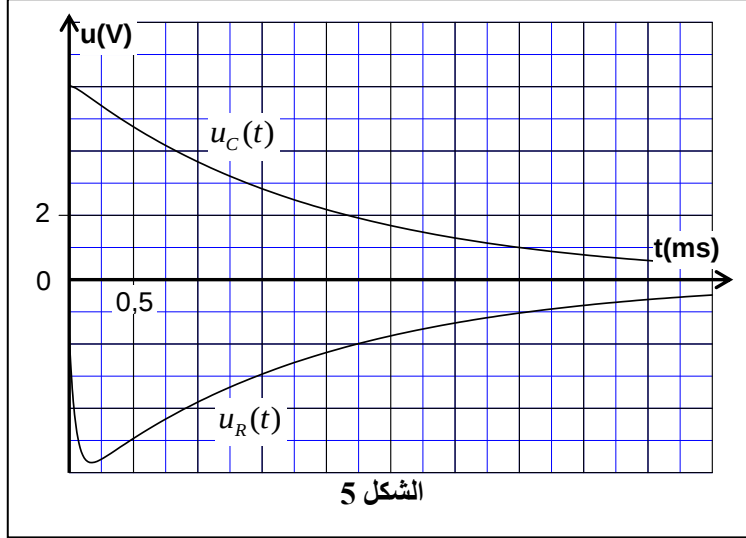
3.2. عين مبياناً قيمة τ . تحقق من قيمة C المتوصل إليها في السؤال 2.1.

0,5

3. الدراسة الطاقية لدائرة RLC متوالية

أضاف الأستاذ إلى التركيب الممثل في الشكل (3) على التوالي مع الموصل الأومي وشيعة معامل تحريضها $L = 0,1 H$ ومقاومتها مهملة. بعد شحن المكثف من جديد كلياً، أرجح الأستاذ قاطع التيار إلى الموضع (2) عند اللحظة $t_0 = 0$.

يمثل الشكل (5) تغيرات كل من التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي.



الشكل 5

1.3. بين أن تعبير الطاقة الكلية للدائرة عند لحظة t يكتب كما يلي: $\mathcal{E} = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot u_R^2$.

0,5

2.3. حدد قيمة $\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0$ ، تغير الطاقة الكلية للدائرة بين اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = 3,5 ms$. أعط تفسيراً لهذه النتيجة.

1

التمرين 3 (5.5 نقط): حركة جسم صلب خاضع لقوى (ثابتة - متغيرة)

ترتبط حركات الأجسام الصلبة بنوعية القوى التي تخضع لها والشروط البدئية، حيث تسمح دراسة هذه الحركات بالتنبؤ الزمني لتطور بعض المقادير الفيزيائية المميزة لها. يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة مركز القصور G لجسم صلب (S) في مجال الثقالة المنتظم ودراسة حركة مجموعة متذبذبة {جسم صلب (S) - نابض} مع تحديد بعض البارامترات المميزة لكل حركة.

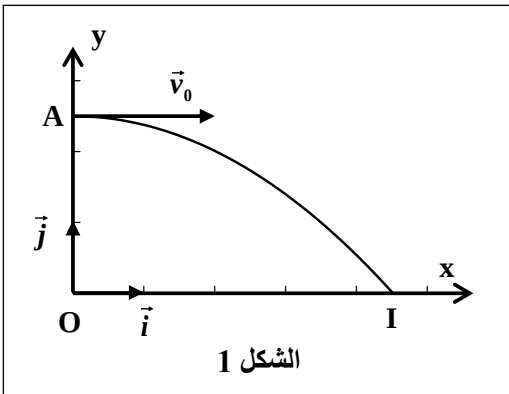
1. دراسة حركة جسم صلب في مجال الثقالة المنتظم

نرسل في اللحظة $t_0 = 0$ ، بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ أفقية، جسماً صلباً (S) ذا أبعاد صغيرة وكتلته m من نقطة A توجد على ارتفاع h من سطح الأرض، فيسقط (S) على سطح الأرض في الموضع I (الشكل 1). ندرس حركة G في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا.

معطيات:

- نهمل جميع الاحتكاكات؛

- $h = OA = 1 m$ ؛ $g = 9,8 m.s^{-2}$



الشكل 1

1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد التعبير الحرفي للمعادلتين الزمنية $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G .

1

2.1. استنتج التعبير الحرفي لمعادلة مسار حركة G .

0,5

3.1. أحسب قيمة t_I لحظة وصول الجسم الصلب (S) إلى سطح الأرض في I .

0,5

4.1. نرسل من جديد، عند اللحظة $t_0 = 0$ ، الجسم الصلب (S) من النقطة A بسرعة بدئية $\vec{v}'_0 = 3\vec{v}_0$.
أنقل على ورقة تحريرك رقم السؤال واكتب الحرف الموافق للاقتراح الصحيح:
قيمة لحظة وصول الجسم الصلب (S) إلى سطح الأرض هي:

أ $t' = 0,25 \text{ s}$ ب $t' = 0,35 \text{ s}$ ج $t' = 0,45 \text{ s}$ د $t' = 0,65 \text{ s}$

2. دراسة حركة مجموعة متذبذبة {جسم صلب (S) - نابض}

نثبت الجسم (S) السابق بنابض أفقي لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K . عند التوازن ينطبق G مركز قصور (S) مع أصل المعلم $(O, \vec{i})$ المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا (الشكل 2).

نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t_0 = 0$.

معطيات:

- نهمل جميع الاحتكاكات؛
- نختار الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة E_{pe} ، والمستوى الأفقي الذي يشمل G ، مرجعا لطاقة الوضع الثقالية E_{pp} .

يمثل منحنى الشكل (3) تغيرات E_{pe} بدلالة x^2 مربع الأفصول x لمركز القصور G في المعلم $(O, \vec{i})$.

1.2. اعتمادا على منحنى الشكل (3)، أوجد قيمة كل من:
أ. الصلابة K .

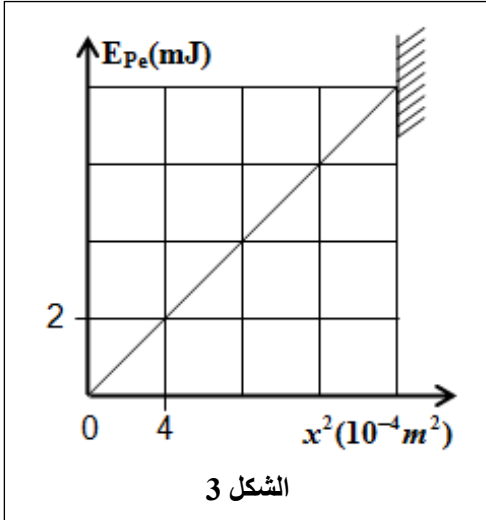
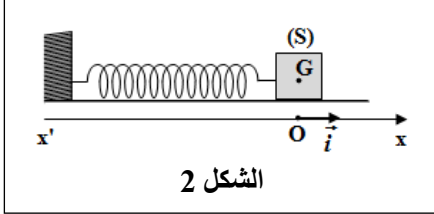
ب. $E_{pe_{max}}$ طاقة الوضع المرنة القصوى.

ج. X_m وسع التذبذبات.

2.2. استنتج، معلا جوابك، قيمة E_m الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة.

3.2. يمر مركز القصور G من موضع التوازن في المنحنى الموجب بالسرعة $v = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$.

بين أن تعبير الدور الخاص للتذبذبات يكتب: $T_0 = 2\pi \cdot \frac{X_m}{v}$. أحسب قيمة T_0 .



تصحيح الامتحان الوطني الدورة العادية 2016 مادة الفيزياء مسلك علوم الحياة والأرض

الكيمياء : استعمالات حمض البنزويك

الجزء الاول : تحديد النسبة المئوية لحمض البنزويك الخالص

1- معادلة التفاعل بين حمض البنزويك والماء :



2- حساب قيمة pK_A :

$$pK_A = -\log K_A$$

$$pK_A = -\log(6,31 \cdot 10^{-5}) = 4,20$$

3- تحديد النوع المهيمن في المحلول :

لدينا : $pH = 2,95$ و $pK_A = 4,8$

إذن : $pH < pK_A$ أي : $pK_A + \log \frac{[C_6H_5 - COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5 - COOH]_{\acute{e}q}} < pK_A$

$$\log \frac{[C_6H_5 - COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5 - COOH]_{\acute{e}q}} < 0$$

$$\frac{[C_6H_5 - COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5 - COOH]_{\acute{e}q}} < 1 \Rightarrow [C_6H_5 - COO^-]_{\acute{e}q} < [C_6H_5 - COOH]_{\acute{e}q}$$

النوع المهيمن هو النوع الحمضي $C_6H_5 - COOH$.

1.4- معادلة التفاعل بين حمض البنزويك وأيون الهيدروكسيد :



2.4- حساب C_A :

$$C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$$

علاقة التكافؤ :

$$C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} \Rightarrow C_A = \frac{1,0 \times 10^{-2} \times 18,0 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-3}} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

3.4- استنتاج m كتلة حمض البنزويك الموجود في الحجم V_0 :

$$m = C_A \cdot V_0 \cdot M(C_6H_5O_2H) \quad \text{ومنه} \quad C_A = \frac{m}{V_0 \cdot M(C_6H_5O_2H)}$$

$$m = 1,8 \cdot 10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} \times 122 = 216,6 \cdot 10^{-3} \text{ g} \Rightarrow m = 216,6 \text{ mg} \quad \text{ت.ع.}$$

4.4- تحديد النسبة المئوية p الموجودة في بلورات حمض البنزويك :

$$p = \frac{m}{m_0} \Rightarrow p = \frac{216,6}{244} = 0,89 \Rightarrow p \approx 90\%$$

الجزء الثاني : تحضير إستر انطلاقا من حمض البنزويك

1- دور حمض الكبريتيك في التفاعل :

يلعب حمض الكبريتيك دور حفاز .

2- الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

معادلة التفاعل		$C_6H_5 - COOH + CH_3 - OH \rightleftharpoons C_6H_5 - COO - CH_3 + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كمية المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	n	n	0	0
الحالة الوسيطة	x	n - x	n - x	x	x
الحالة النهائية	$x_{\text{éq}}$	n - $x_{\text{éq}}$	n - $x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

3- إثبات تعبير $x_{\text{éq}}$:

حسب الجدول الوصفي :

$$[C_6H_5 - COOH]_{\text{éq}} = [CH_3 - OH]_{\text{éq}} = \frac{n - x_{\text{éq}}}{V}$$

$$[C_6H_5 - COO - CH_3]_{\text{éq}} = [H_2O]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$$

تعبير ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[C_6H_5 - COO - CH_3]_{\text{éq}} \cdot [H_2O]_{\text{éq}}}{[C_6H_5 - COOH]_{\text{éq}} \cdot [CH_3 - OH]_{\text{éq}}} = \frac{\left(\frac{x_{\text{éq}}}{V}\right)^2}{\left(\frac{n - x_{\text{éq}}}{V}\right)^2} = \frac{(x_{\text{éq}})^2}{(n - x_{\text{éq}})^2} = \left(\frac{x_{\text{éq}}}{n - x_{\text{éq}}}\right)^2$$

$$\frac{x_{\text{éq}}}{n - x_{\text{éq}}} = \sqrt{K} \Rightarrow x_{\text{éq}} = (n - x_{\text{éq}})\sqrt{K} \Rightarrow x_{\text{éq}} + x_{\text{éq}} \cdot \sqrt{K} = n \cdot \sqrt{K} \Rightarrow x_{\text{éq}}(1 + \sqrt{K}) = n\sqrt{K}$$

$$x_{\text{éq}} = \frac{n\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

نستنتج :

4- تحديد تركيب المجموعة عند حالة التوازن :

$$x_{\text{éq}} = \frac{0,3 \times \sqrt{4}}{1 + \sqrt{4}} = 0,2 \text{ mol}$$

حساب $x_{\text{éq}}$:

لدينا :

$$n_f(\text{acide}) = n_f(\text{alcool}) = n - x_{\text{éq}} = 0,3 - 0,2 = 0,1 \text{ mol}$$

$$n_f(\text{ester}) = n_f(\text{eau}) = x_{\text{éq}} = 0,2 \text{ mol}$$

5- حساب مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{th}}} = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{ax}}}$$

لدينا :

$$x_{max} = n \text{ مع}$$

$$r = \frac{0,2}{0,3} = 0,667 = 66,7\% \quad \text{ت.ع. :}$$

6-الإجابة بصحيح أو خطأ على الاقتراحات :

أ-صحيح

ب-صحيح

ج-خطأ

الفيزياء

التمرين 1 : تطبيقات الإشعاع النووي في الطب

1-تفتت نواة الفلور $^{18}_9F$

1.1-معادلة التفتت مع تحديد النواة المتولدة :

$$^{18}_9F \rightarrow ^A_ZX + ^0_1e$$

$$\begin{cases} 18 = A + 0 \\ 9 = Z + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 18 \\ Z = 8 \end{cases} \Rightarrow ^{18}_8X$$

قوانين الإنحفاظ :

النواة المتولدة هي : $^{18}_8N$

$$^{18}_9F \rightarrow ^{18}_8X + ^0_1e$$

ومنه فإن معادلة التفتت تكتب :

2.1-الإقتراح الصحيح هو :

ب-كتلة نواة الفلور أصغر من مجموع كتل نوياتها .

3.1-النواة الأكثر استقرارا :

نعلم ان كلما كانت $(\frac{E_L}{A})$ طاقة الربط بالنسبة لنوية كبيرا كلما كانت النواة اكثر استقرارا .

$$\frac{E_L}{A} = 7,765 \text{ MeV/nucleon} \text{ هي } (\frac{E_L}{A}) \text{ هي :}$$

إذن النواة الأكثر استقرارا هي $^{18}_8O$.

2-التحقق من قيمة a_0 :

$$a = a_0 e^{-\lambda.t} \quad \text{لدينا :}$$

$$a_0 = \frac{a}{e^{-\lambda.t}} \Rightarrow a_0 = a \cdot e^{\lambda.t}$$

$$t = 5h = 5 \times 60 \text{ min} = 300 \text{ min} \quad \text{و} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad \text{مع :}$$

$$a_0 = 3,3 \times 10^8 \times e^{\frac{\ln 2}{110} \times 300} \Rightarrow a_0 = 3,3 \cdot 10^9 \text{ Bq} \quad \text{ت.ع. :}$$

التمرين 2 : استجابة ثنائي القطب

1-دراسة شحن مكثف باستعمال مولد مؤمثل للتيار

1.1-تعبير u_C باستغلال المنحنى :

منحنى الشكل 2 عبارة عن دالة خطية معادلته تكتب : $u_C(t) = K \cdot t$

$$K = \frac{\Delta u_C}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{0,1 - 0} = 20V/s$$

$$u_C = 20t$$

2.1-التحقق من قيمة C :

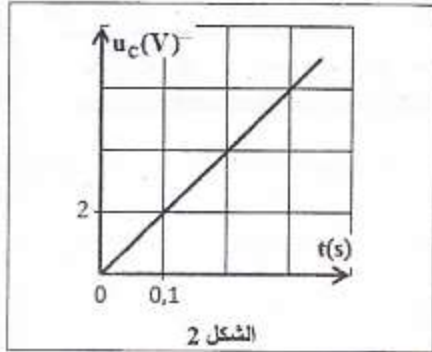
نعلم ان :

$$\begin{cases} Q = C \cdot u_C \\ Q = I_0 \cdot t \end{cases} \Rightarrow C \cdot u_C = I_0 \cdot t \Rightarrow u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t$$

من خلال تعبير التوتر $u_C(t)$ نكتب : $\frac{I_0}{C} = K$ أي : $C = \frac{I_0}{K}$

$$C = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{20} = 10^{-6} F \Rightarrow C = 1 \mu F$$

ت.ع :



الشكل 2

2-دراسة استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة

1.2-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ أثناء التفريغ :

حسب قانون إضافية التوترات نكتب : (1) $u_R + u_C = 0$

حسب قانون أوم : $u_R = R \cdot i$ أي : $R \cdot i + u_C = 0$

مع : $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C \cdot u_C$ أي : $i = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

المعادلة التفاضلية تكتب : $R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

2.2-تعبير A و τ بدلالة بارامترات الدارة :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه : $\frac{du_C}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

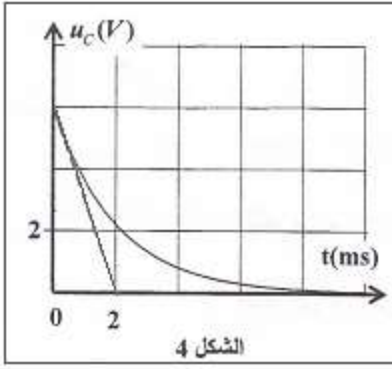
$$R \cdot C \cdot \left(-\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(-\frac{R \cdot C}{\tau} + 1 \right) = 0$$

تتحقق هذه المعادلة مهما كانت t في حالة : $-\frac{R \cdot C}{\tau} + 1 = 0$ أي : $\frac{R \cdot C}{\tau} = 1$ ومنه : $\tau = R \cdot C$

نحدد الثابتة A بالشروط البدئية :

عند اللحظة $t = 0$ المكثف كان مشحونا كليا أي : $u_C(0) = E$

باستعمال حل المعادلة التفاضلية : $u_C(0) = A$ ومنه نستنتج أن : $A = E$



3.2-التعيين المبياني ل τ و التحقق من قيمة C :

يقطع مماس المنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة $t = 0$ محور الأفاسيل عند اللحظة $t = \tau$

باستعمال مبيان الشكل 4 نجد : $\tau = 2 \text{ ms}$

التحقق من قيمة C

لدينا : $\tau = R.C$ أي : $C = \frac{\tau}{R}$ ت.ع. : $C = \frac{2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^3} = 10^{-6} \text{ F}$ إذن : $C =$

$1 \mu\text{F}$

3-الدراسة الطاقية لدارة RLC متوالية

1.3-إثبات تعبير الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t :

$$\xi = E_e + E_m$$

حيث E_e الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف : $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$

و E_m الطاقة المغنطيسية المخزونة في الوشيلة : $E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2$

نعلم ان التوتر بين مربطي الموصل الاومي يكتب $u_R = R \cdot i$ أي :

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{u_R}{R} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot u_R^2$$

تعبير الطاقة الكلية يصبح :

$$\xi = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot u_R^2$$

2.3-تحديد $\Delta \xi$ تغير الطاقة الكلية للدارة بين t_0 و t_1 :

عند اللحظة $t_0 = 0$ مبياننا نجد باستعمال مبيان الشكل 5 :

$$\begin{cases} u_C(0) = 6V \\ u_R(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \xi_0 = \frac{1}{2} C \cdot u_{C(0)}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot u_{R(0)}^2 \Rightarrow$$

$$\xi_0 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 6^2 = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

و عند اللحظة $t_1 = 3,5 \text{ ms}$

$$\begin{cases} u_C(t_1) = 1V \\ u_R(t_1) = -1V \end{cases}$$

$$\xi_{t_1} = \frac{1}{2} C \cdot u_{C(t_1)}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot u_{R(t_1)}^2 \Rightarrow$$

$$\xi_1 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 1^2 + \frac{1}{2} \times \frac{0,1}{(2 \cdot 10^3)^2} \times (-1)^2 = 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

$$\Delta \xi = \xi_1 - \xi_0 \Rightarrow \Delta \xi = 5,1 \cdot 10^{-7} - 1,8 \cdot 10^{-5} \approx -1,75 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

تتناقص الطاقة الكلية للدارة بسبب تبددها بمفعول جول في الدارة .

التمرين 3 : حركة جسم صلب خاضع لقوى (ثابتة ومتغيرة)

1-دراسة حركة جسم صلب في مجال الثقالة المنتظم

1.1-التعبير الحرفي للمعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$

المجموعة المدروسة : { الجسم (S) }

جهد القوى :

$\vec{P}$: وزن الجسم

نعتبر المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$ أي : $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}$ ومنه : $\vec{a} = \vec{g}$

حسب الشروط البدئية :

$$\overrightarrow{OA} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases} \text{ و } \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}$:

$$\vec{a} = -g \cdot \vec{j} \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_{0x} \\ V_y = -g \cdot t + V_{0y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -g \cdot t \end{cases}$$

المعادلات الزمنية للحركة :

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -g \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = V_0 \cdot t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = V_0 \cdot t \quad (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + h \quad (2) \end{cases}$$

2.1-استنتاج التعبير الحرفي لمعادلة المسار :

للحصول على معادلة المسار نقصي الزمن t من المعادلتين الزميتين .

المعادلة (1) تكتب : $t = \frac{x}{V_0}$ نعوض في المعادلة (2) نحصل على : $y = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{V_0}\right)^2 + h$

$$y = -\frac{g}{2V_0^2} \cdot x^2 + h \quad \text{نستنتج :}$$

3.1-حساب t_1 لحظة وصول الجسم (S) إلى النقطة I :

أرتوب النقطة I هو : $y_I = 0$ ومنه فإن المعادلة الزمنية $y(t)$ تكتب : $y(t_I) = -\frac{1}{2} g \cdot t_I^2 + h = 0$

$$t_I = \sqrt{\frac{2 \times 1}{9,8}} = 0,45 \text{ s} \quad \text{ت.ع.} \quad t_I = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{أي} \quad t_I^2 = \frac{2h}{g} \quad \text{ومنه} \quad \frac{1}{2} g \cdot t_I^2 = h$$

4.1- لحظة وصول الجسم إلى سطح الأرض عندما تكون السرعة البدئية $\vec{V}_0 = 3\vec{V}_0$ هي :

$$t' = 0,45 \text{ s} \quad \text{ج}$$

التعليق : بما ان تعبير لحظة وصول الجسم (S) إلى سطح الأرض لا يتعلق بالسرعة البدئية V_0 ، فإن $t_I = t' = 0,45 \text{ s}$

2- دراسة حركة مجموعة متذبذبة { جسم صلب (S) - نابض }

2.1- بالإعتماد على الشكل 3 نحدد :

أ- قيمة الصلابة K :

منحنى الشكل 3 عبارة عن دالة خطية معادلته تكتب : (1) $E_{pe} = a \cdot x^2$

$$a = \frac{\Delta E_{pe}}{\Delta x} = \frac{2 \times 10^{-3} - 0}{4 \times 10^{-4} - 0} = 5 \text{ J/m}^2 \quad \text{مع} \quad a \text{ المعامل الموجه و يساوي} :$$

تعبير E_{pe} طاقة الوضع المرنة تكتب :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot x^2 \quad (2)$$

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نتوصل إلى : $a = \frac{1}{2} K$ أي : $K = 2a = 2 \times 5$

نستنتج ان $K = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

ب- طاقة الوضع القصوى $E_{pe \max}$:

$$E_{pe} = 8 \text{ mJ} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

بالإعتماد على المبيان نجد :

ج- وسع التذبذبات X_m :

$$X_m = \sqrt{16 \times 10^{-4}} = 4 \cdot 10^{-2} \quad \text{أي} \quad X_m^2 = 16 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$X_m = 4 \text{ cm}$$

أو

2.2- استنتاج قيمة الطاقة الميكانيكية E_m :

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot V^2 \quad \text{مع} \quad E_m = E_C + E_{pe} + E_{pp} \quad \text{لدينا}$$

و $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot x^2 + Cte$ بما ان الحالة المرجعية هي الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه ، فإن $Cte = 0$.

و $E_{pp} = 0$ | المستوى الافقي مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot V^2 + \frac{1}{2} K \cdot x^2 \quad (3)$$

عندما يكون $x = \pm X_m$ تكون طاقة الوضع المرنة قصوى $E_{pe \max} = \frac{1}{2} K \cdot X_m^2$ و السرعة منعدمة $V = 0$ إذن الطاقة

الحركية منعدمة .

$$E_m = E_{pe \max} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

نكتب :

3.2-إثبات تعبير الدور الخاص للتذبذبات :

عندما يكون $x = 0$ موضع التوازن ، تكون سرعة الجسم $v = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$

المعادلة (3) تكتب : $E_m = \frac{1}{2}m.V^2$ مع $E_m = E_{pemax} = \frac{1}{2}K.X_m^2$

نكتب : $\frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}K.X_m^2$ ومنه : $X_m = v.\sqrt{\frac{m}{K}}$ أي : $\frac{X_m}{v} = \sqrt{\frac{m}{K}}$

نعلم ان : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ و نتوصل إلى : $T_0 = 2\pi\frac{X_m}{v}$

حساب T_0 : $T_0 = 2\pi\frac{4 \times 10^{-2}}{0,25} = 1 \text{ s}$