



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
الموضوع

7	المعامل	NS28	الفيزياء والكيمياء	المادة
3	مدة الإجابة		شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية	الشعب (ة) أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة

تعطى التعابير الحرفية قبل التطبيقات العددية

يتضمن الموضوع أربعة تمارين: تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

الكيمياء : (7 نقط)

- تتبع تحول كيميائي بقياس الضغط.
- دراسة كمية لتحليل كهربائي.

الفيزياء : (13 نقطة)

- * الفيزياء النووية (3 نقط):
- دراسة النشاط الإشعاعي للكربون 14 والتأريخ به.

- * الكهرباء (4,5 نقط):
- دراسة مبدأ اشتغال مؤقت الإنارة.

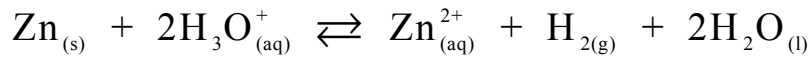
- * الميكانيك (5,5 نقط) :
- دراسة حركة رياضي في مجال الثقالة المنتظم .

الكيمياء : (7 نقط)**الجزء I : تتبع تحول كيميائي بقياس الضغط**

يعتبر غاز ثنائي الهيدروجين من المحروقات التي تتوفر على طاقة عالية غير ملوثة ،
و يمكن تحضيره في المختبر بتفاعل الأحماض مع بعض الفلزات.
يهدف هذا الجزء إلى تتبع تطور تفاعل حمض الكبريتيك مع الزنك بقياس الضغط.
المعطيات :

- نعتبر جميع الغازات كاملة .
- تمت جميع القياسات عند 25°C .
- نذكر بمعادلة الحالة للغازات الكاملة : $P.V = n.R.T$
- الكتلة المولية الذرية للزنك : $M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g.mol}^{-1}$

ننمذج تفاعل الزنك $\text{Zn}_{(s)}$ مع محلول حمض الكبريتيك $2 \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)} + \text{SO}_4^{2-}_{(aq)}$ بالمعادلة الكيميائية التالية :



لدراسة حركية هذا التفاعل ، ندخل في حوجة حجمها ثابت $V = 1\text{L}$ الكتلة $m = 0,6 \text{ g}$ من مسحوق الزنك $\text{Zn}_{(s)}$ ونصب فيها عند اللحظة $t_0 = 0$ حجما $V_a = 75 \text{ mL}$ من محلول مائي لحمض الكبريتيك تركيز أيونات الأوكسونيوم فيه هو $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,4 \text{ mol.L}^{-1}$.
نقيس في كل لحظة t الضغط P داخل الحوجة بواسطة لاقط للضغط.
1. لتكن $n_i(\text{H}_3\text{O}^+)$ كمية المادة البدئية لأيونات الأوكسونيوم و $n_i(\text{Zn})$ كمية المادة البدئية للزنك .
انقل على ورقة التحرير الجدول الوصفي أسفله وأتممه. (0,5 ن)

المعادلة الكيميائية					الحالة	
$\text{Zn}_{(s)} + 2\text{H}_3\text{O}^+_{(aq)} \rightleftharpoons \text{Zn}^{2+}_{(aq)} + \text{H}_{2(g)} + 2\text{H}_2\text{O}_{(l)}$					تقدم التفاعل	
يعبر عنه بالمول mol						
$n_i(\text{Zn})$	$n_i(\text{H}_3\text{O}^+)$			وافر	$x = 0$	البدئية
				وافر	x	خلال التحول
				وافر	$x = x_{\text{max}}$	عند تحول كلي

2. أحسب $n_i(\text{H}_3\text{O}^+)$ و $n_i(\text{Zn})$. (1 ن)

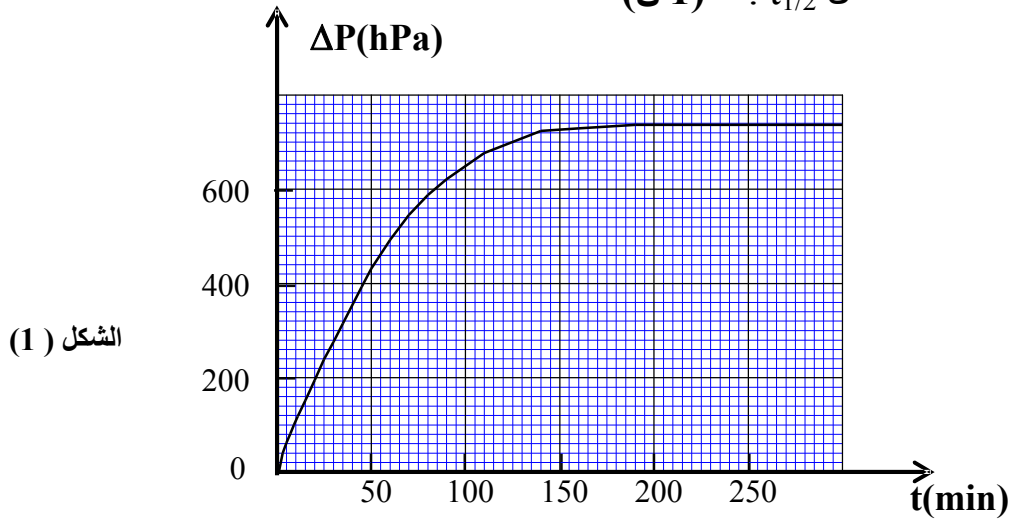
3. حدد المتفاعل المحد واستنتج التقدم الأقصى x_{max} للتفاعل. (0,5 ن)

4. بتطبيق معادلة الحالة للغازات الكاملة واعتمادا على الجدول الوصفي السابق ، أوجد تعبير التقدم $x(t)$ للتفاعل عند لحظة t بدلالة R و T و V و ΔP ، حيث $\Delta P = P - P_0$ مع P_0 الضغط البدئي المقاس عند اللحظة $t_0 = 0$ و P الضغط المقاس عند اللحظة t . (1 ن)

5. ليكن $\Delta P_{\text{max}} = P_{\text{max}} - P_0$ تغير الضغط الأقصى و x_{max} التقدم الأقصى للتفاعل ، أثبت العلاقة :

$$x(t) = x_{\text{max}} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta P_{\text{max}}} \quad (0,5 \text{ ن})$$

6. مكنت الدراسة التجريبية من خط المنحنى الممثل في الشكل (1) الذي يمثل تغيرات ΔP بدلالة الزمن .
أوجد مبيانيا زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$. (1 ن)



الشكل (1)

الجزء II : دراسة كمية لتحليل كهربائي

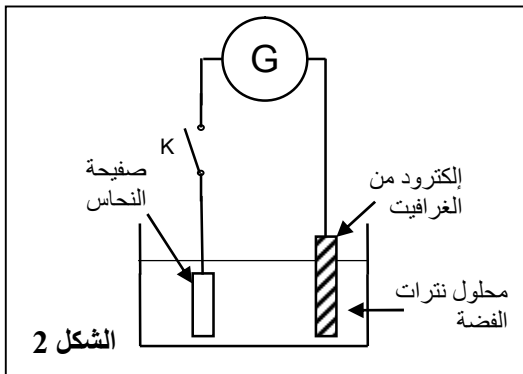
نجد من بين التطبيقات الصناعية للتحليل الكهربائي تغطية بعض الفلزات بطبقة رقيقة من فلز آخر قصد حمايتها وتلميع مظهرها.
يهدف هذا الجزء إلى دراسة عملية التفضيض لقطعة من النحاس بواسطة التحليل الكهربائي.
المعطيات :

- المزدوجتان المتدخلتان : $O_2(g) / H_2O(l)$; $Ag^+(aq) / Ag(s)$

- $1 F = 96500 C.mol^{-1}$

- الكتلة المولية الذرية للفضة : $M(Ag) = 108 g.mol^{-1}$

نغمر صفيحة من النحاس Cu كلياً في محلول مائي (S) لنترات الفضة $Ag^+(aq) + NO_3^-(aq)$ تركيزه C وحجمه $V = 0,5 L$ ، ثم نصل الصفيحة بواسطة سلك موصل بأحد قطبي مولد كهربائي G ، ونربط قطبه الآخر بالكترود من الغرافيت كما هو مبين في الشكل (2).



الشكل 2

عند إغلاق قاطع التيار K ، يزود المولد G الدارة خلال المدة $\Delta t = 45 min$ بتيار كهربائي شدته ثابتة $I = 0,5 A$ ، فيتصاعد غاز ثنائي الأوكسجين O_2 على مستوى إلكترود الغرافيت ويتوضع فلز الفضة بشكل منتظم على الإلكترود الآخر.
1. اكتب نصف المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الحاصل عند كل إلكترود. (1 ن)

2. أوجد تعبير الكتلة $m(Ag)$ للفضة الناتجة بدلالة:

I و Δt و $M(Ag)$ و F ؛ ثم احسب $m(Ag)$. (1 ن)

3. نتوفر على محلولين S_1 و S_2 لنترات الفضة تركيزهما على التوالي $C_1 = 1,8.10^{-2} mol.L^{-1}$

و $C_2 = 3.10^{-2} mol.L^{-1}$ لهما نفس الحجم $V = 0,5 L$.

حدد ، من بين المحلولين S_1 و S_2 ، المحلول الذي يمكن من الحصول على الكتلة $m(Ag)$. (0,5 ن)

الفيزياء النووية : (3 نقط)

تعتبر طريقة التأريخ بالكربون 14 من بين التقنيات المعتمدة من طرف العلماء قصد تحديد أعمار بعض الحفريات والصخور، إذ تبقى نسبة الكربون 14 ثابتة في الغلاف الجوي وفي الكائنات الحية وعند موت هذه الأخيرة تتناقص فيها هذه النسبة بسبب النشاط الإشعاعي.

يهدف التمرين إلى دراسة النشاط الإشعاعي للكربون 14 و التأريخ به .
معطيات:

- عمر النصف لنواة الكربون 14 هو : $t_{1/2} = 5570 \text{ ans}$

- $1u = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$

- كتل الدقائق بالوحدة u :

الدقيقة	$^{14}_6\text{C}$	$^{14}_7\text{N}$	الإلكترون
الكتلة (u)	13,9999	13,9992	0,0005

1. النشاط الإشعاعي للكربون 14

نويده الكربون $^{14}_6\text{C}$ إشعاعية النشاط ينتج عن تفتتها التلقائي نويده الأزوت $^{14}_7\text{N}$.

1.1. اكتب معادلة هذا التفتت وحدد نوع النشاط الإشعاعي. (0,75 ن)

1.2. أعط تركيب النواة المتولدة . (0,25 ن)

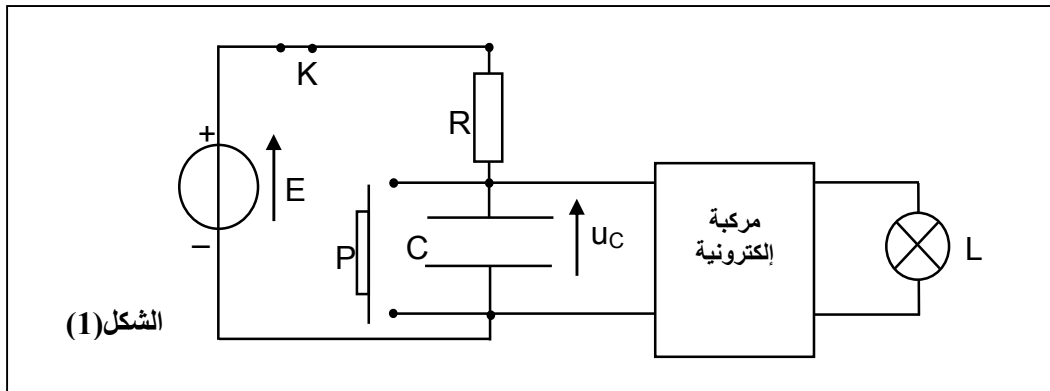
1.3. احسب بالوحدة MeV الطاقة ΔE الناتجة عن تفتت نويده الكربون 14 . (1 ن)

2. التأريخ بالكربون 14

تم العثور من طرف علماء الحفريات على تمثال من خشب نشاطه الإشعاعي 135 Bq .
علما أن نشاط قطعة خشبية حديثة لها نفس الكتلة ومن نفس نوع الخشب الذي صنع منه التمثال هو 165Bq،
حدد بالسنة العمر التقريبي للتمثال الخشبي. (1 ن)

الكهرباء : (4,5 نقط)

يستعمل مؤقت الإنارة (minuterie) لترشيد استهلاك الطاقة الكهربائية في العمارات السكنية، وهو جهاز كهربائي يسمح بالتحكم الآلي في إطفاء مصابيح السلالم والأروقة بعد مرور مدة زمنية قابلة للضبط مسبقا.
نهدف إلى دراسة مبدأ اشتغال مؤقت الإنارة.



يُمثل الشكل (1) جزءا من تركيب مبسط لمؤقت الإنارة مكون من :

- مولد مؤتمل للتوتر المستمر، قوته الكهرومحركة E .
- قاطع التيار K .
- موصل أومي مقاومته R .
- مكثف سعته C .
- زر P يلعب دور قاطع التيار.
- مركبة إلكترونية تمكّن من إضاءة المصباح L ما دام التوتر u_c بين مربطي المكثف أصغر أو يساوي توترا حديا U_s .

نقبل أن شدة التيار الكهربائي المار في مدخل المركبة الإلكترونية تبقى منعدمة في كل لحظة.

1. دراسة ثنائي القطب RC

عند اللحظة $t = 0$ ، نغلق قاطع التيار K ونترك الزر P مفتوحا، فيُشحن المكثف تدريجيا بواسطة المولد. نعاين تطور التوتر $u_c(t)$ بين مربطي المكثف باستعمال وسيط معلوماتي ملائم.

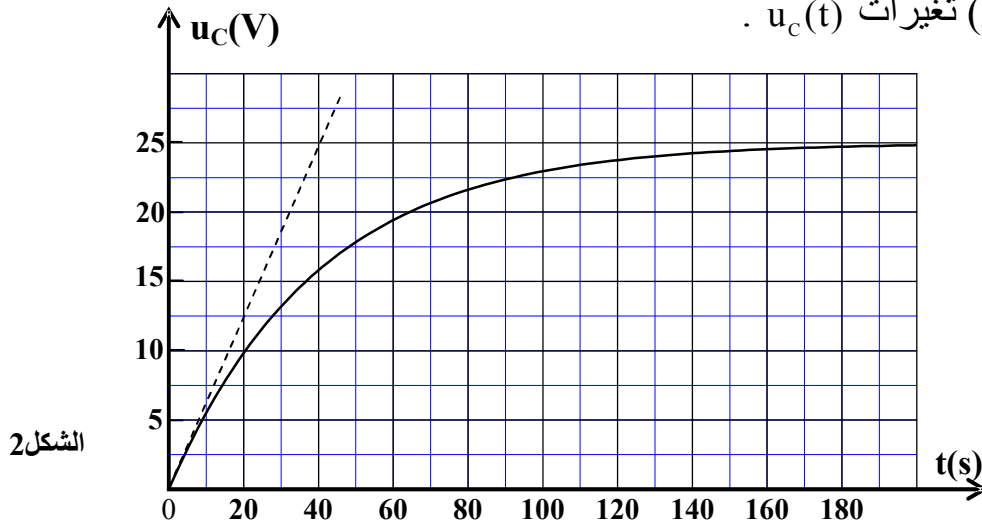
1.1. بيّن أن التوتر u_c يحقق المعادلة التفاضلية : $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$. (0,5 ن)

1.2. حدد تعبير كل من A و τ لكي تكون الدالة الزمنية $u_c = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية

السابقة. (0,75 ن)

1.3. بيّن أن الثابتة τ لها بعد زمني. (0,25 ن)

1.4. يُمثل الشكل (2) تغيرات $u_c(t)$.



الشكل 2

حدد مبيانيا قيمة كل من A و τ ، واستنتج قيمة المقاومة R علما أن سعة المكثف هي $C = 220 \mu F$. (0,75 ن)

2. تحديد مدة اشتغال المؤقت

المدة الزمنية اللازمة لوصول أحد سكان عمارة إلى باب بيته هي $\Delta t = 80s$.

2.1. لتكن t_s اللحظة التي يأخذ فيها التوتر u_c القيمة الحدية U_s ، أوجد تعبير t_s بدلالة E و τ و U_s . (1 ن)

2.2. علما أن $U_s = 15V$ ، بيّن أن المصباح L ينطفئ قبل وصول ساكن العمارة إلى بيته. (0,5 ن)

2.3. حدد القيمة الحدية R_s لمقاومة الموصل الأومي التي تسمح لساكن العمارة بالوصول إلى باب بيته قبل

انطفاء المصباح (نعتبر أن قيم C و E و U_s لا تتغير). (0,75 ن)

الميكانيك : (5,5 نقط)

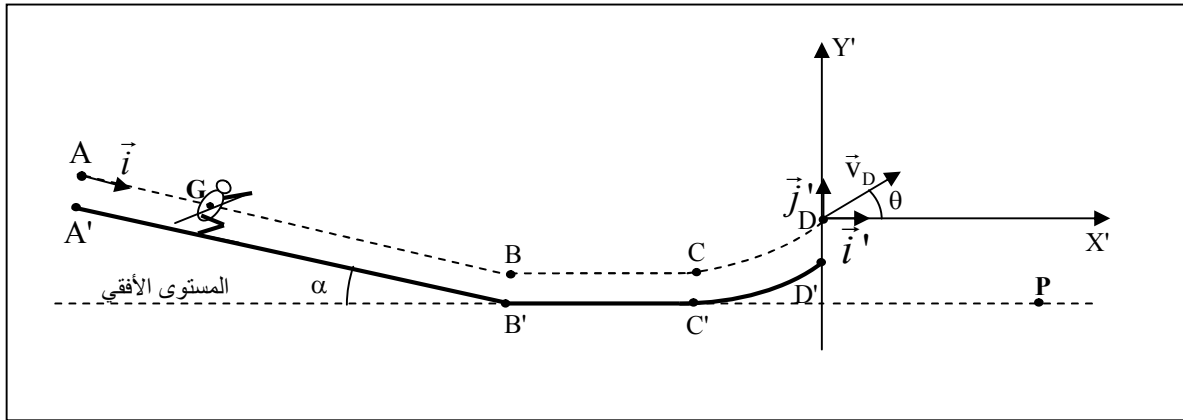
دراسة حركة رياضي في مجال الثقالة المنتظم

تعتبر رياضة التزحلق على الجليد من الرياضات الشتوية الأكثر انتشارا في المناطق الجبلية، حيث يسعى ممارسوا هذه الرياضة إلى تحقيق نتائج إيجابية وتحطيم أرقام قياسية.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة رياضي يمارس التزحلق على الجليد على مسارات مختلفة .

تتكون حلبة التزحلق الممثلة في الشكل أسفله من ثلاثة أجزاء :

- جزء $A'B'$ مستقيمي طوله $A'B' = 82,7 \text{ m}$ مائل بالزاوية $\alpha = 14^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي.
- جزء $B'C'$ مستقيمي أفقي طوله $L = 100 \text{ m}$.
- جزء $C'D'$ دائري .



ننمذج الرياضي ولوازمه بجسم صلب (S) كتلته $m = 65 \text{ kg}$ ومركز قصوره G ، ونأخذ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. يمر G أثناء حركته من المواضع A و B و C و D المبينة في الشكل، حيث $A'B' = AB$ و $B'C' = BC$.

1. دراسة الحركة على الجزء $A'B'$

عند اللحظة $t=0$ ، ينطلق G من الموضع A بدون سرعة بدئية، فينزل الجسم (S) بدون احتكاك على الجزء $A'B'$.

نمعلم موضع G عند لحظة t بالأفصول x في المعلم $(A, \vec{i})$ ونعتبر أن $x_G = 0$ عند $t=0$.

1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد تعبير التسارع a_G لحركة G بدلالة g و α . (0,75 ن)

1.2. حدد معللا جوابك طبيعة حركة G على هذا الجزء. (0,25 ن)

1.3. اعتمادا على المعادلات الزمنية للحركة، أوجد القيمة v_B لسرعة G عند مروره من

الموضع B . (0,75 ن)

2. دراسة الحركة على الجزء $B'C'$

يواصل الجسم (S) حركته على الجزء $B'C'$ حيث يخضع لاحتكاك ننمذجه بقوة $\vec{f}$ ثابتة و مماسة للمسار ومعاكسة لمنحى الحركة.

نعتبر أن قيمة سرعة G في الموضع B لا تتغير عند انتقال الجسم (S) من المستوى المائل إلى المستوى الأفقي.

لدراسة حركة G على هذا الجزء، نختار معلما أفقيا أصله منطبق مع النقطة B واللحظة التي يمر فيها G بهذه النقطة أصلا جديدا للتواريخ.

2.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد طبيعة حركة G على المسار BC . (0,5 ن)

2.2. أوجد تعبير الشدة f لقوة الاحتكاك بدلالة m و L و v_B و v_C سرعة G عند مروره من الموضع C ثم أحسب f . نعطى : $v_C = 12 \text{ m.s}^{-1}$. (1 ن)

3. دراسة الحركة في مجال الثقالة المنتظم

عند مغادرة الجسم (S) الحلبة ، يمر G من الموضع D عند لحظة نعتبرها أصلا جديدا للتواريخ، بسرعة $\vec{v}_D$ تكون الزاوية $\theta = 45^\circ$ مع المستوى الأفقي ، فيسقط الجسم (S) في موضع P . ندرس حركة G في المعلم الغاليلي $(D, \vec{i}', \vec{j}')$ ونهمل تأثير الهواء أثناء الحركة.

3.1. أوجد التعبير الحرفي للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G واستنتج التعبير الحرفي لمعادلة المسار. (1,25 ن)

3.2. حدد v_D سرعة G عند مغادرته الموضع D ، علما أن إحداثيتي G لما يكون الجسم (S) في الموضع P هما $x_G = 15\text{m}$ و $y_G = -5\text{m}$. (1 ن)



تصحيح الامتحان الوطني للمادة العلوم الفيزيائية – الدورة العادية 2011
علوم تجريبية -مسلك العلوم الفيزيائية

الكيمياء

الجزء الأول : تتبع تحول كيميائي بقياس الضغط

1- إتمام الجدول الوصفي :

المعادلة الكيميائية						
$Zn_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} \rightleftharpoons Zn^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$					الحالة	تقدم التفاعل
يعبر عنه بالمول mol						
$n_i(Zn)$	$n_i(H_3O^+)$	0	0	وأفر	$x = 0$	البدئية
$n_i(Zn) - x$	$n_i(H_3O^+) - 2x$	x	x	وأفر	x	خلال التحول
$n_i(Zn) - x_{max}$	$n_i(H_3O^+) - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	وأفر	$x = x_{max}$	عند تحول كلي

2- حساب $n_i(Zn)$ و $n_i(H_3O^+)$:

$$n_i(H_3O^+) = [H_3O^+]_i \cdot V_a = 0,4 \times 75.10^{-3} \Rightarrow n_i(H_3O^+) = 3.10^{-2} \text{ mol}$$

$$n_i(Zn) = \frac{m}{M(Zn)} = \frac{0,6}{65,4} \Rightarrow n_i(Zn) = 9,17.10^{-3} \text{ mol}$$

3- تحديد المتفاعل المحد والتقدم الأقصى :

ليكن H_3O^+ المتفاعل المحد :

$$n_i(H_3O^+) - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n_i(H_3O^+)}{2} = 15.10^{-3} \text{ mol}$$

ليكن Zn متفاعل محد :

$$n_i(Zn) - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = n_i(Zn) = 9,17.10^{-3} \text{ mol}$$

المتفاعل المحد هو الزنك (Zn) والتقدم الأقصى هو $x_{max} = 9,17.10^{-3} \text{ mol}$

4- تعبير التقدم $x(t)$ للتفاعل عند اللحظة t :

حسب الجدول الوصفي وعند اللحظة t لدينا :

$$n(H_2) = x$$

حسب معادلة الغازات الكاملة :

$$P.V = n.R.T$$

n كمية مادة الغاز في الحوجة عند اللحظة t حيث : $n = n_0 + n(H_2)$

n_0 : كمية مادة الهواء في الحوجة قبل بداية التحول بحيث : $P_0.V = n_0.R.T$

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = [n_0 + n(H_2)]R.T = n_0.R.T + x.R.T$$

$$P.V = P_0.V + x.R.T \Rightarrow x.R.T = P.V - P_0.V = (P - P_0).V$$

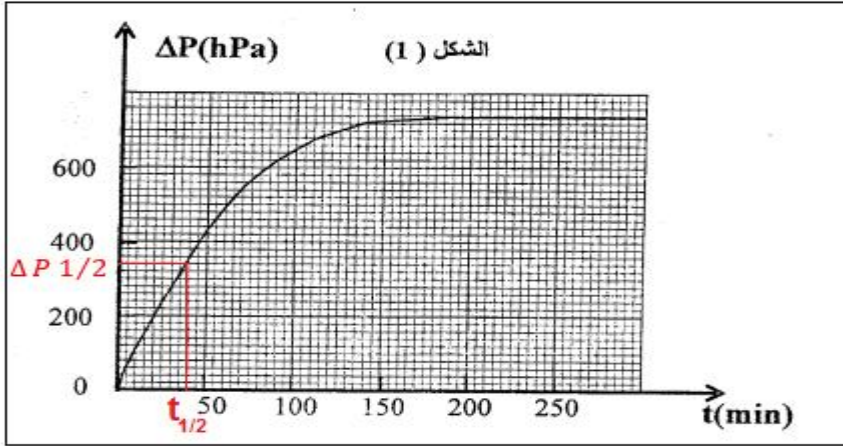
$$x = \frac{\Delta P}{R.T} \quad (1)$$

5- إثبات العلاقة : $x(t) = x_{max} \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}}$

عند نهاية التفاعل يكون : $\Delta P_{max} = P_{max} - P_0$ و يصبح $x = x_{max}$ وبالتالي تصبح العلاقة (1)

$$(2) \quad x_{max} = \frac{\Delta P_{max}}{R.T}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{x}{x_{max}} = \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}} \Rightarrow x(t) = x_{max} \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}}$$



6- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

عند زمن نصف التفاعل يكون

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$$

باستغلال العلاقة :

$$\frac{x(1/2)}{x_{max}} = \frac{\Delta P_{1/2}}{\Delta P_{max}}$$

$$\Delta P_{1/2} = \Delta P_{max} \cdot \frac{x(t_{1/2})}{x_{max}} = \frac{\Delta P_{max}}{2}$$

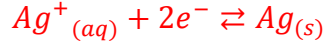
حسب المنحنى جانبه نستنتج أن :

$$\Delta P_{1/2} = 370 \text{ hPa} \quad \text{ومنه} \quad \Delta P_{max} = 740 \text{ hPa}$$

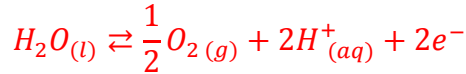
وباستعمال المنحنى نجد $t_{1/2} \approx 42 \text{ min}$

الجزء الثاني : دراسة كمية التحليل الكهربائي

1- معادلة التفاعل بجوار الكاثود : (إلكترود النحاس) يتوضع فلز الفضة :



معادلة التفاعل بجوار الأنود : (إلكترود الغرافيت) يتصاعد غاز الأوكسجين :



2- تعبير الكتلة $m(Ag)$ للفضة :

$$n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \quad \text{لدينا} \quad Q = n(e^-) \cdot F = I \cdot \Delta t \quad \text{أي} :$$

حسب معادلة الاختزال نكتب :

$$n(Ag) = n(e^-)$$

$$n(Ag) = \frac{m(Ag)}{M(Ag)} \quad \text{لدينا} :$$

$$\frac{I \cdot \Delta t}{F} = \frac{m(Ag)}{M(Ag)} \Rightarrow m(Ag) = \frac{I \cdot \Delta t \cdot M(Ag)}{F}$$

ت.ع :

$$m(Ag) = \frac{0,5 \times 45 \times 60 \times 108}{96500} = 1,51 \text{ g}$$

3- تحديد المحلول المناسب للحصول على الكتلة المتوسطة لفلز الفضة : $m(Ag) = 1,51 \text{ g}$
 كتلة الفضة الناتجة في حالة الاختفاء الكلي لأيونات الفضة من خلال المعادلة نكتب :

$$m_1(Ag) = C_1 \cdot V \cdot M(Ag) = 1,8 \cdot 10^{-2} \times 0,5 \times 108 = 0,972 \text{ g}$$

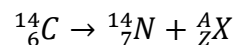
$$m_2(Ag) = C_2 \cdot V \cdot M(Ag) = 3 \cdot 10^{-2} \times 0,5 \times 108 = 1,62 \text{ g}$$

المحلول الذي يمكن من الحصول على الكتلة $m(Ag) = 1,51 \text{ g}$ هو S_2 لأن $m_2(Ag) > 1,51 \text{ g}$

الفيزياء النووية

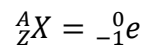
1- النشاط الإشعاعي للكربون 14

1.1- معادلة التفتت :



انحفاظ العدد الإجمالي للنويات : $A = 14 - 14 = 0$

انحفاظ الشحنة الكهربائية : $Z = 6 - 7 = -1$



معادلة التفتت تكتب : ${}^{14}_6C \rightarrow {}^{14}_7N + {}^0_{-1}e$
 نويدة الكربون إشعاعية النشاط β^-

1.2- تركيب النواة المتولدة ${}^{14}_7N$:

تتكون هذه النواة من 7 بروتونات و 7 نوترونات

1.3- الطاقة الناتجة ΔE :

$$\Delta E = [m({}^{14}_7N) + m({}^0_{-1}e) - m({}^{14}_6C)].c^2$$

ت.ع :

$$\Delta E = (13,9992 + 0,0005 - 13,9999)u \cdot c^2 = -0,0002 \times 931,5 \text{ Mev} \cdot c^{-2} \cdot c^2 \Rightarrow \Delta E = -0,186 \text{ Mev}$$

2- التأريخ بالكربون 14

لدينا : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ و حسب قانون التناقص الإشعاعي : $a = a_0 e^{-\lambda \cdot t}$

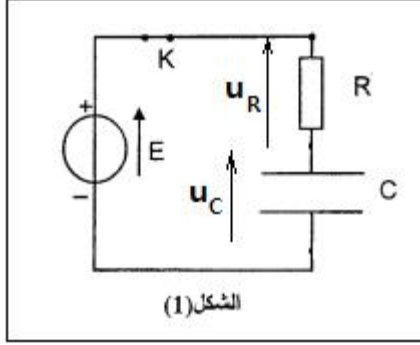
$$\frac{a}{a_0} = e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow e^{\lambda \cdot t} = \frac{a_0}{a} \Rightarrow \lambda \cdot t = \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \Rightarrow t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{a_0}{a}\right)$$

ت.ع :

$$t = \frac{5570}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{165}{135}\right) = 1612,5 \text{ ans}$$

منتديات علوم الحياة و الأرض بأصيلة

الكهرباء



1-دراسة ثنائي القطب RC

1.1-إثبات المعادلة التفاضلية :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_R + u_C = E$$

$$Ri + u_C = E$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ لدينا}$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

1.2- تعبير A و τ :

حل المعادلة التفاضلية هو : $u_C = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = A - Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\frac{du_C}{dt} = -A \left(\frac{-1}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$RC \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = E \Rightarrow Ae^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) + A - E = 0$$

لنتحقق هذه المعادلة كيف ما كانت قيمة t يجب أن يكون :

$$A - E = 0 \text{ و } \frac{RC}{\tau} - 1$$

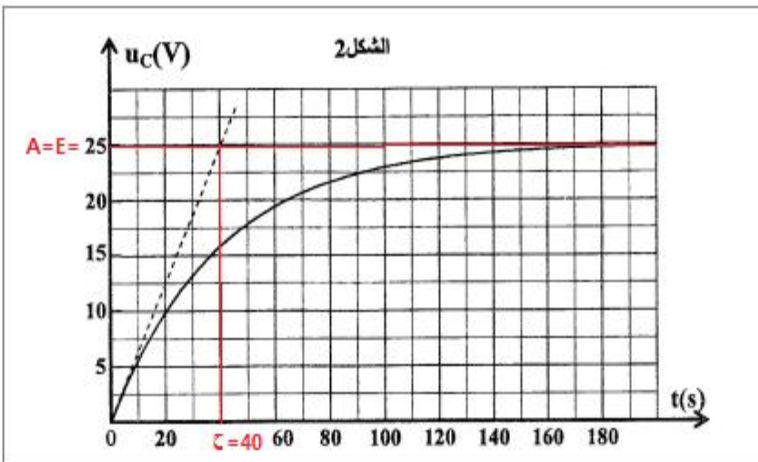
$$A = E \text{ و } \tau = RC$$

1.3-تحديد البعد الزمني ل τ :

لدينا :

$$\begin{cases} U_R = R \cdot i \Rightarrow R = \frac{u_R}{i} \\ i = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow C = \frac{i}{\frac{du_C}{dt}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [R] = \frac{[U]}{[I]} \\ [C] = \frac{[I]}{[U] \cdot [t]^{-1}} \end{cases} \Rightarrow [\tau] = [R] \cdot [C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot \frac{[I] \cdot [t]}{[U]} \Rightarrow [\tau] = [t]$$

إذن ل τ بعد زمني



1.4-التحديد المبياني لقيمة كل من A و τ

مبيانيا $A = E = 25 \text{ V}$

$$\tau = 40s$$

استنتاج R :

لدينا :

$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C}$$

ت.ع :

$$R = \frac{40}{220 \cdot 10^{-6}} \approx 182.10^3 \Omega$$

$$R \approx 182k\Omega$$

تحديد مدة اشتغال المؤقت

لدينا : $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ عند اللحظة t_s يكون $u_C(t_s) = U_s$

نكتب : $u_C(t_S) = E \left(1 - e^{-\frac{t_S}{\tau}}\right) = U_S$

$$\frac{U_S}{E} = 1 - e^{-\frac{t_S}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{t_S}{\tau}} = 1 - \frac{U_S}{E} \Rightarrow -\frac{t_S}{\tau} = \ln \left(1 - \frac{U_S}{E}\right)$$

$$t_S = -\tau \ln \left(\frac{E - U_S}{E}\right) \Rightarrow t_S = \tau \ln \left(\frac{E}{E - U_S}\right)$$

2.2- تحديد قيمة t_S :

لدينا : $U_S = 15 V$
ت.ع:

$$t_S = 40 \times \ln \left(\frac{25}{25 - 15}\right) = 36,65 s$$

$$t_S = 36,65 s < \Delta t = 80 s$$

ينطفئ المصباح قبل أن يصل ساكن العمارة الى بيته .

2.3- القيمة الحدية R_S :

لوصول ساكن العمارة الى بيته قبل أن ينطفئ المصباح يجب أن يتحقق $t_S \geq \Delta t$ وبالتالي : $t_{S \min} = \Delta t$

$$R \cdot C \ln \left(\frac{E}{E - U_S}\right) \geq \Delta t \Rightarrow R \geq \frac{\Delta t}{C \cdot \ln \left(\frac{E}{E - U_S}\right)}$$

ليكن :

$$R_S = \frac{\Delta t}{C \cdot \ln \left(\frac{E}{E - U_S}\right)}$$

ت.ع:

$$R_S = \frac{80}{220 \cdot 10^{-6} \times \ln \left(\frac{25}{25 - 15}\right)} \approx 3,97 \cdot 10^5 \Omega$$

الميكانيك

دراسة حركة رياضي في مجال الثقالة المنتظم

1- دراسة الحركة على الجزء $A'B'$

1.1- تعبير التسارع a_G لحركة G بدلالة g و α

المجموعة المدروسة : $\{ (S) \}$ الجسم

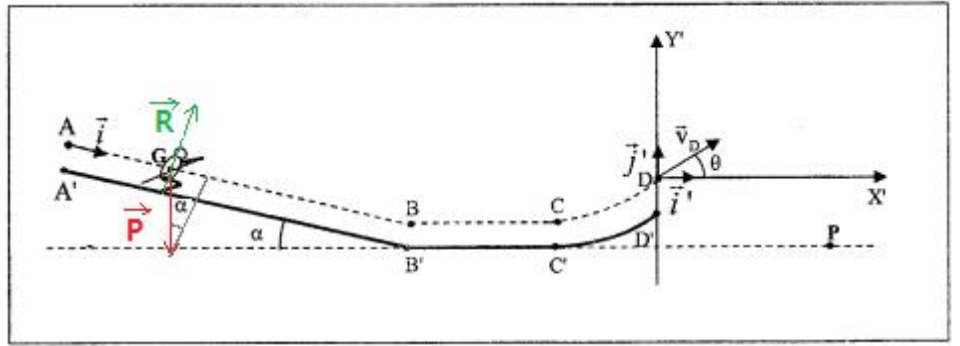
يخضع الجسم (S) الى:

$\vec{P}$: وزنه

$\vec{R}$: تأثير الجزء $A'B'$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(A, \vec{t})$ المرتبط بالارض والذي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$



الاسقاط على المحور Ax :

$$mg \cdot \sin \alpha + 0 = m \cdot a_G \Rightarrow a_G = g \cdot \sin \alpha$$

1.2- بما أن $g = cst$ و $\alpha = cst$ فإن التسارع $a_G = cst$ والمسار مستقيمي ، فإن حركة G على الجزء $A'B'$ مستقيمة متغيرة (متسارعة لأن $\vec{a}_G \cdot \vec{v} > 0$) بانتظام

1.3- تحديد السرعة v_B عند النقطة B :
المعادلتين الزمنيتين :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} a_G t^2 + v_0 t + x_0 \\ v(t) = a_G t + v_0 \end{cases}$$

باعتبار الشروط البدئية : $v_0 = 0$ و $x_0 = 0$ كما أن : $a_G = g \cdot \sin \alpha$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2 \\ v(t) = g \cdot \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

يصل الجسم عند الحظة t_B الى النقطة B حيث :

$$AB = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t_B^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2AB}{g \cdot \sin \alpha}}$$

نعوض في معادلة السرعة :

$$v_B = g \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{2AB}{g \cdot \sin \alpha}} = \sqrt{2AB \cdot g \cdot \sin \alpha}$$

ت.ع:

$$v_B = \sqrt{2 \times 82,7 \times 10 \times \sin(14)} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

2-دراسة المتزحلق على الجزء الأفقي $B'C'$:

2.1- طبيعة حركة المتزحلق :

يخضع المتزحلق ولوازمه على هذا الجزء لنفس القوى السابقة : $\vec{P}$ و $\vec{R}$

في هذه الحالة الحركة تتم باحتكاك نكتب : $\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(B, \vec{t})$ المرتبط بالارض والذي نعتبره غاليليا

$$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Bx' :

$$0 - f = m \cdot a_G \Rightarrow a_G = -\frac{f}{m} = cst$$

حركة G على الجزء $B'C'$ مستقيمة متغيرة بانتظام .

2.2-أ-تعبير شدة قوة الاحتكاك f :

الطريقة الاولى:

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين النقطتين B و C :

$$\Delta E_C = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R})$$

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = 0 \text{ لأن } \vec{P} \perp \overrightarrow{BC}$$

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) = W_{B \rightarrow C}(\overrightarrow{R_N}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{f}) = -fBC = -fL$$

$$\frac{1}{2}m.v_C^2 - \frac{1}{2}m.v_B^2 = -fL \Rightarrow f = \frac{m}{2L}(v_B^2 - v_C^2)$$

ت.ع:

$$f = \frac{65 \times (20^2 - 12^2)}{2 \times 100} = 83,2 \text{ N}$$

الطريقة الثانية :

المعادلتين الزمنيتين :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_G t^2 + v_B t + x_B \\ v(t) = a_G t + v_B \end{cases}$$

يمر G من الموضع C عند اللحظة t_C حيث :

$$\begin{cases} x_C = \frac{1}{2}a_G t_C^2 + v_B t_C + x_B \\ v_C = a_G t_C + v_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = \frac{1}{2}a_G \left(\frac{v_C - v_B}{a_G}\right)^2 + v_B \left(\frac{v_C - v_B}{a_G}\right) + x_B \\ t_C = \frac{v_C - v_B}{a_G} \end{cases}$$

$$x_C - x_B = \frac{v_C - v_B}{a_G} \left(\frac{1}{2}v_C - \frac{1}{2}v_B + v_B \right) \Rightarrow BC = \frac{v_C - v_B}{a_G} \left(\frac{v_C - v_B}{2} \right) \Rightarrow BC = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2a_G}$$

$$a_G = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2BC}$$

لدينا حسب السؤال 2.1-: $f = -m.a_G$

$$f = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2BC}$$

ت.ع :

$$f = \frac{65 \times (20^2 - 12^2)}{2 \times 100} = 83,2 \text{ N}$$

3-دراسة الحركة في مجال الثقالة المنتظم

3.1-التعبير الحرفي للمعادلتين الزمنيتين :

المجموعة المدروسة : المتزحلق ولوازمه

تخضع الكرة لقوة وحيدة $\vec{P}$

باعتبار المعلم $(0, \vec{i}, \vec{j})$ المرتبط بالأرض غاليليا ، نطبق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $m\vec{a}_G = \vec{P}$

أي : $m\vec{a}_G = m\vec{g}$ وبالتالي : $\vec{a}_G = \vec{g}$

حسب الشروط البدئية :

$$\begin{cases} v_{Dx} = v_D \cos \theta \\ v_{Dy} = v_D \sin \theta \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

الاسقاط على Ox و Oy :

$$\vec{a}_G \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \text{الحفرة كز} - g \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تكامل}} \left| \begin{array}{l} v_x = v_{Dx} = v_D \cos \theta \\ v_y = -gt + v_{Dy} = -gt + v_D \sin \theta \end{array} \right.$$

$$\vec{v}_G \left| \begin{array}{l} V_x = \frac{dx}{dt} = v_D \cos \theta \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_D \sin \theta \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تكامل}} \overrightarrow{OG} \left| \begin{array}{l} x(t) = v_D \cos \theta \cdot t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D \sin \theta \cdot t + y_0 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{المعادلتين الزمنيين}} \left\{ \begin{array}{l} x(t) = v_D \cos \theta \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D \sin \theta \cdot t \end{array} \right.$$

استنتاج معادلة المسار :

لنحدد معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزمنيتين :

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2 + v_0 \sin \theta \cdot \frac{x}{v_0 \cos \theta} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_D^2 \cos^2 \theta} x^2 + x \cdot \tan \theta$$

3.2- سرعة المتزحلق عند النقطة D :

تنتهي النقطة $P(x_P, y_P)$ الى المسار تعبير معادلة المسار يصبح :

$$y_P = -\frac{g}{2v_D^2 \cos^2 \theta} x_P^2 + x_P \cdot \tan \theta \Rightarrow \frac{g}{2v_D^2 \cos^2 \theta} x_P^2 = x_P \cdot \tan \theta - y_P = \frac{g}{2v_D^2 \cos^2 \theta} x_P^2$$

$$v_D^2 = \frac{g \cdot x_P^2}{2 \cos^2 \theta \cdot (x_P \cdot \tan \theta - y_P)} \Rightarrow v_D = \frac{x_P}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(x_P \cdot \tan \theta - y_P)}}$$

ت.ع :

$$v_D = \frac{15}{\cos(45^\circ)} \sqrt{\frac{10}{2[15 \times \tan(45^\circ) - (-5)]}} = 10,6 \text{ m.s}^{-1}$$