

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

الموضوع

RS28



3	مدة الإختبار	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية	الشعبة أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة
تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التقييمات العددية

يتضمن موضوع الامتحان تمريناً في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

الكيمياء : (7 نقط)

- التحليل الكهربائي لمحلول كلورور النيكل II. (2 نقط)
- دراسة تفاعل حمض الميثانويك مع الماء وتحضير ميثانوات الإيثيل . (5 نقط)

الفيزياء : (13 نقطة)

- التحولات النووية (2,5 نقط) : التلوث الإشعاعي لمادة غذائية خلال حادثة فوكوشيما .
- الكهرباء (5 نقط) : تحديد مميزات وشيعة واستعمالها في دائرة كهربائية متذبذبة.
- الميكانيك (5,5 نقط) : دراسة حركة النواس الوازن .

الكيمياء (7 نقط)

يتضمن التمرين جزئين مستقلين

الجزء الأول : التحليل الكهربائي لمحلول كلورور النيكل II (2 نقط)

للتحليل الكهربائي تطبيقات متعددة في المجال الصناعي ، منها تحضير بعض الفلزات وبعض الغازات .
يهدف هذا التمرين إلى تحضير فلز النيكل بواسطة تقنية التحليل الكهربائي .

معطيات :

- الكتلة المولية للنيكل : $M(Ni) = 58,7 \text{ g.mol}^{-1}$.- ثابتة فارادي : $1F = 9,65.10^4 \text{ C.mol}^{-1}$.لتحضير فلز النيكل ، ننجز التحليل الكهربائي لمحلول كلورور النيكل II $Ni^{2+}_{(aq)} + 2Cl^{-}_{(aq)}$.

نضع هذا المحلول في محلل كهربائي على شكل U ونمرر تيارا كهربائيا مستمرا ، شدته ثابتة $I = 0,5A$ ، بين
إلكترودين مغمورين في المحلول لمدة ساعة واحدة ($\Delta t = 1h$) .

تتكون الكاثود من البلاتين وتتكون الأنود من الغرافيت .

نلاحظ ، خلال عملية التحليل الكهربائي ، توضع النيكل على الكاثود و تكوّن ثنائي الكلور بجوار الأنود .

1- 0,5 حدّد المزدوجتين مختزل / مؤكسد المتدخلتين في هذا التحليل الكهربائي .

2- 0,75 أكتب معادلة التفاعل عند كل إلكترون والمعادلة الحصيلة المنمذجة للتحويل الحاصل .

3- 0,75 أوجد الكتلة m لفلز النيكل المتوضع .

الجزء الثاني : تفاعل حمض الميثانويك مع الماء وتحضير ميثانوات الإيثيل (5 نقط)

يستعمل ميثانوات الإيثيل $HCOOC_2H_5$ كمادة مذيبة للشحوم و لمشتقات السيليولوز ، كما يستعمل في الصناعة
الغذائية كمادة تضيفي نكهة التوت على الأطعمة المصنّعة .

يحضر ميثانوات الإيثيل في المختبر بتفاعل حمض الميثانويك $HCOOH$ مع الإيثانول .

يهدف هذا الجزء من التمرين إلى دراسة تفاعل حمض الميثانويك مع الماء وتحضير ميثانوات الإيثيل .

1- دراسة تفاعل حمض الميثانويك مع الماء :

نعتبر محلولاً مائياً ، حجمه V ، لحمض الميثانويك تركيزه المولي $C = 5,0 \text{ mol.m}^{-3}$. نقيس موصلية هذاالمحلول عند درجة الحرارة $25^\circ C$ فنجد $\sigma = 4,0.10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$.

معطيات :

- تعبير الموصلية σ لمحلول مائي هو : $\sigma = \sum_i \lambda_i [X_i]$ ، حيث $[X_i]$ التركيز المولي الفعلي لكل نوعأيوني i متواجد في المحلول و λ_i موصليته المولية الأيونية .- $\lambda_{HCOO^-} = 5,46.10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$.- $\lambda_{H_3O^+} = 35,0.10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$.- نهمل تأثير الأيونات HO^- على موصلية المحلول .

1.1 0,5 أنشئ الجدول الوصفي لتقدم تفاعل حمض الميثانويك مع الماء .

1.2 0,75 أوجد تعبير نسبة التقدم النهائي τ بدلالة σ و λ_{HCOO^-} و $\lambda_{H_3O^+}$ و C . احسب τ .

1.3 0,5 حدد قيمة pH هذا المحلول المائي .

1.4 0,5 أوجد قيمة pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)} / HCOO^-_{(aq)}$.

2- تحضير ميثانوات الإيثيل :

نصب في حوجة كمية المادة $n_0 = 100 \text{ mmol}$ من حمض الميثانويك ونضعها داخل حمام مريم

درجة حرارته ثابتة ثم نضيف إليها كمية المادة n من الإيثانول حيث $n = n_0 = 100 \text{ mmol}$

و بعض القطرات من حمض الكبريتيك

المركز ، فنحصل على خليط حجمه

ثابت $V = 25 \text{ mL}$.

ننتبع تطور التقدم x للتفاعل الحاصل

بدلالة الزمن فنحصل على المنحنى جانبه .

2.1 - أكتب، باستعمال الصيغ نصف المنشورة ،

المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحويل الحاصل .

2.2 - ما هو دور حمض الكبريتيك المركز

المضاف ؟

2.3 - حدد التقدم x_{eq} للتفاعل عند التوازن

و زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

2.4 - يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى

عند اللحظة $t = 20 \text{ min}$ ؛

أحسب بالوحدة $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ قيمة

السرعة الحجمية v للتفاعل عند

هذه اللحظة .

2.5 - أوجد قيمة ثابتة التوازن K لهذا التفاعل .

2.6 - نمزج ، في نفس الظروف التجريبية السابقة ، كمية المادة $n_1 = 150 \text{ mmol}$ من حمض الميثانويك مع

كمية المادة $n_2 = 100 \text{ mmol}$ من الإيثانول .

تحقق أن القيمة الجديدة لتقدم التفاعل عند التوازن هي $x'_{eq} = 78,5 \text{ mmol}$.

الفيزياء (13 نقطة)**التحولات النووية : (2,5 نقط)**

نقلت وسائل الإعلام التي غطت الكارثة النووية لمحطة فوكوشيما اليابانية يوم 11 مارس 2011 ، أن معدلات

التلوث بالإشعاع النووي الذي أصاب المواد الغذائية قد تجاوز في بعض الأحيان 10 مرات المعدلات المسموح

بها ؛ فعلى سبيل المثال تراوح النشاط الإشعاعي لليود 131 في السبانخ بين 6100 Bq و 15020 Bq في

الكيلوغرام الواحد .

في اليابان ، تعتبر السبانخ غير ملوثة باليود 131 المشع إذا كان نشاطه الإشعاعي لا يتعدى 2000 Bq في

الكيلوغرام الواحد كحد أقصى مسموح به .

عن الموقع الإلكتروني : www.ciirad.org (بتصرف)

يهدف التمرين إلى دراسة التناقض الإشعاعي لعينة من السبانخ ملوثة باليود 131 المشع .

معطيات :

- عمر النصف لليود 131 : $t_{1/2} = 8 \text{ jours}$.

- $1u = 931,5 \text{ MeV}.\text{c}^{-2}$.

- $m(^{131}_{54}\text{Xe}) = 130,8755 \text{ u}$.

- $m(^{131}_{53}\text{I}) = 130,8770 \text{ u}$.

- $m(e^-) = 0,00055 \text{ u}$.

1- دراسة نويدة اليود $^{131}_{53}I$.

1.1- ينتج عن تفكك نويدة اليود $^{131}_{53}I$ تكون النويدة $^{131}_{54}Xe$ ، أكتب معادلة هذا التفكك وحدد طرازه. 0,5

1.2- أحسب ، بالوحدة MeV ، الطاقة الناتجة عن تفكك نويدة واحدة من اليود 131. 0,75

2- دراسة عينة من السبائك الملوثة باليود 131.

أعطى قياس النشاط الإشعاعي لعينة من السبائك ، مأخوذة من مزرعة قريبة من مكان الحادث القيمة 8000 Bq في الكيلوغرام الواحد عند لحظة نعتبرها أصل التواريخ .

2.1- أحسب N_0 عدد نويدات اليود 131 المشع المتواجدة في عينة السبائك المدروسة عند أصل التواريخ . 0,5

2.2- حدّد ، بالوحدة (jour) ، أصغر مدة زمنية لازمة لكي تصبح عينة السبائك المدروسة غير ملوثة بمادة اليود 131 . 0,75

الكهرباء: (5 نقط)

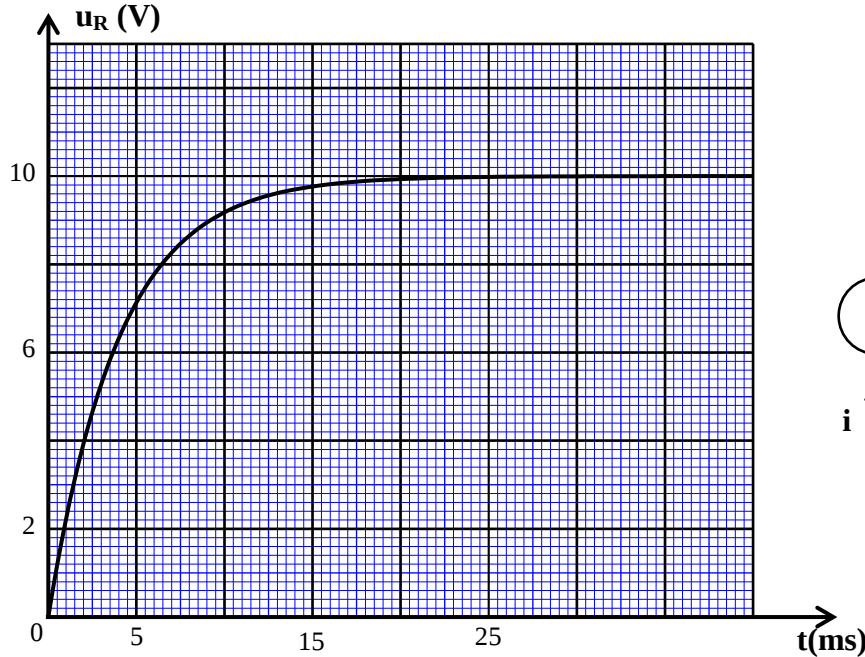
تحتوي مجموعة من الأجهزة السمعية على مكبرات للصوت . تشتمل هذه الأخيرة على دارات كهربائية من مكوناتها الأساسية الوشيعات .

يهدف هذا التمرين إلى تحديد مميزتي وشيعة لمكبر للصوت باعتماد تجربتين مختلفتين .

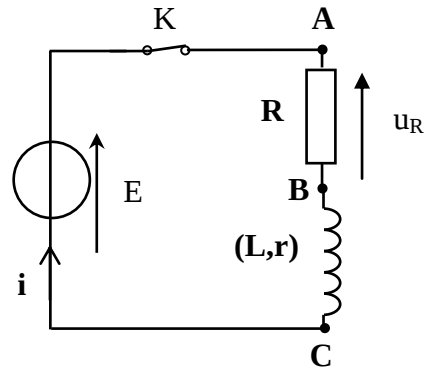
التجربة الأولى :

يتضمن مكبر الصوت وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها r . لتحديد هذين المقدارين المميزين للوشيعة تم إنجاز التركيب التجريبي المبين في الشكل 1 حيث $E = 12V$ و $R = 42 \Omega$.

مباشرة بعد غلق الدارة ، نعاين بواسطة جهاز معلوماتي ملائم تطور التوتر u_R بدلالة الزمن . (الشكل 2)



الشكل 2



الشكل 1

1- بيّن أن التوتر u_R بين مربطي الموصل الأومي يحقق المعادلة التفاضلية : $\tau \frac{du_R}{dt} + u_R = A$ ، محددًا 0,75

تعبير كل من الثابتين A و τ بدلالة برامترات الدارة .

2- تحقق أن للثابتة τ بعدا زمنيا . 0,5

3- أوجد :

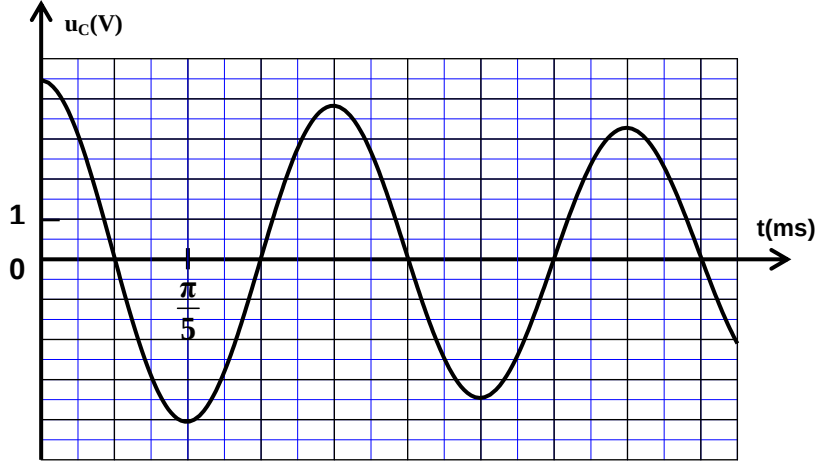
3.1- المقاومة الكهربائية r للوشيعة . 0,5

3.2- معامل التحريض الذاتي L للوشيعة . 0,5

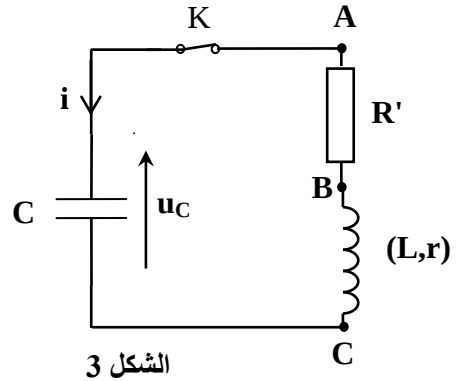
التجربة الثانية :

نركب الوشيعية السابقة على التوالي مع مكثف مشحون كلياً سعته $C = 0,2 \mu F$ وموصل أومي مقاومته $R' = 200 \Omega$ (الشكل 3) .

بواسطة نفس العدة المعلوماتية ، نحصل على منحنى الشكل 4 الذي يمثل التوتر u_C بين مربطي المكثف بدلالة الزمن .



الشكل 4



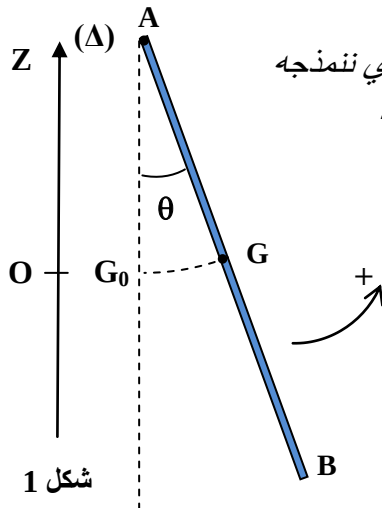
الشكل 3

- 0,25 1- أي نظام من الأنظمة الثلاثة للتذبذب يوافق المنحنى الممثل في الشكل 4 ؟
- 0,5 2- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C .
- 0,5 3- باعتبار أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص T_0 للمتذبذب LC ، تحقق من قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعية المدروسة.
- 0,5 4- أوجد الطاقة المبددة في الدارة بمفعول جول بين اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = \frac{3}{2}T$.
- 5- لتعويض الطاقة المبددة بمفعول جول ، نركب على التوالي في الدارة السابقة (الشكل 3) مولدا كهربائيا يعطي توترا u_G يتناسب اطرادا مع شدة التيار ، حيث $u_G(t) = k.i(t)$.
- 0,5 5.1 أثبت في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$ للمكثف .
- 0,5 5.2 ضبط البرامتر k على القيمة 208,4 للحصول على تذبذبات كهربائية جيبية . تحقق من قيمة المقاومة الكهربائية r للوشيعية المدروسة.

الميكانيك (5,5 نقط) :

استعمل الإنسان الساعة منذ القديم لقياس الزمن ، فاخترع أنواعا مختلفة من الساعات مثل: الساعة الشمسية والساعة المائية و الساعة الرملية ... إلى أن جاء العالم هويجنس Huygens الذي صنع أول ساعة حائطية سنة 1657 ميلادية.

يعتمد هذا النوع من الساعات في اشتغاله أساسا على رقااص الساعة الذي نمذجته في هذه الدراسة بنواس وازن ينجز تذبذبات صغيرة حرة بدون احتكاك .



شكل 1

يتكون النواس المدروس من عارضة متجانسة AB ، كتلتها $m = 0,203 \text{ kg}$ وطولها $AB = \ell = 1,5 \text{ m}$ ، يمكنها الدوران في مستوى رأسي حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر من طرفها A (الشكل 1) .

ندرس حركة النواس في معلم مرتبط بمراجع أرضي نعتبره غاليليا .
نمعلم ، في كل لحظة ، موضع النواس بأفصوله الزاوي θ .

نعطي عزم قصور العارضة بالنسبة للمحور (Δ) : $J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \cdot \ell^2$.

نقبل في حالة التذبذبات الصغيرة أن : $\sin \theta \approx \theta$ حيث θ بالراديان .
نرمز لشدة الثقالة بالحرف g .

نزيج النواس الوازن عن موضع توازنه المستقر بزاوية صغيرة θ_m في المنحنى الموجب ثم نحرره بدون
سرعة بدئية عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ .

1- الدراسة التحريكية للنواس الوازن

1.1- بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران ، أثبت المعادلة التفاضلية لحركة النواس .

1.2- حدد طبيعة حركة النواس الوازن واكتب تعبير المعادلة الزمنية $\theta(t)$ بدلالة t و θ_m والدور الخاص T_0 .

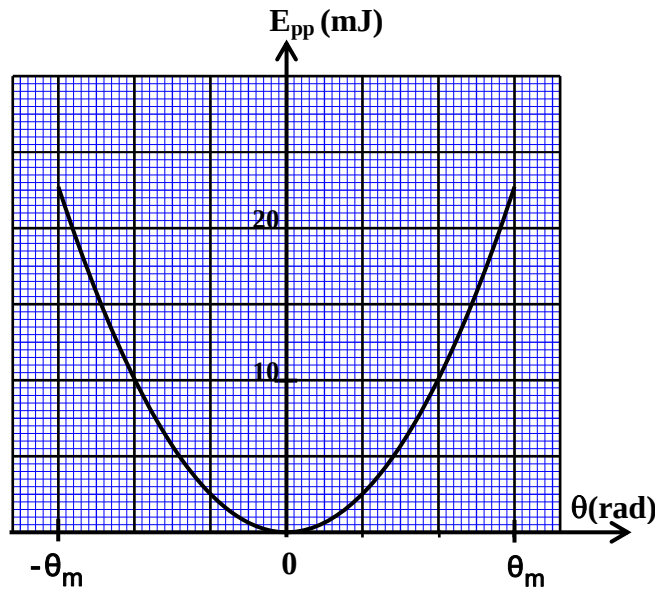
1.3- بين أن تعبير الدور الخاص T_0 لهذا النواس هو : $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$.

1.4- أحسب الطول L للنواس البسيط المتواقت للنواس الوازن المدروس .

2- الدراسة الطاقية للنواس الوازن

نختار المستوى الأفقي المار من النقطة G_0 ، موضع مركز القصور G للعارضة AB عند التوازن المستقر ،
مرجعا لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp}(0) = 0)$.

يمثل الشكل 2 منحنى تغير طاقة الوضع الثقالية $E_{pp}(\theta)$ للنواس المدروس في المجال $[-\theta_m, \theta_m]$.



الشكل 2

باستغلال المخطط الطاقى :

2.1- حدد قيمة الطاقة الميكانيكية E_m للنواس .

2.2- أوجد القيمة المطلقة للسرعة الزاوية $\dot{\theta}$ للنواس عند مروره من موضع أفصوله الزاوي $\theta = \frac{2}{3}\theta_m$.

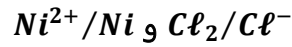
تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء الدورة الاستدراكية 2013

مسلك العلوم الفيزيائية

تصحيح الكيمياء:

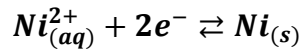
الجزء الاول :

1- تحديد المزدوجتين مؤكسد مختزل :

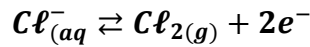


2- كتابة معادلة التفاعل عند كل الكترود :

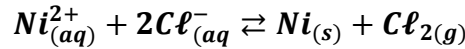
- بجوا الكاثود يحدث اختزال :



- بجوار الانود تحدث أكسدة :



- المعادلة الحصيلة :



3- حساب كتلة النيكل الناتجة :

الجدول الوصفي :

كمية مادة الالكترونات المتبادلة ب (mol)	معادلة التفاعل			
0	$n_i(Cl^-)$	0	-	كميات المادة في الحالة البدئية ب (mol)
$2x_f$	$n_i(Cl^-) - x_f$	x_f	-	كميات المادة في الحالة النهائية ب (mol)

لدينا من الجدول الوصفي :

$$\begin{cases} n(Ni) = x \\ n(e^-) = 2x \end{cases} \Rightarrow n(Ni) = \frac{n(e^-)}{2}$$

كما أن :

$$\begin{cases} n(Ni) = \frac{m}{M(Ni)} \\ n(e^-) \cdot F = I \cdot \Delta t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n(Ni) = \frac{m}{M(Ni)} \\ n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M(Ni)} = \frac{I \cdot \Delta t}{2F} \Rightarrow m = \frac{I \cdot \Delta t}{2F} \cdot M(Ni)$$

$$m = \frac{0,5 \times 3600}{2 \times 96500} \times 58,7 = 0,55 \text{ g}$$

ت.ع:

الجزء الثاني :
1-تفاعل حمض الميثانويك مع الماء :

1.1-الجدولالوصفي :

المعادلة الكيميائية		$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	CV	وفير	0	0
حالة التحول	x	C. V - x	وفير	x	x
الحالة النهائية	x _{éq}	C. V - x _{éq}	وفير	x _{éq}	x _{éq}

1.2-تعبيرنسبة التقدم :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$$

المتفاعل المحد هو الحمض : $C. V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C. V$
حسب تعريف الموصلية :

$$\sigma = \lambda_{(HCOO^-)}[HCOO^-]_{éq} + \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{éq}$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\sigma = \lambda_{(HCOO^-)}[H_3O^+]_{éq} + \lambda_{(H_3O^+)}[H_3O^+]_{éq} \Leftarrow [(HCOO^-)_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}]$$

$$[H_3O^+]_{éq} = \frac{\sigma}{\lambda_{(HCOO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}} \Leftarrow \sigma = (\lambda_{(HCOO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)})[H_3O^+]_{éq}$$

$$x_{éq} = [H_3O^+]_{éq} \cdot V = \frac{\sigma \cdot V}{\lambda_{(HCOO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}}$$

تعبير التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{\sigma \cdot V}{(\lambda_{(HCOO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)})C \cdot V} \Rightarrow \tau = \frac{\sigma}{(\lambda_{(HCOO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)})C} \Rightarrow \tau = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{5(5,46 + 35)} \approx 0,198 = 19,8\%$$

1.3- تحديد قيمة pH :

لدينا :

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C} \Rightarrow [H_3O^+]_{éq} = C \cdot \tau$$

$$pH = -\log(C \cdot \tau) \Leftarrow \begin{cases} [H_3O^+]_{éq} = C \cdot \tau \\ pH = -\log[H_3O^+] \end{cases}$$

ت.ع:

$$pH = -\log(5 \cdot 10^{-3} \times 0,198) = 3$$

1.4- تحديد قيمة pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$:

حسب تعريف ثابتة الحمضية :

$$K_A = \frac{[A^-]_{\acute{e}q}[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[AH]_{\acute{e}q}}$$

حسب الجدول الوصفي :

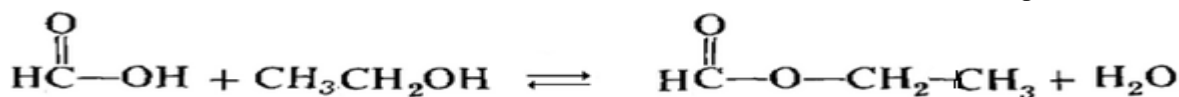
$$\begin{cases} [A^-]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} \\ [AH]_{\acute{e}q} = \frac{C \cdot V - x_{\acute{e}q}}{V} = C - \frac{x_{\acute{e}q}}{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [A^-]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} \\ [AH]_{\acute{e}q} = C - [H_3O^+]_{\acute{e}q} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [A^-]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} = 10^{-pH} \\ [AH]_{\acute{e}q} = C - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_A = \frac{([H_3O^+]_{\acute{e}q})^2}{C - [H_3O^+]_{\acute{e}q}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$pK_A = -\log \left(\frac{10^{-2 \times 3}}{5 \cdot 10^{-3} - 10^{-3}} \right) = 3,6$$

2- تحضير ميثانوات الميثيل :

2.1- كتابة معادلة التفاعل :



2.2- حمض الكيريتيك يلعب دور الحفاز .

2.3- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

مبياننا نجد التقدم النهائي: $x_f = 67 \text{ mmol}$

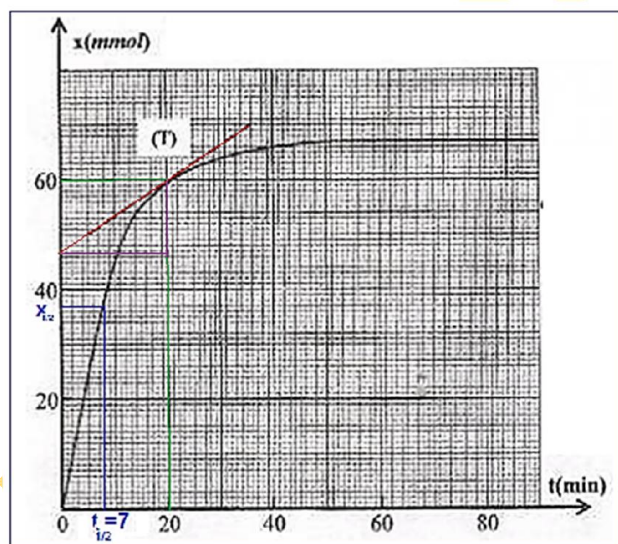
لدينا : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{67}{2} = 33,5 \text{ mmol}$

بواسطة الاسقاط نجد : $t_{1/2} = 7 \text{ min}$

2.4- حساب قيمة السرعة الحمية عند اللحظة $t=20\text{min}$:

حسب تعريف السرعة الحجمية :

$$v = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$



عند اللحظة $t = 20min$ نكتب :

$$v(t = 20min) = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{t=20min}$$

$$v = \frac{1}{25 \cdot 10^{-3} L} \times \frac{(60 - 46) \cdot 10^{-3} mol}{(20 - 0) min}$$

$$v = 2,8 \cdot 10^{-2} mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$$

5.2-حساب قيمة ثابتة التوازن :

جدول التقدم :

المعادلة الكيميائية		$HCOOH + C_2H_5OH \rightleftharpoons HCOOC_2H_5 + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المواد المأداة ب (mmol)			
الحالة البدئية	0	$n_0 = 100$	$n_0 = 100$	0	0
الحالة الوسيطة	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
الحالة النهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

لدينا:

$$x_f = 6,7 \cdot 10^{-2} mol \text{ و } n_0 = 0,1 mol$$

$$\begin{cases} [HCOOH]_f = [C_2H_5OH]_f = \frac{n_0 - x_f}{V} \\ [HCOOC_2H_5]_f = [H_2O]_f = \frac{x_f}{V} \end{cases}$$

ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[HCOOC_2H_5]_f \cdot [H_2O]_f}{[HCOOH]_f [C_2H_5OH]_f} = \frac{\left(\frac{x_f}{V} \right)^2}{\left(\frac{n_0 - x_f}{V} \right)^2} \Rightarrow K = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2}$$

ت.ع:

$$K = \frac{(67)^2}{(100 - 67)^2} \approx 4$$

6.2-التحقق من القيمة الجديدة من قيمة التقدم النهائي :

ننجز جدول التقدم بالنسبة للتركيب الجديد :

المعادلة الكيميائية		$HCOOH + C_2H_5OH \rightleftharpoons HCOOC_2H_5 + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المواد المضافة ب (mmol)			
الحالة البدئية	0	150	100	0	0
الحالة الوسيطة	x'	$150 - x'$	$100 - x'$	x'	x'
الحالة النهائية	x'_f	$150 - x'_f$	$100 - x'_f$	x'_f	x'_f

تعبير ثابتة التوازن :

$$K = \frac{\left(\frac{x'_f}{V}\right)^2}{\frac{150 - x'_f}{V} \times \frac{150 - x'_f}{V}} = \frac{x'^2_f}{(150 - x'_f) \cdot (100 - x'_f)} \Rightarrow 4(150 - x'_f) \cdot (100 - x'_f) = x'^2_f$$

$$3x'^2_f - 1000x'_f + 60\,000 = 0 \Rightarrow x'_f = \frac{1\,000 \pm \sqrt{(-1\,000)^2 - 4 \times 3 \times 60\,000}}{2 \times 3}$$

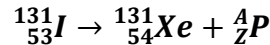
بما أن : $0 < x'_f < x_{max} = 100\,mmol$ وبالتالي نتحقق من $x'_f = 78,5\,mmol$

الفيزياء

التمرين الاول: التحولات النووية

1-دراسة نويدة $^{131}_{53}I$:

1.1-معادلة التفتت النووي :



تطبيق قانونا صودي :

$$\begin{cases} 131 = 131 + A \\ 53 = 54 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = 1 \end{cases} \Rightarrow ^A_ZP = ^0_{-1}e$$

تكتب معادلة التفتت :



نوع التفتت هو β^- .

1.2-الطاقة الناتجة عن تفتت نويدة واحدة من اليود 131 :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = [m(^{131}_{54}Xe) + m(^0_{-1}e) - m(^{131}_{53}I)] \cdot c^2$$

$$\Delta E = [130,8755 + 0,00055 - 130,8770]u \cdot c^2 = -9,5 \cdot 10^{-4} \times 931,5 MeV \cdot c^{-2} \cdot c^2$$

$$\Delta E = -0,885 MeV$$

الطاقة المحررة خلال تفتت نويدة واحدة من اليود 131 هي :

$$E = |\Delta E| = 0,885 MeV$$

2-دراسة عينة من السبائك الملوثة باليود $^{131}_{53}I$:

1.2-حساب N_0 عدد النويدات المشعة عند اللحظة $t=0$:

لدينا نشاط عينة مشعة عند $t=0$:

$$a_0 = \lambda \cdot N_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N_0$$

نحصل على :

$$N_0 = \frac{a_0 \cdot t_{1/2}}{\ln 2}$$

ت.ع:

$$N_0 = \frac{8000 \times 8 \times 24 \times 3600}{\ln 2} \approx 8.10^9$$

2.2- تحديد t أصغر مدة زمنية لكي تصبح عينة السانخ غير ملوثة :

لدينا :

$$a = a_0 e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow a = a_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t} \Rightarrow \frac{a}{a_0} = e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t} \Rightarrow \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t \Rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{a}{a_0}\right)}{\ln 2} \cdot t_{1/2}$$

نستنتج :

$$t = \frac{\ln\left(\frac{a_0}{a}\right)}{\ln 2} \cdot t_{1/2}$$

تطبيق عددي : عند $t=0$ لدينا : $a_0 = 8000 \text{ Bq}$ و عند t لدينا $a = 2000 \text{ Bq}$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{8000}{2000}\right)}{\ln 2} \times 8 = 16 \text{ jours}$$

التمرين الثاني : الكهرباء

التجربة الأولى :

1- التحقق من المعادلة التفاضلية :

قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_R = E \quad (*)$$

حسب قانون أوم :

$$u_R = Ri \quad \text{أي} \quad i = \frac{u_R}{R} \quad \text{ومنه} \quad \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{du_R}{dt}$$

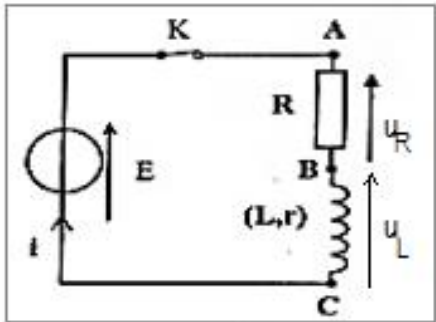
$$u_L = L \frac{di}{dt} + ri \quad \text{أي} \quad u_L = \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + r \cdot \frac{u_R}{R}$$

العلاقة (*) تصبح :

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + r \cdot \frac{u_R}{R} + u_R = E \Rightarrow \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r}{R} + 1\right)u_R = E \Rightarrow \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r+R}{R}\right)u_R = E$$

$$L \cdot \frac{du_R}{dt} + (R+r)u_R = E \cdot R \Rightarrow \frac{L}{R+r} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R = \frac{E \cdot R}{R+r}$$

تكتب على الشكل :



$$\tau \frac{du_R}{dt} + u_R = A$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{L}{R+r} \\ A = \frac{E.R}{R+r} \end{array} \right. \quad \text{مع :}$$

2- بعد τ ثابتة الزمن :

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} \quad \text{لدينا : } \tau = \frac{L}{R+r} \text{ ومنه :}$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}} \Rightarrow [L] = \frac{[U]}{[I] \cdot [t]^{-1}} = \frac{[U] \cdot [t]}{[I]}$$

$$u_R = Ri \Rightarrow R = \frac{u_R}{i} \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U] \cdot [t]}{[I]} \cdot \frac{[I]}{[U]} \Rightarrow \tau = [t]$$

نستنتج أن ل τ بعد زمني .

3-3.1- إيجاد المقاومة r :

في النظام الدائم يكون التوتر $u_R = 10V = cte$ وبالتالي

يكون $\frac{du_R}{dt} = 0$ نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$u_R = \frac{E.R}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{E.R}{u_R} \Rightarrow r = \frac{E.R}{u_R} - R$$

$$r = R \left(\frac{E}{u_R} - 1 \right) \xrightarrow{\text{ت.ع.}} r = 42 \times \left(\frac{12}{10} - 1 \right) = 8,4 \Omega$$

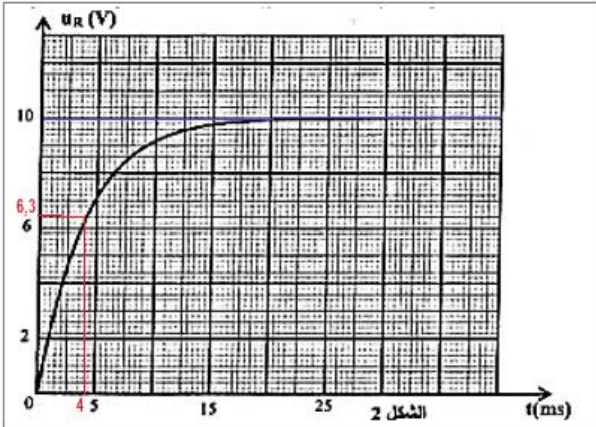
3.2- تحديد τ مبانيا :

عند التوتر $u_R(\tau) = 0,63 \times 10 = 6,3 V$ نجد بالاسقاط الأفصول $\tau = 4 ms$ بما أن :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) \xrightarrow{\text{ت.ع.}} L = 4 \cdot 10^{-3} \times (82 + 8,4) = 0,2 H$$

التجربة الثانية :

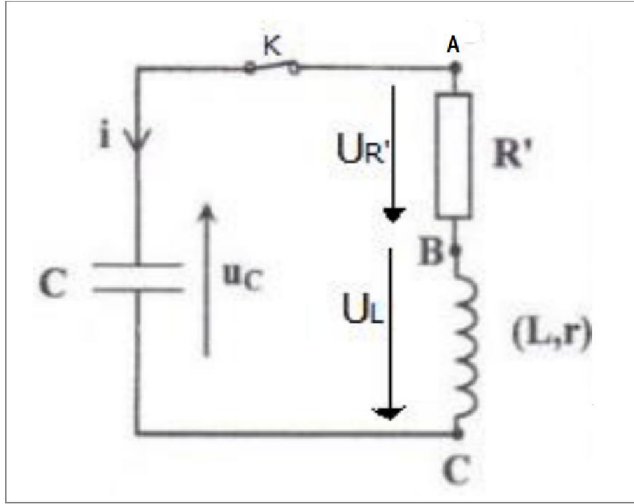
1- النظام الذي يوافق المنحنى 3 هو النظام شبه دوري .



2- إثبات المعادلة التفاضلية :
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{R'} + u_L + u_C = 0$$

$$R'i + ri + L \frac{di}{dt} + u_C = 0 \quad (**)$$



لدينا : $\frac{di}{dt} = C \frac{d}{dt} \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2}$ و $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$

نعوض في المعادلة (**)

$$(R' + r)C \frac{du_C}{dt} + LC \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{(R' + r)}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

3- معامل التحريض L للوشبعة :

تعبير شبه الدور هو :

$$T^2 = 4\pi^2 L \cdot C : \text{أي } T = T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

مبياناً شبه الدور هو : $T = \frac{2\pi}{5} \text{ ms}$

$$L = \frac{4\pi^2 (10^{-3})^2}{25 \times 4\pi^2 \times 0,2 \cdot 10^{-6}} = 0,2 \text{ H} \quad \text{ت.ع.}$$

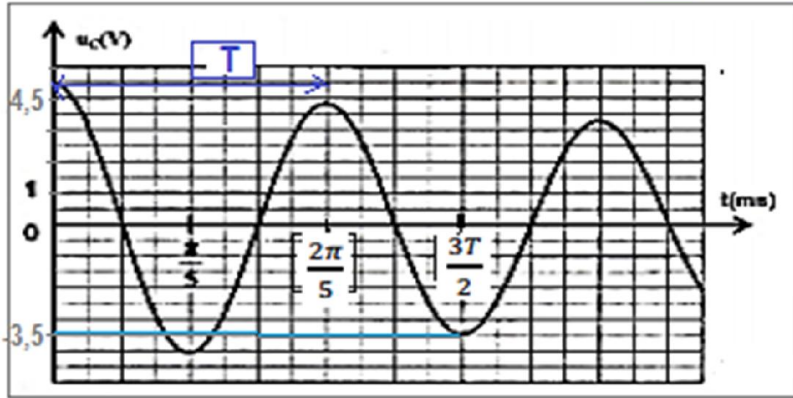
4- الطاقة المبددة في الدارة بين اللحظتين : t_0 و $t_1 = \frac{3T}{2}$

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2} C u_C^2 - \frac{1}{2} L C^2 \left(\frac{du_C}{dt} \right)^2 : \text{الطاقة الكلية للدارة تساوي}$$

عند اللحظة : $t_0 = 0$ مبياناً لدينا : $u_C = 4,5 \text{ V}$ و $\frac{du_C}{dt} = 0$ أي $E_m = 0$

عند اللحظة : $t_1 = \frac{3T}{2}$ مبياناً لدينا : $u_C = -3,5 \text{ V}$ و $\frac{du_C}{dt} = 0$ أي $E_m = 0$

- نحدد تغير الطاقة الكلية للدارة بين اللحظتين t_0 و t_1 :



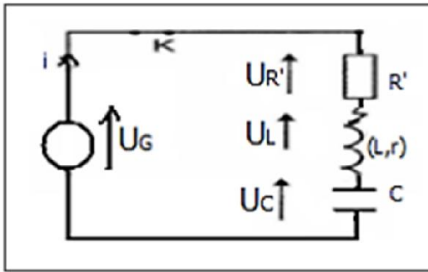
$$\Delta E = E_1 - E_0 = E_e(t_1) - E_e(t_0) \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2} C [u_c^2(t_1) - u_c^2(t_2)]$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \times 0,2 \cdot 10^{-6} [(3,5)^2 - (4,5)^2] = -8 \cdot 10^{-7} J$$

- الطاقة المبذوبة بمفعول جول في الدارة هي :

$$E_J = -\Delta E = 8 \cdot 10^{-7} J$$

5.1-5-المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف :



حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{R'} + u_L + u_C = U_G \Rightarrow R'i + ri + L \frac{di}{dt} + u_C = Ki$$

$$L \frac{di}{dt} + (R' + r - K)i + u_C = 0 \quad (***)$$

لدينا :

$$u_C = \frac{q}{C} \text{ , } \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} \right) = \frac{d^2 q}{dt^2} \text{ , } i = \frac{dq}{dt}$$

نعوض في المعادلة (***)

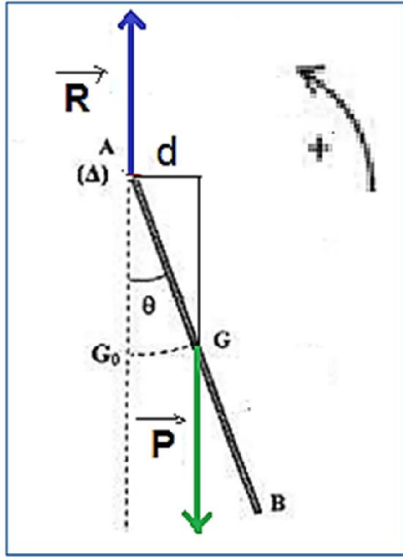
$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + (R' + r - K) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \xrightarrow{\text{نستنتج}} \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{(R' + r - K)}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} = 0$$

5.2- للحصول على تذبذبات جيبيه يجب أن يكون المعامل $\frac{(R' + r - K)}{L} = 0$ أي: $R' + r - K = 0$

$$r = K - R' \Rightarrow r = 208,4 - 200 = 8,4 \Omega$$

التمرين الثالث : الميكانيك

1-الدراسة التحريكية للنواس الوزن :



1.1- إثبات للمعادلة التفاضلية للنواس الوازن :

المجموعة المدروسة: { النواس الزاكن }

جهد القوى : $\vec{P}$: وزن النواس ، $\vec{R}$ تأثير محور الدوران (Δ) .

تطبيق العلاقة الأساسية للديناميك :

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad (1)$$

لدينا : $M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ لأن القوة $\vec{R}$ تمر من محور الدوران (Δ)

$$d = AG \cdot \sin\theta = \frac{\ell}{2} \cdot \sin\theta \quad \text{مع} \quad M_{\Delta}(\vec{P}) = -mgd$$

$$M_{\Delta}(\vec{P}) = -mg \frac{\ell}{2} \cdot \sin\theta$$

المعادلة (1) تكتب :

$$J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + mg \frac{\ell}{2} \cdot \sin\theta = 0 \Leftrightarrow -mg \frac{\ell}{2} \cdot \sin\theta = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{3g}{2\ell} \cdot \sin\theta = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} m \ell^2 \cdot \ddot{\theta} + mg \frac{\ell}{2} \cdot \sin\theta = 0 \Leftrightarrow$$

في حالة التذبذبات الصغيرة نكتب : $\sin\theta \approx \theta$ يصبح تعبير المعادلة التفاضلية :

$$\ddot{\theta} + \frac{3g}{2\ell} \cdot \theta = 0$$

1.2- طبيعة حركة النواس :

بما أن المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية فإن حركة النواس دورانية تذبذبية. المعادلة الزمنية تكتب :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

عند اللحظة t=0 لدينا $\theta(0) = \theta_m$

باستعمال المعادلة الزمنية نجد : $\theta(0) = \theta_m \cos\varphi$ أي : $\theta_m \cos\varphi = \theta_m$ ومنه : $\cos\varphi = 1$ أي : $\varphi = 0$

تغيير المعادلة الزمنية يصبح :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$$

3.1- نبين أن تعبير الدور الخاص يكتب : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$

$$\ddot{\theta}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) \Leftrightarrow \dot{\theta}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right) \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) \Leftrightarrow \theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\underbrace{\theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)}_{\neq 0} \left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{3g}{2\ell} \right] = 0 \Leftrightarrow -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) + \frac{3g}{2\ell} \cdot \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) = 0$$

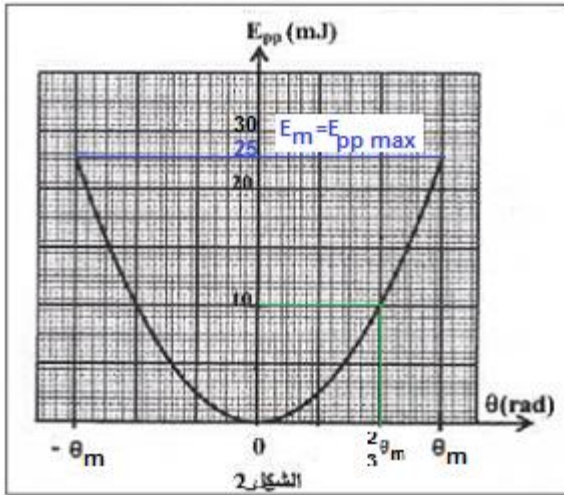
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2\ell}{3g}} \xleftarrow{\text{نستنتج}} \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{3g}{2\ell}} \Leftrightarrow \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{3g}{2\ell} \Leftrightarrow -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{3g}{2\ell} = 0$$

4.1- حساب الطول L للنواس البسيط :

الدور الخاص للنواس البسيط يكتب : $T'_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

لكي يكون النواس البسيط متواقت للنواس الوازن يجب أن يكون للنواسين نفس الدور الخاص :

$$T_0 = T'_0 \Leftrightarrow 2\pi \sqrt{\frac{2\ell}{3g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{2\ell}{3g} = \frac{L}{g} \Rightarrow L = \frac{2}{3}\ell \xrightarrow{\text{ت.ع.}} L = \frac{2}{3} \times 1,5 = 1m$$



2- الدراسة الطاقةية للنواس الوازن :

1.2- تحديد قيمة الطاقة الميكانيكية E_m للنواس :

لدينا : $E_m = E_c + E_{pp}$

عندما تكون $\theta = \theta_m$ فإن $E_c = 0$ و $E_{pp} = E_{pp \max}$ ومنه :

$$E_m = E_{pp \max} = 25 mJ$$

انظر الشكل 2

2.2- القيمة المطلقة للنواس عند $\theta = \frac{2}{3}\theta_m$:

باستعمال الشكل 2 عند $\theta = \frac{2}{3}\theta_m$ نجد مبيانيا $E_{pp} = 10 mJ$

باستعمال العلاقة : $E_m = E_c + E_{pp}$ نحصل على :

$$E_c = E_m - E_{pp} = 25 - 10 = 15 mJ$$

نعلم أن :

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 \text{ مع } J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \ell^2 \text{ أي } \dot{\theta}^2 = \frac{2E_c}{J_{\Delta}} = \frac{2E_c}{\frac{1}{3} m \ell^2} \text{ نستنتج : } \dot{\theta} = \mp \sqrt{\frac{6E_c}{m \ell^2}}$$

$$|\dot{\theta}| = \sqrt{\frac{6 \times 15 \cdot 10^{-3}}{0,203 \times 1,5^2}} = 0,44 \text{ rad. s}^{-1}$$