



الصفحة
1
8



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
الموضوع

7	المعامل	NS30	الفيزياء والكيمياء	المادة
4	مدة الإنجاز		شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعب (ة) أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

يتضمن الموضوع أربعة تمارين :

- تمرين في الكيمياء (7 نقط)
- ثلاثة تمارين في الفيزياء (13 نقطة)

تمرين الكيمياء:

- الجزء الأول : التعرف على محلولين حمضيين - تصنيع إستر..... (4,75 نقطة)
- الجزء الثاني : عمود كهربائي بالتركيز (2,25 نقطة)

تمارين الفيزياء :

تمرين 1 : التأريخ بالكربون 14 (2 نقط)

تمرين 2 : التبادل الطاقي بين وشيعة ومكثف..... (5,25 نقطة)

تمرين 3 :

- الجزء الأول : دراسة حركة متزلج..... (2,25 نقطة)
- الجزء الثاني : السقوط الرأسي لكروية فلية..... (3,5 نقطة)

الكيمياء (7 نقط)
الجزء الأول (4,75 نقطة): التعرف على محلولين حمضيين عن طريق المعايرة - تصنيع إستر

حضّر تقني المختبر محلولين أحدهما (S₁) لحمض كربوكسيلي RCOOH و الآخر (S₂) لحمض بيركلوريك HClO₄ ووضع كلا منهما في قنينة، إلا أنه نسي تسجيل اسمي المحلولين على القنيتين.

معطى: نسبة التقدم النهائي لتفاعل حمض بيركلوريك مع الماء هي $\tau = 1$.

1 للتعرف على المحلولين وتحديد تركيزهما، قام تقني المختبر بمعايرة كل منهما بواسطة محلول (S_b) لهيدروكسيد الصوديوم. أخذ نفس الحجم $V = 10 \text{ mL}$ من المحلولين (S₁) و (S₂) وعائرها بواسطة نفس محلول هيدروكسيد الصوديوم

ذي التركيز $C_b = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$.
مكّنه تتبع تطور الـ pH أثناء المعايرة من الحصول على المنحنيين جانبيه
المنحنى (A) و (B) الممثلين لتغيرات الـ pH بدلالة الحجم V_b لمحلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف.

Δ_A و Δ'_A متوازيان مماسان للمنحنى (A)، و Δ_B و Δ'_B متوازيان مماسان للمنحنى (B).

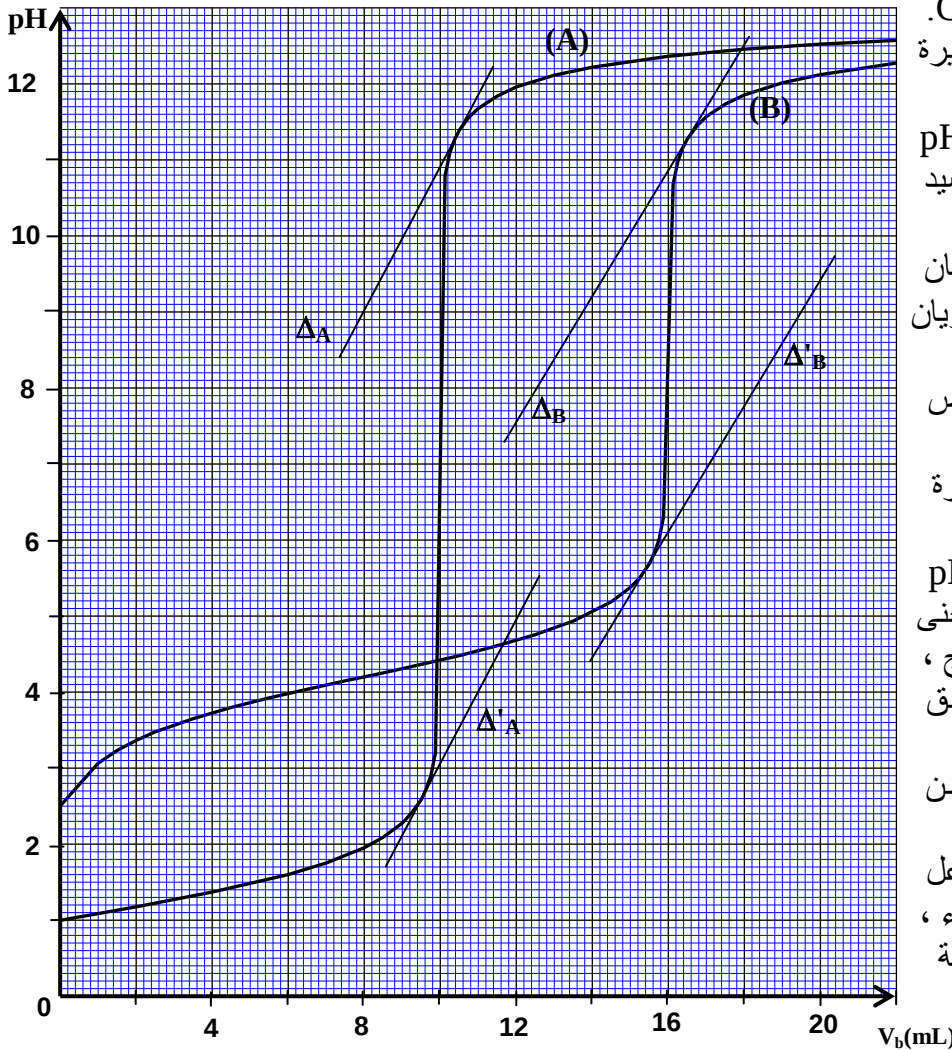
1.1 - اكتب معادلة تفاعل كل حمض مع الماء.

1.2 - اكتب معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض.

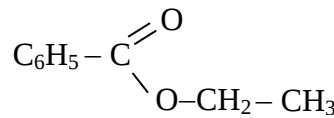
1.3 - باستعمال المماسات، حدد pH الخليط عند التكافؤ بالنسبة لكل منحنى مع ذكر الطريقة المتبعة واستنتج، معللا جوابك، المنحنى الموافق لمعايرة المحلول (S₁).

1.4 - حدد تركيز كل من المحلولين (S₁) و (S₂).

1.5 - اعتمادا على جدول تقدم تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء، حدد قيمة الثابتة pK_A للمزدوجة قاعدة/حمض لهذا الحمض.



2- لتصنيع إستر انطلاقا من الحمض الكربوكسيلي RCOOH، قام تقني المختبر بتسخين خليط مكوّن من $8,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ من الحمض الكربوكسيلي و $1,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ من الإيثانول C_2H_5OH ، فحصل على إستر صيغته نصف المنشورة:



عند نهاية التفاعل قام بتخفيض درجة حرارة

الخليط التفاعلي، ثم عاير الحمض الكربوكسيلي RCOOH المتبقي، فوجد $n_r = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

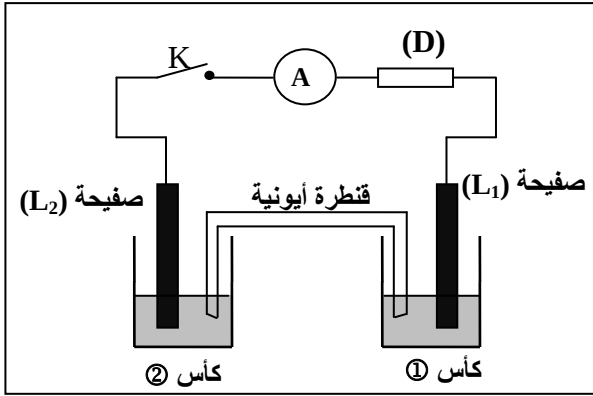
2.1 - حدد الصيغة نصف المنشورة للحمض الكربوكسيلي RCOOH.

2.2 - حدد كمية مادة الإستر المتكوّن عند نهاية التفاعل.

2.3 - احسب مردود هذا التصنيع.

الجزء الثاني (2,25 نقط) : عمود كهربائي بالتركيز

الأعمدة الكهربائية هي أجهزة كهركيميائية تحوّل طاقة التفاعل الكيميائي إلى طاقة كهربائية ، نذكر من بينها الأعمدة الكهربائية بالتركيز التي تستمد طاقتها من فرق تراكيز الأيونات في محلولين . يستعمل هذا النوع من الأعمدة خاصة في الصناعة على مستوى الغلجنة و دراسة التآكل . يهدف هذا التمرين إلى دراسة عمود بالتركيز نحاس - نحاس .



الشكل 2

يتكوّن العمود الممثل في الشكل 2 من :

- كأس ① تحتوي على حجم $V_1 = 50 \text{ mL}$ من محلول (S_1) لكبريتات النحاس (II) تركيزه C_1 ($\text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$) مغمور فيه جزء صفيحة (L_1) من النحاس ؛

كأس ② تحتوي على حجم $V_2 = V_1$ من محلول (S_2) لكبريتات النحاس (II) تركيزه C_2 مغمور فيه جزء صفيحة (L_2) من النحاس ؛

قنطرة أيونية تصل المحلولين (S_1) و (S_2) .

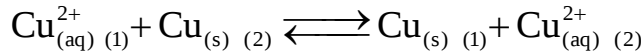
نصل صفيحتي النحاس (L_1) و (L_2) بموصل أومي (D)

مقاومته R وأمبيرمتر وقاطع التيار K .

نرمز بـ $\text{Cu}^{2+}_{(1)}$ لأيونات $\text{Cu}^{2+}_{(aq)}$ الموجودة في الكأس ① ،

وبـ $\text{Cu}^{2+}_{(2)}$ لأيونات $\text{Cu}^{2+}_{(aq)}$ الموجودة في الكأس ② .

عند إغلاق قاطع التيار K ، يحدث داخل العمود تفاعل أكسدة - اختزال معادلته :



ننجز تجربتين (a) و (b) باستعمال قيم التراكيز المشار إليها في الجدول أسفله . نقيس شدة التيار المار في الموصل الأومي ، عند إغلاق قاطع التيار ، في كل من التجربتين و ندوّن النتائج في الجدول نفسه :

التجربة (b)		التجربة (a)		التركيز بـ (mol.L^{-1})
$C_2 = 0,10$	$C_1 = 0,10$	$C_2 = 0,10$	$C_1 = 0,010$	
$I_2 = 0$		$I_1 = 140$		شدة التيار I (mA)

معطى : ثابتة فرادي $F = 9,65.10^4 \text{ C.mol}^{-1}$.

1- استنتج انطلاقا من النتائج التجريبية المدوّنة في الجدول أعلاه، قيمة ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل . 0,5

2- نهتم بالتجربة (a) و نأخذ كأصل للتواريخ ($t=0$) اللحظة التي نغلق عندها قاطع التيار .

2.1- حدد القطب الموجب للعمود معلا الجواب . 0, 5

2.2- أثبت تعبير التقدم x للتفاعل الحاصل بدلالة الزمن t باعتبار شدة التيار I_1 ثابتة خلال اشتغال العمود . 0,75

احسب نسبة تقدم التفاعل عند اللحظة $t = 30 \text{ min}$.

2.3- أوجد التركيزين $[\text{Cu}^{2+}_{(1)}]_{\text{éq}}$ و $[\text{Cu}^{2+}_{(2)}]_{\text{éq}}$ في كل من الكأسين ① و ② عند استهلاك العمود . 0,5

الفيزياء

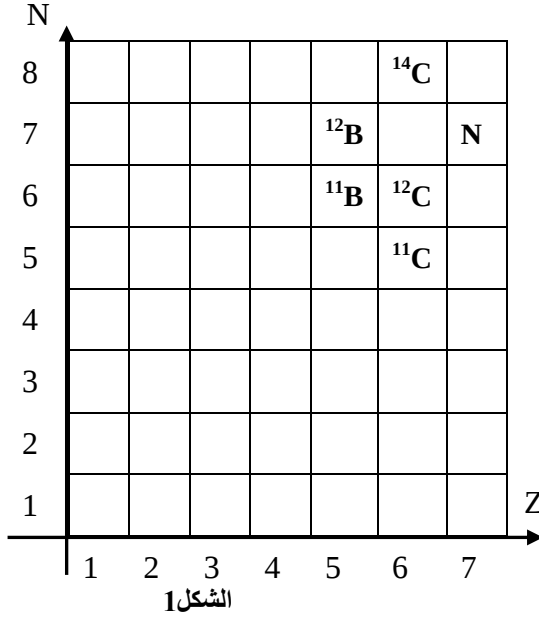
تمرين 1 (2 نقط) : التأريخ بالكربون 14

تمتص جميع النباتات الكربون C الموجود في الجو (^{12}C و ^{14}C) من خلال ثنائي أوكسيد الكربون بحيث تبقى نسبة عدد النوى $N(^{14}\text{C})_0$ للكربون 14 على عدد النوى $N(\text{C})_0$ للكربون في النباتات ثابتة

خلال حياتها: $\frac{N(^{14}\text{C})_0}{N(\text{C})_0} = 1,2.10^{-12}$.

انطلاقا من لحظة موت النبات تتناقص هذه النسبة نتيجة تفتت الكربون 14 لكونه نظير مشع.

معطيات:



- عمر النصف للكربون 14 هو : $t_{1/2} = 5730 \text{ ans}$ ؛
- الكتلة المولية للكربون : $M(C) = 12,0 \text{ g.mol}^{-1}$ ؛
- ثابتة أفوكادرو : $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ؛
- $1 \text{ an} = 3,15.10^7 \text{ s}$.
- نواة الكربون 14 إشعاعية النشاط β^- ، ينتج عن تفتتها نواة A_ZY .

1- يعطي الشكل (1) جزءا من مخطط سيغري (Z,N) .

1.1- اكتب معادلة التحول النووي للكربون 14 محددا

النواة المتولدة A_ZY .

1.2- تتفتت نواة الكربون ${}^{11}_6C$ لتعطي نواة البور ${}^{A'}_{Z'}B$.

اكتب معادلة هذا التحول النووي محددا A' و Z' .

2- اعتمادا على مخطط الطاقة الممثل في الشكل (2) :

2.1- أوجد طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الكربون 14 .

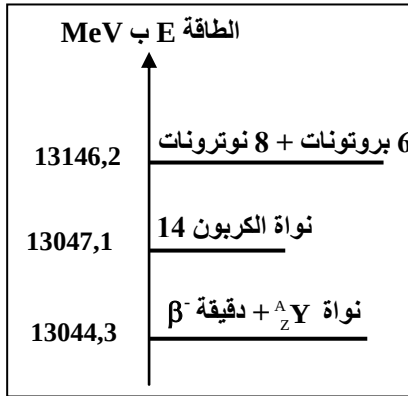
2.2- أوجد القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون 14 .

3- نريد تحديد عمر قطعة خشب قديم ، لذلك نأخذ منها عند لحظة t عينة كتلتها $m = 0,295 \text{ g}$ ؛ فنجد أن هذه العينة تعطي 1,40 تفتتات في الدقيقة . نعتبر أن التفتتات الملاحظة ناتجة فقط عن نوى الكربون 14 الموجود في العينة المدروسة .

نأخذ من شجرة حبة قطعة لها نفس كتلة العينة السابقة $m = 0,295 \text{ g}$ فنجد أن نسبة كتلة الكربون فيها هي 51,2% .

3.1- احسب عدد نوى الكربون C وعدد نوى الكربون 14 في القطعة التي أخذت من الشجرة الحية .

3.2- حدد عمر قطعة الخشب القديم .



تمرين 2 (5,25 نقط) : التبادل الطاقي بين وشيعة ومكثف

تتصرف الدارة LC كمتذبذب يتم فيه تبادل الطاقة بين المكثف و الوشيعة بكيفية دورية ، إلا أنه في الواقع لا تبقى الطاقة الكلية لهذه الدارة ثابتة خلال الزمن وذلك بسبب ضياع جزء منها بمفعول جول . يهدف هذا التمرين إلى دراسة التبادل الطاقي بين مكثف و وشيعة واستجابة هذه الأخيرة لرتبة توتر كهربائي .

1 - التذبذبات الكهربائية في الحالة التي تكون فيها مقاومة الوشيعة مهمة .

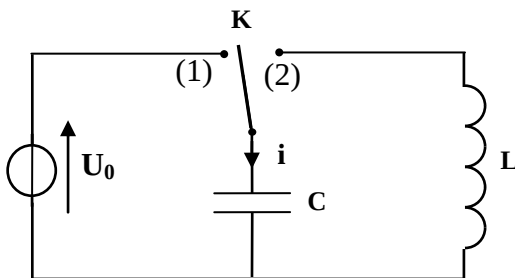
نعتبر التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1 والمكوّن من :

- مولد كهربائي G مؤتمل للتوتر يعطي توترا U_0 ؛

- وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهمة ؛

- مكثف سعته $C = 8,0.10^{-9} \text{ F}$ ؛

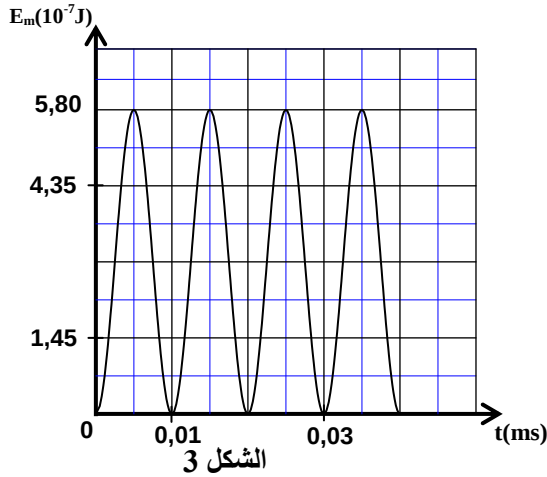
- قاطع التيار K .



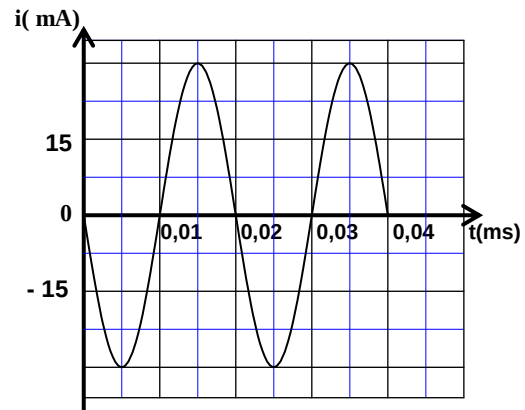
نشحن المكثف تحت التوتر U_0 بوضع قاطع التيار K في الموضع (1) .

بعد شحن المكثف كليا، نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) عند لحظة $t=0$ ، فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته i بواسطة جهاز ملائم ، نعاين المنحنى الممثل لتغيرات الشدة i للتيار بدلالة الزمن (الشكل 2) والمنحنى الممثل

لتغيرات الطاقة المغنطيسية E_m المخزونة في الوشيعة بدلالة الزمن (الشكل 3) .



الشكل 3



الشكل 2

1.1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i. 0,5

1.2- اعتمادا على الشكلين (2) و (3) :

أ- حدد قيمة الطاقة الكلية E_T للدارة LC و استنتج قيمة التوتر U_0 . 0,75

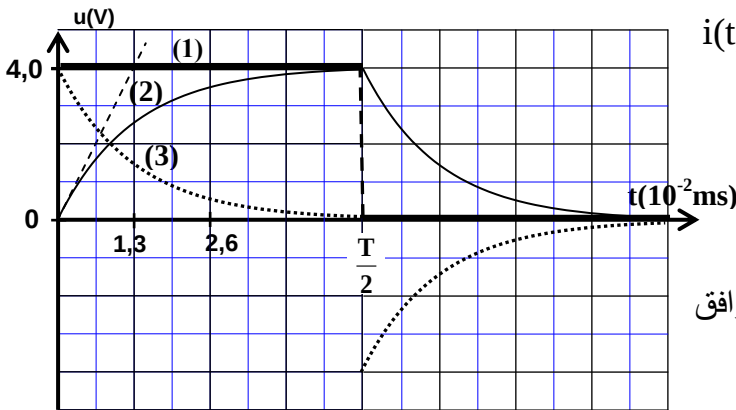
ب- حدد قيمة L. 0,5

2 - استجابة وشيعة ذات مقاومة مهملة لرتبة توتر

نركب الوشيعة السابقة على التوالي مع موصل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$.

نطبق بين مربطي ثنائي القطب المحصل توترا قيمة رتبته الصاعدة E وقيمة رتبته النازلة منعدمة ودوره T.

نعاین بواسطة جهاز ملائم تطور التوتر u بين مربطي المولد و التوتر u_R بين مربطي الموصل الأومي والتوتر u_L بين مربطي الوشيعة؛ فنحصل على المنحنيات (1) و (2) و (3) الممثلة في الشكل (4).



الشكل 4

2.1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ 0,5

في المجال $0 \leq t < \frac{T}{2}$.

2.2- يكتب حل هذه المعادلة التفاضلية على الشكل :

$$i(t) = I_p (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

أ- أقرن كلا من التوترين u_R و u_L بالمنحنى الموافق 0,5

له في الشكل (4). 0,5

ب- اعتمادا على منحنيات الشكل 4 أوجد قيمة I_p . 0,5

2.3- يكتب تعبير شدة التيار $i(t)$ بدلالة الزمن في 0,5

المجال $\frac{T}{2} \leq t < T$ (دون تغيير أصل التواريخ) على الشكل $i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع A و τ ثابتان .

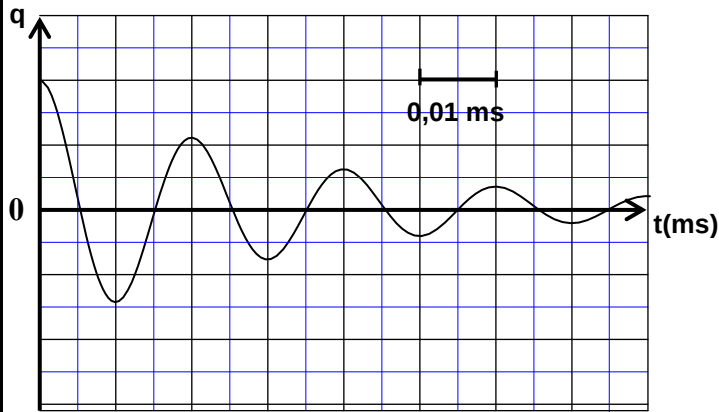
بيّن أن تعبير شدة التيار عند اللحظة $t_1 = \frac{3T}{4}$ يكتب على الشكل : $i(t_1) = I_p.e^{-2}$.

3 - التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهملة .

نعيد التجربة باستعمال التركيب الممثل في الشكل (1) وذلك بتعويض الوشيعة السابقة بوشيعة أخرى لها نفس معامل التحريض L لكن مقاومتها r غير مهملة .

بعد شحن المكثف كلياً ، نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2).

يمثل الشكل (5) تطور الشحنة q للمكثف بدلالة الزمن .



الشكل (5)

3.1- اختر الجواب أو الأجوبة الصحيحة : 0,5

تكون الطاقة المخزونة في الوشعة :

(أ) قصوى عند اللحظة $t_1 = 5.10^{-3} \text{ ms}$

(ب) دنيا عند اللحظة $t_1 = 5.10^{-3} \text{ ms}$

(ج) قصوى عند اللحظة $t_2 = 10^{-2} \text{ ms}$

(د) دنيا عند اللحظة $t_2 = 10^{-2} \text{ ms}$

3.2- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف تكتب على الشكل التالي : 0,5

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot q = 0$$

مع : T_0 الدور الخاص للدائرة و $\lambda = \frac{r}{2L}$

3.3- علما أن تعبير شبه الدور T للتذبذبات هو 0,5

$$T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2}}}$$

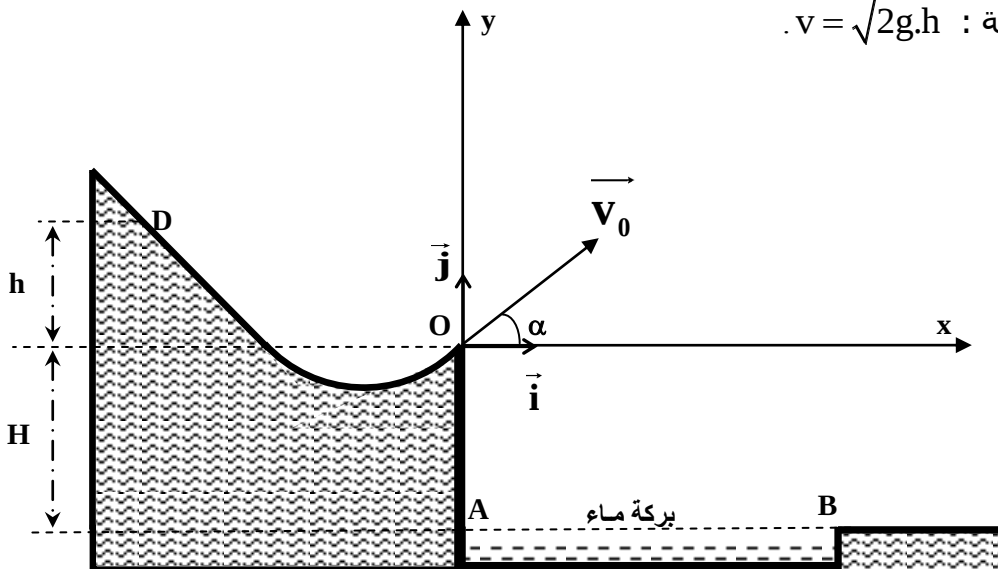
بالنسبة لـ $\frac{L}{C}$ لتكون $T \approx T_0$

الجزءان الأول والثاني مستقلان

تمرين 3 (5,75 نقط)

الجزء الأول (2,25 نقط) : دراسة حركة متزلج

ينزل متزلج على سطح جبل مكسو بطبقة من الجليد توجد في سفحه بركة ماء .
يبين الشكل التالي مكان بركة الماء بالنسبة للنقطة O التي يكون عندها المتزلج مضطرا لمغادرة سطح الجبل بسرعة تكون متجهتها $\vec{v}$ زاوية α مع المستقيم الأفقي. انطلق المتزلج من نقطة D توجد على ارتفاع h بالنسبة للمستوى الأفقي المار من النقطة O (انظر الشكل) .
يعبر عن السرعة v للمتزلج عند مروره من النقطة O بالعلاقة : $v = \sqrt{2gh}$



في إحدى المحاولات ، مر المتزلج من النقطة O أصل المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بسرعة معينة فسقط في بركة الماء .

نريد تحديد القيمة الدنيا h_m للارتفاع h للنقطة D التي يجب أن ينطلق منها المتزلج، بدون سرعة بدئية، لكي لا يسقط في بركة الماء .

معطيات :

- كتلة المتزلج و لوازمه : $m = 60 \text{ kg}$ ؛

- تسارع الثقالة : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ؛

- الارتفاع : $H = 0,50 \text{ m}$ ؛

- الزاوية : $\alpha = 30^\circ$ (انظر الشكل)؛

- طول بركة الماء : $d = AB = 10 \text{ m}$.

بالنسبة لهذا التمرين ، نمثل المتزلج و لوازمه بنقطة مادية G و نهمل جميع الاحتكاكات و كذلك جميع التأثيرات الناتجة عن الهواء .

1- يغادر المتزلج النقطة O عند اللحظة $t = 0$ بسرعة متجهتها $\vec{v}_0$ تكون الزاوية α مع المستقيم الأفقي .

1.1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها كل من إحداثيي متجهة سرعة المتزلج في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

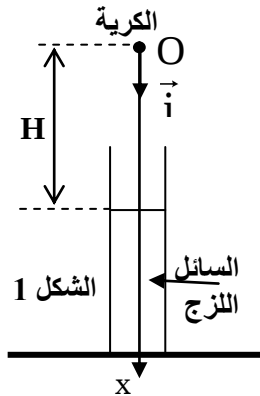
1.2- بين أن معادلة مسار المتزلج تكتب في المعلم الديكارتي على الشكل :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \cdot \tan \alpha$$

2- حدد القيمة الدنيا h_m للارتفاع h لكي لا يسقط المتزلج في بركة الماء .

الجزء الثاني (3,5 نقط): السقوط الرأسي لكرة فليزية .

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة السقوط الرأسي لكرة فليزية في الهواء و في سائل لزج .



معطيات :

- الكتلة الحجمية للكرة : $\rho_1 = 2,70.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ؛

- الكتلة الحجمية للسائل اللزج : $\rho_2 = 1,26.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ؛

- حجم الكرة : $V = 4,20.10^{-6} \text{ m}^3$ ؛

- تسارع الثقالة : $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$.

عند لحظة $t = 0$ نحرر الكرة من نقطة O منطبقة مع مركز قصورها G .
توجد النقطة O على ارتفاع H من السطح الحر للسائل اللزج الذي يوجد في أنبوب رأسي شفاف . (شكل 1) .

يمثل منحنى الشكل (2) تطور السرعة v لمركز القصور G للكرة خلال سقوطها في الهواء و داخل السائل اللزج .

1 - دراسة حركة الكرة في الهواء .

ننمذج تأثير الهواء على الكرة أثناء سقوطها بقوة رأسية $\vec{R}$ شدتها R ثابتة .

نهمل شعاع الكرة أمام الارتفاع H .

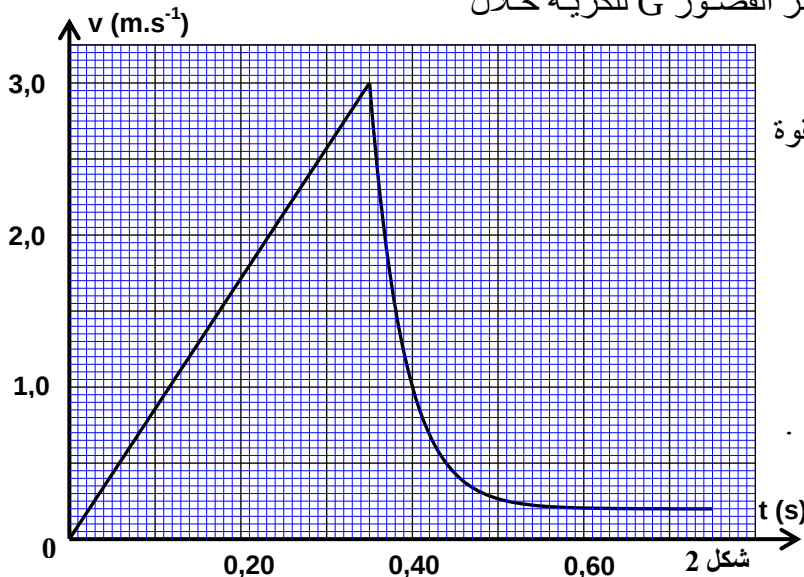
يصل مركز القصور G للكرة إلى السطح الحر للسائل اللزج عند اللحظة t_1 بسرعة v_1 .

1.1 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، عبّر

عن R بدلالة V و g و ρ_1 و v_1 و t_1 .

1.2 - باستثمار المنحنى $v = f(t)$ ،

احسب قيمة الشدة R .



2. دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج .

تخضع الكرة أثناء سقوطها داخل السائل اللزج بالإضافة لوزنها إلى :

$$\text{دافعة أرخميدس } \vec{F} = -\rho_2.V.g.\vec{i} ;$$

قوة احتكاك مائع $\vec{f} = -k.v.\vec{i}$ حيث k ثابتة موجبة .

ننمذج تطور السرعة v لمركز قصور الكرة في النظام العالمي للوحدات بالمعادلة التفاضلية :

$$(1) \quad \frac{dv}{dt} = 5,2 - 26.v$$

2.1 - أوجد المعادلة التفاضلية الحرفية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكرة بدلالة معطيات النص . 0,5

2.2- باستعمال هذه المعادلة التفاضلية الحرفية و مبيان الشكل 2 ، تحقق من صحة المعادلة التفاضلية (1) . 0,75

2.3- باستعمال معادلة الأبعاد، حدد بعد الثابتة k . احسب قيمة k . 0,5

2.4- علما أن سرعة مركز قصور الكرة داخل السائل اللزج عند لحظة t_i هي $v_i = 2,38 \text{ ms}^{-1}$ ، أثبت باستعمال 0,75

طريقة أولير أن تعبير سرعة G عند اللحظة $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ هو : $v_{i+1} = (1 - 26.\Delta t).v_i + 5,20.\Delta t$

مع Δt خطوة الحساب . احسب v_{i+1} في حالة $\Delta t = 5,00 \text{ ms}$.

الكيمياء

الجزء الأول التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة - تصنيع الإستر

التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة

1-1. معادلة تفاعل كل حمض مع الماء

- تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي معادلته
$$S_1 \quad RCOOH + H_2O \rightleftharpoons RCOO^- + H_3O^+$$
- تفاعل حمض بيركلوريك مع الماء تفاعل كلي لأن $\tau = 1$ معادلة تفاعل :
$$S_2 \quad HClO_4 + H_2O \rightarrow ClO_4^- + H_3O^+$$

1-2. معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض

- تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض الكربوكسيلي $RCOOH$
$$RCOOH + HO^- \rightarrow RCOO^- + H_2O$$
 - تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض بيركلوريك
- حمض بيركلوريك يتفاعل كلياً مع الماء ليعطي أيونات H_3O^+ ومنه فإن تفاعل المعايرة يحدث في هذه الحالة بين أيونات H_3O^+ وأيونات HO^- حسب المعادلة التالية
- $$H_3O^+ + HO^- \rightarrow 2H_2O$$

1-3. تحديد pH التكافؤ بالنسبة لكل خليط

الطريقة المتبعة هي طريقة المماسات (انظر الدرس)

- بالنسبة للمنحنى A $pH_{EA} = 7$

- بالنسبة للمنحنى A $pH_{EB} = 8,5$

هام تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي (حمض ضعيف) وهذا يعني أن $pH_E > 7$ وذلك لأننا نحصل عند التكافؤ أثناء معايرة حمض ضعيف بواسطة قاعدة قوية على محلول قاعدي ($pH_E > 7$)، ومنه فإن

المنحنى B يوافق معايرة المحلول S_1

1-4. تركيز المحلولين S_1 و S_2

نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم V_{bE} من محلول هيدروكسيد الصوديوم :

- بالنسبة لمعايرة المحلول S_1 بتطبيق $V_{bE1} = 16mL$ علاقة التكافؤ $C_1 = \frac{C_b \cdot V_{bE1}}{V} = 1,6 \cdot 10^{-1} mol/L$
- بالنسبة لمعايرة المحلول S_2 بتطبيق $V_{bE2} = 10mL$ علاقة التكافؤ $C_2 = \frac{C_b \cdot V_{bE2}}{V} = 1 \cdot 10^{-1} mol/L$

1-5. تحديد قيمة pK_A للمزدوجة $RCOOH/RCOO^-$

الجدول الوصفي

$RCOOH + H_2O \rightleftharpoons RCOO^- + H_3O^+$					
كميات المتفاعلة بالمول					تقدم التفاعل
$n_0(RCOOH)$	بوفرة	0	0	0	ح البدئية
$n_0(RCOOH) - x$	بوفرة	x	x	x	ح الوسطية
$n_0(RCOOH) - x_f$	بوفرة	x_f	x_f	x_f	ح النهائية

$$K_A = \frac{[RCOO^-]_{\text{eq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{eq}}}{[RCOOH]_{\text{eq}}} \quad \text{تعبير ثابتة الحمضية}$$

من خلال الجدول الوصفي

$$[RCOO^-]_{\text{eq}} = [H_3O^+]_{\text{eq}} \quad \text{و} \quad n_{\text{eq}}(RCOO^-) = x_f \quad \text{و} \quad n_{\text{eq}}(H_3O^+) = x_f \quad \text{لدينا}$$

$$\text{و} \quad n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f \quad (\text{كمية المادة المتبقية من الحمض الكربوكسيلي})$$

$$[RCOOH]_{\text{eq}} = C_1 - [H_3O^+]_{\text{eq}} \quad \text{هو: التركيز المولي الفعلي للكمية المتبقية}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{\text{eq}}^2}{C_1 - [H_3O^+]_{\text{eq}}} \quad \text{يصبح تعبير ثابتة الحمضية كالتالي:}$$

هام

تركيز أيونات H_3O^+ يتم تحديدها من pH المحلول S_1 ، أي قيمة pH الموافقة للحجم $V_b = 0mL$ بالنسبة للمنحنى B إذن $pH_0 \approx 2,5$

$$pK_A = -\log K_A = -\log \left(\frac{[H_3O^+]_{\text{eq}}^2}{C_1 - [H_3O^+]_{\text{eq}}} \right)$$

$$pK_A = -\log \left(\frac{10^{-5}}{1,6 \cdot 10^{-1} - 10^{-2,5}} \right) = 4,2 \quad \text{ت ع}$$

تصنيع الإستر

2. تصنيع إستر انطلاقا من الحمض الكربوكسيلي السابق

2-1. انطلاقا من الإستر الناتج، نستنتج أن الحمض الكربوكسيلي هو حمض البنزويك صيغته الكيميائية هي: C_6H_5COOH

2-2. كمية مادة الإستر المتكون

يمكن الاستعانة بجدول وصفي فنجد:

$$n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f \quad (\text{كمية مادة حمض البنزويك المتبقية})$$

$$x_f = n_f(\text{الإستر}) = \text{كمية مادة الإستر المتكون و منه فان:}$$

$$n_f(\text{الإستر}) = n_0(RCOOH) - n_r(RCOOH)$$

$$n_f(\text{الإستر}) = 8,2 \cdot 10^{-3} - 2,4 \cdot 10^{-3} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{ت ع}$$

2-3. مردود التصنيع

$$r = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{th}}} = \frac{n_f(\text{الإستر})}{n_{\text{max}}(\text{الإستر})} = \frac{5,8 \cdot 10^{-3}}{8,2 \cdot 10^{-3}} = 0,71 = 71\% \quad \text{نعلم أن}$$

الجزء الثاني عمود كهربائي بالتركيز

هام

• عمود التركيز لا ينتج تيار كهربائي إلا إذا كان اختلاف في تركيز بين الكأسين حيث تنتقل الإلكترونات

من الكأس ذات التركيز الصغير إلى الكأس ذات التركيز الكبير

• عندما يصبح نفس التركيز في الكأسين فإن التيار الكهربائي ينعدم فنقول أن المجموعة في حالة

توازن، و منه فان تحديد ثابتة التوازن يعتمد على معطيات التجربة b

1. ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل

$$K = \frac{[Cu^{2+}_2]}{[Cu^{2+}_1]} = \frac{C_2}{C_1} = 1 \quad \text{إذن: } I = 0 \quad \text{المجموعة في حالة توازن كيميائي أي}$$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

-2

2-1. تحديد قطبية العمود

$$Q_{r,i} = \frac{[Cu^{2+}_2]_i}{[Cu^{2+}_1]_i} = \frac{0,1}{0,01} = 10$$

نلاحظ أن: $Q_{r,i} > K$ ، إذن المجموعة ستتطور في المنحى المعاكس أي منحى تكون أيونات Cu^{2+}_1 في

الكأس 1 ، وهكذا فنصف المعادلة التي تحدث في الكأس 1 هي : $Cu_{1(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{1(aq)} + 2e^-$

و هكذا فإن الإلكترونات تنتقل عبر الدارة الخارجية من الصفيحة L_1 نحو الصفيحة L_2 و من ثم فالصفيحة

L_1 تمثل القطب السالب و الصفيحة L_2 تمثل القطب الموجب.

2-2. تعبير التقدم x للتفاعل بدلالة الزمن

لدينا $Q = n(e^-) \cdot F = I \cdot \Delta t$ ومنه $n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F}$ نضع $\Delta t = t$ مدة الاشتغال و $I = I_1$ من خلال نصف المعادلة $Cu_{1(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{1(aq)} + 2e^-$ و الجدول الوصفي نجد $n(e^-) = 2x$ ومنه

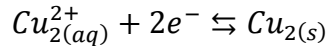
$$x = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{I_1 \cdot t}{2F}$$

$$x = \frac{0,140}{2 \cdot 96500} t = 7,25 \cdot 10^{-7} \cdot t \quad \text{ت ع}$$

انتباه حساب نسبة التقدم τ وليس تقدم التفاعل فقط

$$\tau = \frac{x}{x_{max}} \quad \text{لدينا}$$

لتحديد x_{max} ينبغي اعتماد نصف المعادلة الكيميائية التي تحدث في الكأس 2 ، حيث أن المتفاعل المحد هو $Cu^{2+}_{2(aq)}$:



$$x_{max} = C_2 \cdot V_2$$

$$\tau = \frac{I_1 \cdot t}{2F \cdot C_2 \cdot V_2} \quad \text{لدينا: } x(t = 30min) = \frac{I_1 \cdot t}{2F}$$

$$\tau = \frac{0,140 \cdot 30 \cdot 60}{2 \cdot 96500 \cdot 0,1 \cdot 0,05} = 0,26 = 26\% \quad \text{ت ع}$$

2-3. تحديد قيمة التركيزين

الجدول الوصفي

$Cu_1 + Cu^{2+}_2 \rightleftharpoons Cu_2 + Cu^{2+}_1$					
كميات المادة بالمول				تقدم التفاعل	
$n_0(Cu_1)$	$C_2 V_2$	$n_0(Cu_2)$	$C_1 V_1$	0	ح البدئية
$n_0(Cu_1) - x$	$C_2 V_2 - x$	$n_0(Cu_2) + x$	$C_1 V_1 + x$	x	ح الوسيطة
$n_0(Cu_1) - x_f$	$C_2 V_2 - x_f$	$n_0(Cu_2) + x_f$	$C_1 V_1 + x_f$	x_f	ح النهائية

$$K' = \frac{1}{K} = \frac{[Cu^{2+}_1]_{eq}}{[Cu^{2+}_2]_{eq}} = 1 \quad \text{بحيث : } K' \text{ بالرمز ،}$$

من خلال الجدول الوصفي نجد:

$$[Cu^{2+}_2]_{eq} = \frac{C_2 V_2 - x_f}{V_2}$$

$$[Cu^{2+}_1]_{eq} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1}$$

عند التوازن (عند استهلاك العمود) يتحقق لدينا $[Cu^{2+}_2]_{eq} = [Cu^{2+}_1]_{eq}$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين

الأستاذ : محمد شرحبيلي

ومنه: $\frac{C_2 V_2 - x_f}{V_2} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1}$ وبما أن $V_2 = V_1$

إذن: $C_2 V_2 - x_f = C_1 V_1 + x_f$

أي: $\frac{x_f}{V_1} = \frac{(C_2 - C_1)}{2}$ (لأن $V_2 = V_1$)

ومنه: $[Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1} = C_1 + \frac{(C_2 - C_1)}{2} = \frac{C_2 + C_1}{2}$

ت ع: $[Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = \frac{0,1 + 0,01}{2} = 5,5 \cdot 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$

لدينا: $[Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = [Cu^{2+}]_{\acute{e}q} = 5,5 \cdot 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$

الفيزياء النووية

التأريخ بالكربون

1-1. معادلة التفتت الكربون 14 : ${}^{14}_6C \rightarrow {}^A_ZY + {}^0_{-1}e$

- انحفاظ العدد الإجمالي للنويات: $A = 14 - 0 = 14$

- انحفاظ الشحنة الكهربائية: $Z = 6 + 1 = 7$

إذن النواة المتولدة A_ZY هي ${}^{14}_7N$

ومنه: ${}^{14}_6C \rightarrow {}^{14}_7N + {}^0_{-1}e$

1-2. معادلة التفتت الكربون 11 : ${}^{11}_6C \rightarrow {}^A_ZB + {}^A_ZX$

حسب مخطط سيغري نجد أن $Z'=5$ ومنه نجد: $Z=6-5=1$ (انحفاظ الشحنة الكهربائية)

و بالتالي فالإشعاع الناتج عن هذا التحول هو β^+ : $({}^0_1e)$

ومنه نجد $A'=11-0=11$

و هكذا نكتب معادلة التحول كالتالي: ${}^{11}_6C \rightarrow {}^{11}_5B + {}^0_1e$

2. استغلال مخطط الطاقة :

1-2. طاقة الربط بالنسبة لنواة الكربون 14

$$E = \frac{E_L({}^{14}_6C)}{A} = \frac{13146,2 - 13047,2}{14}$$

ت ع $E = 7,08 \approx 7,1 Mev/nucleon$

2-2. القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت الكربون 14

انطلاقاً من مخطط الطاقة نستنتج أن القيمة المطلقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون 14 هي:

$$E = 13047,1 - 13044,3 = 2,8 Mev$$

3. تحديد عمر قطعة خشب

3-1 تحديد عدد نوى الكربون الموجودة في القطعة ذات الكتلة $m = 0,295g$

نعبر عن عدد نوى الكربون بالعلاقة التالية $N(C) = \frac{m(C) \cdot N_A}{M(C)}$ حيث $m(C) = \frac{51,2m}{100}$ تمثل كتلة الكربون

الموجودة في الكتلة $m = 0,295g$ ومنه فإن $N(C) = \frac{51,2 \cdot m \cdot N_A}{100M(C)}$

ت ع $N(C) = \frac{51,2 \cdot 0,295 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{100M(C)} = 7,58 \cdot 10^{21}$

تحديد عدد نوى الكربون 14 الموجودة في القطعة ذات الكتلة $m = 0,295g$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

$$N(^{14}_6C)_0 = 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot N(C) \text{ ومنه فإن } \frac{N(^{14}_6C)_0}{N(C)} = 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ نعلم أن}$$

$$N(^{14}_6C)_0 = 9,1 \cdot 10^9 \text{ ت ع}$$

3-2 عمر قطعة الخشب

بتطبيق قانون التناقص الإشعاعي نجد $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$ عند اللحظة t التي تمثل عمر الخشب القديم لدينا: $a(t) = \frac{14}{60} Bq$ (عدد التفتتات في الثانية الخاصة بالكربون 14)

$$a_0 = \lambda \cdot N(^{14}_6C)_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N(^{14}_6C)_0 \text{ نشاط العينة المشعة عند اللحظة } t=0$$

$$a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N(^{14}_6C)_0 \cdot e^{-\lambda t} \text{ ومنه:}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda \cdot N(^{14}_6C)_0}{a(t)} = e^{\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{\lambda \cdot N(^{14}_6C)_0}{a(t)}\right) = \lambda t$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{\lambda \cdot N(^{14}_6C)_0}{a(t)}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{\ln 2 \cdot N(^{14}_6C)_0}{t_{1/2} \cdot a(t)}\right)$$

$$t = \frac{5730}{\ln 2} \cdot \ln\left[\frac{\ln 2 \cdot 9,1 \cdot 10^9 \cdot 60}{5730 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \cdot 1,4}\right] = 3340 \text{ ans} \text{ ت ع:}$$

الكهرباء

1. التذبذبات الكهربائية في حالة مقاومة الوشيعة مهملة

1-1. بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد: $u_L + u_C = 0$

$$L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$(1) \quad L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

نقوم باشتقاق العلاقة 1 بالنسبة للزمن فنجد:

$$\frac{d}{dt} \left(L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right) = 0 \Rightarrow L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} \frac{d(q)}{dt} = 0$$

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0 \text{ ومنه:}$$

وبالتالي: فإن $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$ هي المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي

1-2. استغلال الشكلين 1 و 2 (مقاومة الوشيعة مهملة)

أ. الطاقة الكلية الدارة عند اللحظة هي: $E_T = E_m + E_e$

عند اللحظة $t = \frac{0,01}{2}$ تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة قصوى و الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة ومنه

$$E_T = E_m = 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ J} \text{ فإن:}$$

الطاقة المخزونة في الدارة تتحفظ فإن $E_T = E_m + E_e = E_{m,max} = E_{e,max}$ ومنه فإن

$$E_T = E_{e,max} = \frac{1}{2} C U_0^2 \Rightarrow U_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_T}{C}}$$

$$U_0 = 12V \text{ ت ع}$$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

ب. قيمة L معامل تحريض الوشيعية
بما أن الطاقة المخزونة في الدارة تتحفظ فإن $E_T = E_{m,max}$ ومنه فإن

$$E_T = \frac{1}{2} L I_{max}^2 \Rightarrow L = \frac{2E_T}{I_{max}^2}$$

لدينا $I_{max} = 30mA$ من خلال منحنى الشكل 2

$$L = \frac{2 \cdot 5,8 \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-4}} = 1,29 \cdot 10^{-3} \approx 1,3 \cdot 10^{-3} H$$

2. استجابة وشيعة ذات مقاومة مهملة لرتبة توتر

2-1. المعادلة التفاضلية في المجال $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$

بتطبيق قانون اضافية التوترات نجد $u_R + u_L = E$

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E$$

ومن

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{E}{L}$$

و بالتالي:

2-2. المنحنى الموافق لكل توتر

أ. من خلال حل المعادلة التفاضلية $i(t) = I_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ نلاحظ $i(0) = 0$ و بالتالي فإن $u_R(0) = R \cdot i(0) = 0$

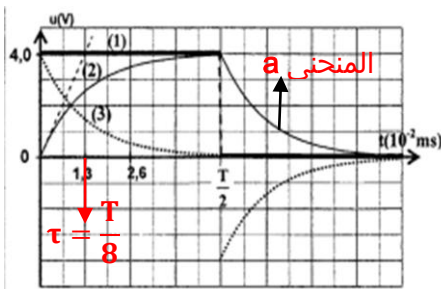
إذن المنحنى 2 يوافق التوتر u_R

وبما أن $u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{I_p}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه فإن

$$u_L(0) = L \frac{I_p}{\tau} \neq 0$$

ب. نعلم أن $\tau = \frac{L}{R}$ و بالتالي فإن

$$I_p = \frac{E}{R} \quad \text{ت ع} \quad I_p = 4 \cdot 10^{-2} A$$



الشكل 4

2-3. تعبير شدة التيار الكهربائي في المجال $\frac{T}{2} \leq t \leq T$

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

لدينا

لنحدد أولا تعبير A بالاعتماد على المنحنى a أنظر الشكل 4

العلاقة بين ثابتة الزمن τ و الدور T من خلال الشكل 4 أنظر الشكل $\tau = \frac{T}{8}$

$$i\left(\frac{T}{2}\right) = A e^{-\frac{t}{\tau}} = A e^{-\frac{T/2}{T/8}} = A e^{-4} = \frac{E}{R} \Rightarrow A = \frac{E}{R} e^4$$

$$i(t_1) = \frac{E}{R} e^4 e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

ومن

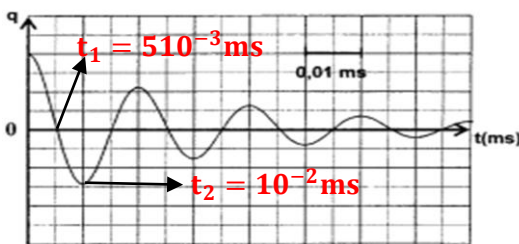
$$\frac{t_1}{\tau} = 6 \quad \text{مع} \quad i(t_1) \quad \text{في} \quad t_1 = \frac{3T}{4}$$

و بتعويض

$$\frac{E}{R} = I_p \quad \text{مع} \quad i(t_1) = \frac{E}{R} e^4 e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{E}{R} e^4 e^{-6} = \frac{E}{R} e^{-2}$$

$$i(t_1) = I_p e^{-2}$$

و بالتالي



الشكل (5)

3. التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهملة

3-1. تكون الطاقة المخزونة في الوشيعية قصوى عندما تكون

الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة أي $u_C = 0$ أو $q = 0$

عند $t_1 = 510^{-3} ms$ و بالتالي الطاقة المخزونة في

الدارة هي الطاقة المخزونة في الوشيعية ، حيث تكون الطاقة

المخزونة في الوشيعية عند هذه اللحظة قصوى (أنظر الشكل)

(أ) صحيح بينما (ب) خطأ

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

عند اللحظة $t_2 = 10^{-2} \text{ms}$ لدينا $q = -q_{\max}$ ومنه الطاقة المخزونة في المكثف قصوى وبالتالي الطاقة المخزونة في الوشعة دنيا . (ج) خطأ بينما (د) صحيح
3-2. المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف:

$$u_L + u_C = 0 \quad \text{لدينا:}$$

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad \text{و} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \text{نعلم أن}$$

$$r \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{إذن بالتعويض نحصل على:}$$

$$(1) \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \quad \text{و منه:}$$

$$(2) \quad \frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda \frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot q = 0 \quad \text{لدينا:}$$

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نجد:

$$\lambda = \frac{r}{2L} \quad \text{و} \quad \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC} \quad \text{أي} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{الدور الخاص للدائرة.}$$

3-3. الشرط الذي يجب أن تحققه المقاومة لكي تكون $T \approx T_0$

$$\text{من خلال العلاقة} \quad T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2}}} \quad \text{يجب أن تكون} \quad \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \quad \text{مهملة أمام} \quad \frac{1}{T_0^2} :$$

$$\frac{\lambda^2}{4\pi^2} \ll \frac{1}{T_0^2}$$

$$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{4\pi^2}{T_0^2} \quad \text{بتعويض} \quad \lambda^2 \quad \text{نحصل على:}$$

$$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}$$

$$r^2 \ll \frac{4L}{C}$$

$$r \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

الميكانيك

الجزء الأول دراسة حركة متزلج

1. يغادر المتزلج السكة عند اللحظة $t = 0$ بسرعة v_0

1-1. المعادلة التفاضلية التي تحققها إحداثيات متجهة السرعة

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \text{بتطبيق قانون الثاني لنيوتن نجد}$$

المتزلج في سقوط حر يخضع لوزنه $\vec{P}$ فقط

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$a_x = 0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0$$

الإسقاط على المحور $(0; i)$ نجد

$$a_y = -g \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -g$$

الإسقاط على المحور $(0; j)$ نجد

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرجيلي

1-2. معادلة المسار

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{oy}.t + y_0$

المعادلة الزمنية التي التي يحققها الأفصول $x(t) = v_{0x}.t + x_0$

بالاعتماد على الشروط البدئية نجد: احداثيات مركز قصور الكرة في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha . t & 1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha . t & 2 \end{cases}$$

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزميتين 1 و 2 حيث $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

2. القيمة الدنيا h_{min} للارتفاع لكي لا يسقط في بركة الماء

لكي لا يسقط المتزحلق في بركة الماء يجب أن يسقط على الأقل عند النقطة B ذات الأفصول $x_B = d = 10m$ و أرتوبها $y_B = -H$.

ليسقط المتزحلق في النقطة B ينبغي أن يصل إلى النقطة O بسرعة $v_0 = \sqrt{2gh_{min}}$

بتعويض $x_B = 10m$ و $y_B = -H$ في معادلة المسار نحصل على: $-H = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 + \tan \alpha . x_B$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 = H + x_B \cdot \tan \alpha \quad \text{إذن :}$$

$$v_0^2 = 2gh_{min} \quad \text{لدينا في هذه الحالة :}$$

$$\frac{x_B^2}{4h_{min} \cos^2 \alpha} = H + x_B \cdot \tan \alpha \quad \text{و منه بعد التعويض :}$$

$$h_{min} = \frac{x_B^2}{4(H + x_B \cdot \tan \alpha) \cos^2 \alpha} \quad \text{و بالتالي :}$$

$$h_{min} = \frac{100}{4(0,5 + 10 \cdot \tan 30) \cos^2 30} \approx 5,3m \quad \text{ت ع :}$$

الجزء الثاني السقوط الرأسى لكرة فلزية

1. دراسة حركة الكرة في الهواء :

تخضع الكرة إلى وزنه $\vec{P}$ و تأثير الهواء $\vec{R}$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \quad \text{1-1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد}$$

$$mg - R = ma \Rightarrow R = m(g - a) \quad \text{الإسقاط على المحور Ox نجد :}$$

أثناء سقوط الكرة في الهواء يكون تسارعها ثابت لأن شدة القوة $\vec{R}$ ثابتة حيث تكون المعادلة الزمنية للحركة

$$v(t) = at + v_0 \quad \text{من خلال المنحني } v_0 = 0 \text{ و منه فإن } v(t) = at$$

$$\text{عند اللحظة } t_1 \quad \text{نجد } v_1 = at_1 \Rightarrow a = \frac{v_1}{t_1} \quad \text{نعوض في العلاقة 1 نجد}$$

$$R = m \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right) = \rho_1 \cdot V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$$

1-2. استغلال المنحني لحساب شدة القوة $\vec{R}$

تصل الكرة إلى سطح الماء عند اللحظة t_1 بسرعة قصوى ،وبعدها يبدأ تناقص سرعتها بفعل دافعة أرخميدس

$$\text{عند اللحظة } t_1 = 0,35s \quad \text{نجد قيمة السرعة هي } v_1 = 3m/s$$

$$R = \rho_1 \cdot V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right) = 2700 * 4,20 \cdot 10^{-6} \left(9,80 - \frac{3}{0,35} \right) \approx 1,4 \cdot 10^{-2} N \quad \text{حساب شدة القوة } \vec{R}$$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

2. دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج

2-1. المعادلة التفاضلية الحرفية التي تحققها السرعة v

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد}$$

$$mg - f - F = ma \quad \text{الإسقاط على المحور Ox نجد:}$$

$$\rho_1 V g - kv - \rho_2 g V = \rho_1 V \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) - \frac{k}{\rho_1 V} v$$

2-2. التحقق من صحة المعادلة التفاضلية 1

$$g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) = 9,8 \left(1 - \frac{1,26}{2,70} \right) \approx 5,2 m/s^2 \quad \text{لدينا} \quad g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)$$

$$\frac{k}{\rho_1 V} \quad \text{تحديد قيمة المقدار}$$

تصل الكرة عند اللحظة $t_f \approx 0,54s$ إلى السرعة الحدية $v_l \approx 0,2 m/s$ حيث $\frac{dv_l}{dt} = 0$ و بالتالي

$$v_l = \frac{g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)}{\frac{k}{\rho_1 V}} \Rightarrow \frac{k}{\rho_1 V} = \frac{5,2}{0,2} = 26$$

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v \quad \text{و بالتالي فإن}$$

2-3. تحديد k

بالاعتماد على معادلة الأبعاد نجد:

$$[k] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[M][a]}{[v]} = \frac{[M][L][t]^{-2}}{[L][t]^{-1}} = [M][t]^{-1}$$

إذن وحدة k هي: $kg \cdot s^{-1}$

تحديد قيمة K

$$\frac{k}{\rho_1 V} = 26 \Rightarrow k = 26 \rho_1 V = 26 * 2,70 \cdot 10^3 * 4,20 \cdot 10^{-6} \approx 0,3 kg/s$$

2-4. طريقة أولير

يحدد التسارع عند اللحظة t_i من خلال المعادلة التفاضلية $a_i = 5,2 - 26v_i$

يعبر عن السرعة في اللحظة $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ بالعلاقة التالية:

$$v_{i+1} = a_i \Delta t + v_i = (5,2 - 26v_i) \Delta t + v_i = 5,2 \Delta t + v_i (1 - 26 \Delta t)$$

$$v_{i+1} = v_i (1 - 26 \Delta t) + 5,2 \Delta t \quad \text{و منه فإن}$$

$$v_{i+1} = 2,38(1 - 26 * 5,00 \cdot 10^{-3}) + (5,2 * 5,00 \cdot 10^{-3}) = \quad \text{ت ع:}$$

$$v_{i+1} \approx 2,096 m/s \quad \text{ت ع} \quad v_i = 2,38 m/s \quad \text{و منه} \quad \Delta t = 5 ms \quad \text{باستعمال}$$