المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
و التعليم العالي
و تكوين الأطر
و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع

المـــادة:	الفيزياء والكيمياء	NS30	المعامل: 7
الشعـب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)		مدة الإنجاز: 4

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

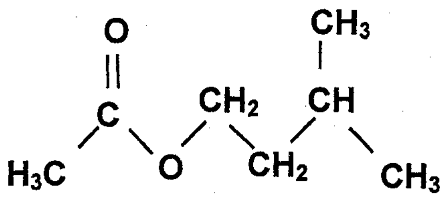
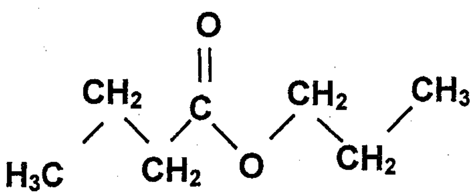
يتضمن الموضوع أربعة تمارين:
تمرين في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء

الكيمياء	– دراسة حلمأة إستر .... – تصنيع إستر	**(5,25 نقطة)** **(1,75 نقطة)**
فيزياء1	تأريخ الترسبات البحرية	**(1,75 نقطة)**
فيزياء2	دراسة النظام الانتقالي في وشيعة وفي مكثف	**(5,5 نقطة)**
فيزياء3	- السقوط الرأسي لجسم صلب....................................... - تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد.....................	**(2,75 نقطة)** **(3 نقطة)**

كيمياء : (7 نقط)

الجزء الأول (5,25 نقطة): دراسة حلمأة إستر

مركبان عضويان (A) إيثانوات 3- مثيل بوتيل و (B) بوتانوات البروبيل لهما نفس الصيغة الإجمالية $C_7H_{14}O_2$ و يشتركان في نفس المجموعة المميزة ، لكن ليس لهما نفس الصيغة نصف المنشورة .

الصيغة نصف المنشورة للمركب (A)	الصيغة نصف المنشورة للمركب (B)
	

يتميز المركب (A) بمذاق و عطر الموز و يستعمل كمركب إضافي في صناعة المواد الغذائية ، أما المركب (B) فيستعمل في صناعة العطور .

معطيات :

الكتل المولية الجزيئية : $M(A) = M(B) = 130\ g.mol^{-1}$ ؛ $M(H_2O) = 18,0\ g.mol^{-1}$ ؛

الكتلة الحجمية للماء : $\rho(H_2O) = 1,00\ g.mL^{-1}$ ، الكتلة الحجمية للمركب (A) : $\rho(A) = 0,870\ g.mL^{-1}$ ؛

ثابتة الحمضية للمزدوجة CH_3COOH/CH_3COO^- عند $25°C$: $K_A = 1,80.10^{-5}$ ؛

الجداء الأيوني للماء عند $25°C$: $Ke = 1,00.10^{-14}$.

I / المجموعة المميزة :

1. ماهي المجموعة المميزة المشتركة بين المركبين (A) و (B) ؟ 0,25

2. أعط الصيغة نصف المنشورة للحمض و الكحول اللذين يُمكّنان من تصنيع المركب (A). 0,5

II / دراسة حلمأة المركب (A) .

نذيب 30,0mL من إيثانوات3– مثيل بوتيل في حجم من الماء للحصول على خليط تفاعلي حجمه 100 mL .

نوزع 50,0 mL من الخليط التفاعلي بالتساوي على 10 كؤوس ، حيث يحتوي كل كأس على 5,00 mL من الخليط التفاعلي ، و نحتفظ بـ 50,0 mL من هذا الخليط في حوجلة .

عند اللحظة $t = 0$ ، نضع جميع الكؤوس و الحوجلة في حمام مريم درجة حرارته ثابتة θ.

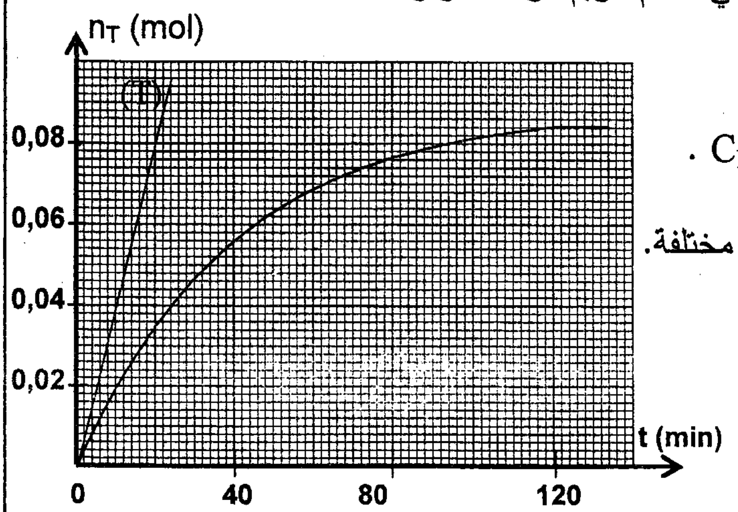
عند لحظة t، نخرج كأسا من حمام مريم و نضعه في ماء مثلج ، ثم نعاير كمية المادة n للحمض المتكون بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه C_B .

ننجز هذه المعايرة بوجود كاشف ملون ملائم .

نعيد المعايرة نفسها بالنسبة لباقي الكؤوس في لحظات مختلفة.

نرمز بـ V_{BE} لحجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف عند التكافؤ .

تُمكّن نتائج هذه المعايرة من استنتاج منحنى تطور كمية المادة n_T للحمض المتكون في الحوجلة بدلالة الزمن $n_T = f(t)$ ، الشكل (1) .



شكل 1

1. تفاعل المعايرة :

1.1- اكتب معادلة تفاعل المعايرة . 0,25

1.2- عبِّر عن ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة تفاعل المعايرة بدلالة ثابتة الحمضية K_A للمزدوجة CH_3COOH/CH_3COO^- و الثابتة Ke . احسب قيمة K . 0,75

1.3- نعتبر أن تفاعل المعايرة كلي. 0,5

عبر عن كمية المادة n للحمض الموجود في الكأس عند اللحظة t بدلالة C_B و V_{BE} .

استنتج ، بدلالة C_B و V_{BE} ، كمية المادة n_T للحمض المتكون في الحوجلة عند نفس اللحظة t و نفس درجة الحرارة θ .

2- تفاعل الحلمأة :

2.1- اذكر مميزات تفاعل الحلمأة . 0,25

2.2- احسب كميتي المادة $n(A)_i$ للمركب (A) و $n(H_2O)_i$ للماء في الحوجلة قبل بداية التفاعل . 1

2.3- استنتج، عند التوازن، قيمة نسبة التقدم النهائي τ لتفاعل الحلمأة. 0,75

2.4- يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى $n_T = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ (الشكل 1) . 0,5

حدد قيمة السرعة الحجمية للتفاعل الحاصل في الحوجلة عند $t = 0$.

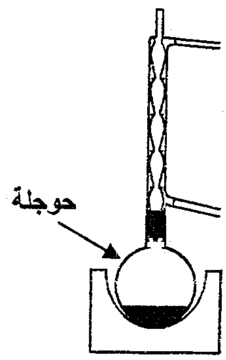
2.5- فسر كيف تتطور السرعة الحجمية للتفاعل خلال الزمن . 0,5

ما العامل الحركي المسؤول عن هذا التطور؟

الجزء الثاني (1,75 نقطة) : تصنيع إستر

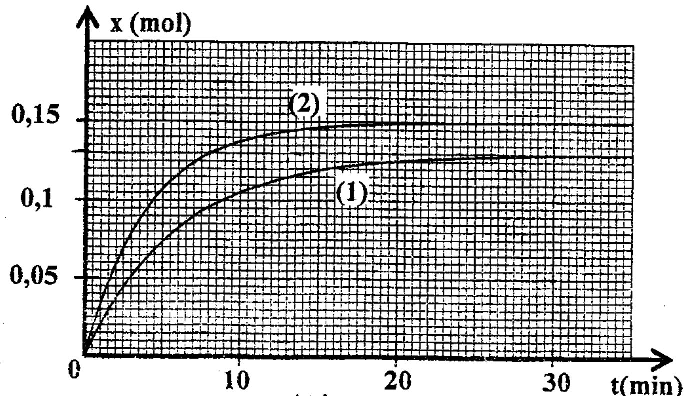
لمقارنة تأثير كل من حمض البوتانويك و أندريد البوتانويك على البروبان -1- أول ، ننجز تصنيعين باستعمال الجهاز الممثل في الشكل (2).

- التصنيع الأول : ندخل في الحوجلة كمية المادة n_i من البروبان -1- أول وكمية وافرة من حمض البوتانويك ؛
- التصنيع الثاني : ندخل في الحوجلة نفس كمية المادة n_i من البروبان -1- أول وكمية وافرة من أندريد البوتانويك ؛



شكل 2

يمثل المنحنيان التجريبيان (1) و(2)، تباعا، تطور تقدم التفاعل خلال التصنيع الأول وتطور تقدم التفاعل خلال التصنيع الثاني، الشكل (3).



شكل 3

1- أعط اسم الجهاز المستعمل و علل اختياره . 0, 5

2- باستعمال الصيغ نصف المنشورة، اكتب معادلة التفاعل الحاصل خلال التصنيع الثاني. 0, 5

3- حدد،انطلاقا من المنحنيين التجريبيين (1) و(2) ، قيمة مردود التصنيع الأول . 0, 75

فيزياء 1 : (1,75 نقطة) تأريخ الترسبات البحرية

يستعمل الثوريوم ${}^{230}_{90}Th$ لتأريخ المرجان و الترسبات البحرية لأن تركيز الثوريوم على سطح الترسب الموجود في تماس مع ماء البحر يبقى ثابتا و يتناقص حسب العمق داخل الترسب .

1- يعطي الأورانيوم ${}^{238}_{92}U$ المذاب في ماء البحر ذرات الثوريوم ${}^{230}_{90}Th$ مع انبعاث x دقائق α و y دقائق β^- .

1.1- اكتب معادلة هذا التحول النووي محددا قيمة كل من x و y . 0,5

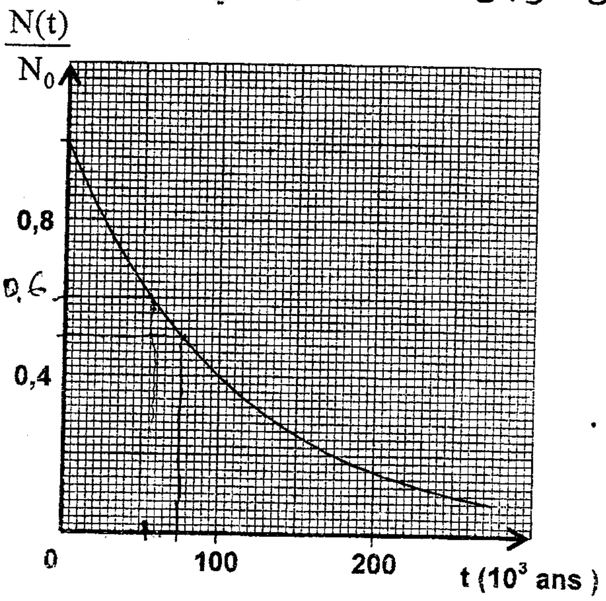
1.2- نرمز لثابتة النشاط الإشعاعي للثوريوم ${}^{230}Th$ بـ λ و لثابتة النشاط الإشعاعي للأورانيوم ${}^{238}U$ بـ 'λ. 0,25

بيّن أن النسبة $\frac{N({}^{230}Th)}{N({}^{238}U)}$ تكون ثابتة عندما يصبح لعينة الأورانيوم 238 و عينة الثوريوم 230 نفس النشاط الإشعاعي ، حيث $N({}^{230}Th)$ عدد نوى الثوريوم 230عند لحظة t و $N({}^{238}U)$ عدد نوى الأورانيوم عند نفس اللحظة t .

2- تتولد عن تفتت نواة الثوريوم ${}^{230}_{90}Th$ نواة الراديوم ${}^{226}_{88}Ra$. 0,25

اكتب معادلة هذا التفاعل النووي محددا طبيعة الإشعاع المنبعث .

3- نسمي $N(t)$ عدد نوى الثوريوم 230 الموجود في عينة من المرجان عند لحظة t و نسمي N_0 عدد هذه النوى عند $t = 0$. 0,25



يمثل المبيان جانبه تطور النسبة $\frac{N(t)}{N_0}$ بدلالة الزمن t .

اعتمادا على المبيان ، تحقق أن عمر النصف للثوريوم ${}^{230}Th$ هو $t_{1/2} = 7,5.10^4 ans$.

4- يُستعمل المبيان جانبه لتأريخ عينة من ترسب بحري. 0,5

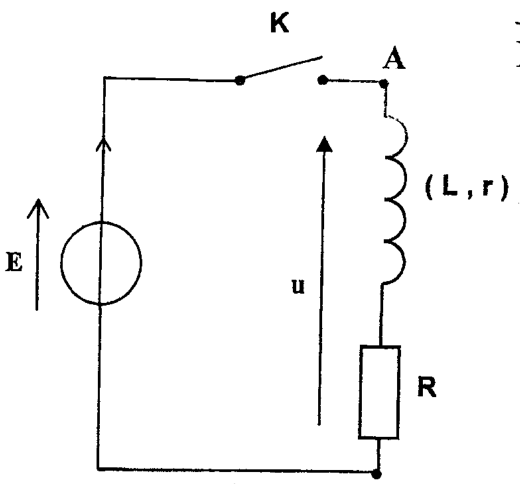
أخِذت ، من قعر المحيط ، عينة لها شكل أسطوانة ارتفاعها h .
بيَّن تحليل جزء، كتلته m ، أخِذ من القاعدة العليا لهذه العينة أنه يحتوي على كتلة $m_s = 20\ \mu g$ من الثوريوم230
وبيَّن تحليل جزء له نفس الكتلة m ، أخِذ من القاعدة السفلى للعينة ذاتها، أنه يحتوي فقط على كتلة $m_p = 1,2\ \mu g$ من الثوريوم 230 .

نأخذ أصل التواريخ $t = 0$ حيث تكون كتلة الثوريوم 230 هي $m_0 = m_s$.
أوجد ، بالسَّنة ، عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلى للعينة .

فيزياء 2 :(5,5 نقطة) دراسة النظام الانتقالي في وشيعة وفي مكثف .

يمكن الحصول على تذبذبات كهربائية حرة غير مخمدة ، بتركيب على التوالي ، مكثف و وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها r ، وإضافة مولد ذي مقاومة سالبة ، يعوض لحظيا الطاقة المبددة بمفعول جول .
يهدف هذا التمرين إلى دراسة النظام الانتقالي الذي يسود في الدارة بين لحظة إغلاق قاطع التيار ولحظة بداية استقرار النظام الدائم سواء بالنسبة للوشيعة أو بالنسبة للمكثف ، كما يتطرق إلى التبادل الطاقي الذي يحدث بين المكثف و الوشيعة أثناء التذبذبات الكهربائية.

1 – دراسة النظام الانتقالي في وشيعة



شكل 1

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل(1) ، وذلك لتتبع إقامة التيار الكهربائي في ثنائي قطب (AB) مكون من موصل أومي مقاومته R و وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r . يطبق المولد الكهربائي المثالي توترا ثابتا $E = 6{,}0V$ بين مربطي ثنائي القطب (AB) .

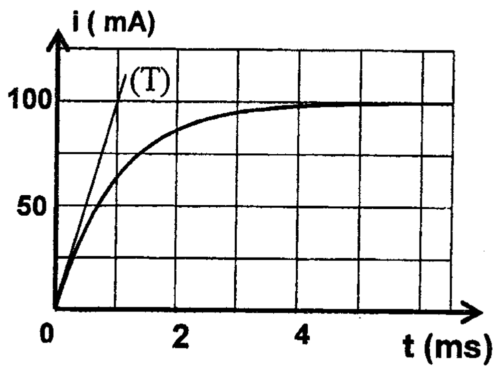
1.1- نضبط المقاومة R على القيمة $R=50\Omega$ ، ونغلق قاطع التيار K عند اللحظة $t=0$.

نسجل بواسطة جهاز ملائم تطور شدة التيار i المار في الدرة بدلالة الزمن t ، فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل (2) .

المعامل الموجه للمماس (T) للمنحنى $i=f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ ، هو $a=100A.s^{-1}$ ، الشكل(2) .

يعبر عن التوتر u بين مربطي ثنائي القطب (AB) بالعلاقة :

$$u = (R + r).i + L\frac{di}{dt}$$.



شكل 2

أ – هل يتزايد أو يتناقص المقدار $L.\frac{di}{dt}$ أثناء النظام الانتقالي؟ علل جوابك . 0,5

ب- عبّر، عند اللحظة $t = 0$ ، عن $\frac{di}{dt}$ بدلالة E و L . 0,5

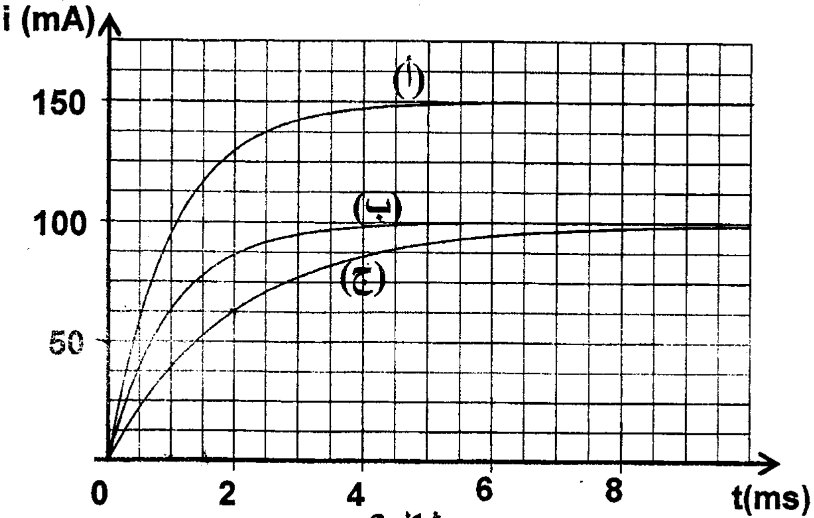
أوجد قيمة L .

ج- احسب قيمة $\frac{di}{dt}$ بالنسبة لـ : $t > 5ms$ واستنتج قيمة r . 0,5

1.2- نستعمل نفس التركيب التجريبي (الشكل 1) ،ونغير في كل حالة قيمة معامل التحريض L للوشيعة وقيمة المقاومة R للموصل الأومي ، كما يبين الجدول جانبه :

الحالات	L بـ (H)	R بـ (Ω)	r بـ (Ω)
الحالة الأولى	$L_1=6{,}0.10^{-2}$	$R_1=50$	10
الحالة الثانية	$L_2=1{,}2.10^{-1}$	$R_2=50$	10
الحالة الثالثة	$L_3=4{,}0.10^{-2}$	$R_3=30$	10

يعطي الشكل (3) المنحنيات(أ) و(ب) و (ج) المحصلة في الحالات الثلاث .



شكل 3

أ ـ عين، معللا جوابك ، المنحنى الموافق للحالة الأولى والمنحنى الموافق للحالة الثانية. 0,75

ب ـ نضبط المقاومة R_2 على القيمة R'_2 لتكون ثابتة الزمن هي نفسها في الحالتين الثانية والثالثة. 0,5

عبر عن R'_2 بدلالة L_2 و L_3 و R_3 و r .

احسب R'_2 .

2- دراسة النظام الانتقالي في مكثف

نعوض في التركيب الممثل في الشكل (1) الوشيعة بمكثف سعته $C = 20\mu F$، غير مشحون بدئيا، ونضبط مقاومة الموصل الأومي على القيمة $R = 50\Omega$.

نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t = 0$ ، ونعاين بواسطة جهاز ملائم تطور التوتر u_C بين مربطي المكثف بدلالة الزمن .

2.1- ارسم تبيانة التركيب التجريبي، مبينا عليها تركيب هيكل ومدخل الجهاز والسهم الممثل للتوتر u_C في الاصطلاح مستقبل . 0,25

2.2- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C . 0,25

2.3- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل : $u_c = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$ ، حيث A و B ثابتتان و τ ثابتة الزمن . 0,75

أوجد ، بدلالة برامترات الدارة ، تعبير كل من A و B و τ.

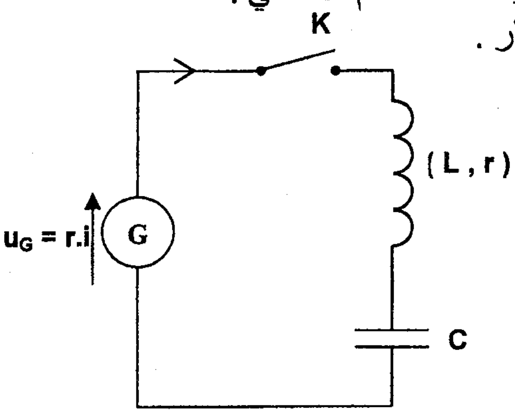
2.4- استنتج ، بدلالة الزمن ، التعبير الحرفي لشدة التيار i المار في الدارة أثناء النظام الانتقالي . 0,25

2.5- احسب شدة التيار عند اللحظة $t = 0$ مباشرة بعد إغلاق قاطع التيار . 0,25

3- دراسة تبادل الطاقة بين المكثف والوشيعة

ننجز التركيب الممثل في الشكل (4) والمتكون من :

- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ؛
- مكثف سعته $C = 20\mu F$ مشحون مسبقا تحت التوتر $U_0 = 6{,}0V$ ؛
- مولد G يعوض، بالضبط ، الطاقة المبددة في الدارة بمفعول جول .



شكل 4

نغلق قاطع التيار K ، فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته $i = I_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$، حيث T_0 الدور الخاص للدارة (LC) :

$T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$.

3.1- بين أن تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف ، عند لحظة t ، يكتب على الشكل : 0,5

$$E_e = \frac{1}{2}.L.I_m^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right) .$$

3.2- بين أن الطاقة الكلية E للدارة (LC) تنحفظ أثناء التذبذبات و احسب قيمتها . 0,5

فيزياء 3 :(5,75 نقطة) الجزءان الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول (2,75 نقطة) : السقوط الرأسي لجسم صلب

يخضع كل جسم صلب مغمور في مائع إلى دافعة أرخميدس ، وإذا كان هذا الجسم في حركة إزاحة داخل المائع فإنه يخضع كذلك إلى قوة احتكاك مائع.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة تطور سرعة كريتين (a) و (b) من الزجاج متجانستين ليس لهما نفس الشعاع، توجدان في حركة إزاحة داخل زيت بسرعة نسبيا صغيرة .

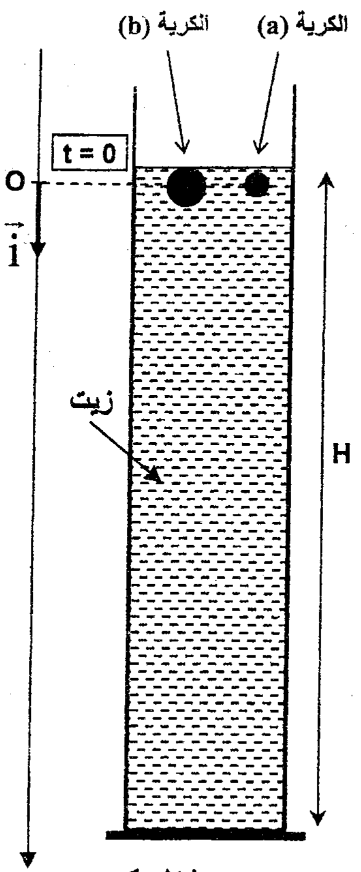
<u>**معطيات :**</u>

الكتلة الحجمية للزجاج	:	$\rho = 2600 kg.m^{-3}$ ؛
الكتلة الحجمية للزيت	:	$\rho_0 = 970\ kg.m^{-3}$ ؛
لزوجة الزيت	:	$\eta = 8{,}00.10^{-2}\ N.m^{-2}.s$ ؛
تسارع الثقالة	:	$g = 9{,}81\ m.s^{-2}$ ؛
تعبير حجم كرية شعاعها r	:	$V = \frac{4}{3}\pi.r^3$.

نحرر، عند نفس اللحظة $t = 0$، الكريتين (a) و (b) عند سطح الزيت الموجود في أنبوب شفاف أسطواني رأسي .

ارتفاع الزيت في الأنبوب هو $H = 1{,}00\ m$ ، الشكل(1) .

1–دراسة حركة الكرية (a) .



شكل 1

ندرس حركة الكرية (a) في المعلم $(O,\vec{i})$ المرتبط بالأرض.
تخضع الكرية أثناء حركتها داخل الزيت إلى :

– دافعة أرخميدس $\vec{F} = -\rho_0.V.g.\vec{i}$ ؛

– قوة الاحتكاك المائع $\vec{f} = -6\pi.\eta.r.v.\vec{i}$ حيث v سرعة الكرية ؛

– وزنها $\vec{P} = m.\vec{g}$.

نرمز للزمن المميز لحركة الكرية (a) بـــ τ ؛ و نعتبر أن سرعة الكرية تبلغ القيمة الحدية v_ℓ بعد تمام المدة الزمنية 5τ .

1.1– أثبت المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$ لحركة الكرية (a) 1
مع تحديد تعبير الثابتتين τ و C . احسب τ، علما أن $r = 0,25\ cm$.

1.2– احسب قيمة السرعة الحدية v_ℓ للكرية (a) . 0,5

2– دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b)

شعاع الكرية (b) هو $r' = 2r$.

2.1– حدد ، معللا جوابك ، الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية . 0,5

2.2– خلال النظام الانتقالي تقطع : 0,75

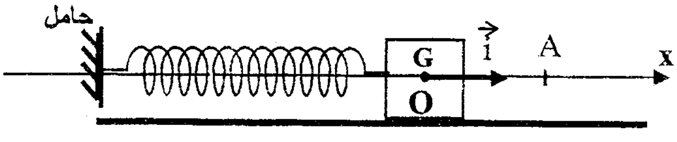
– الكرية (a) المسافة $d_1 = 5,00\ cm$ ؛

– الكرية (b) المسافة $d_2 = 80\ cm$.

نهمل شعاعي الكريتين r و 'r أمام ارتفاع الزيت H .
احسب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب .

الجزء الثاني (3 نقط) : تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد

المجموعة الميكانيكية المتذبذبة هي مجموعة ميكانيكية تنجز حركة دورية ذهابا وإيابا حول موضع توازنها المستقر .



شكل 2

يتكون نواس مرن أفقي من جسم صلب (S) كتلته m ، مثبت بطرف نابض لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K .
الطرف الآخر للنابض مثبت في حامل ثابت كما يبين الشكل (2) .

عند التوازن ، ينطبق مركز القصور G للجسم (S) مع الأصل O لمعلم الفضاء $(O,\vec{i})$ المرتبط بالأرض.
نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه في المنحى الموجب إلى أن ينطبق مركز قصوره G مع نقطة A تبعد عن O بمسافة d .

نعتبر الحالتين التاليتين :

– **الحالة الأولى** : نحرر الجسم (S) عند النقطة A ، بدون سرعة بدئية ، عند لحظة $t = 0$.

– **الحالة الثانية** : نرسل الجسم (S) انطلاقا من النقطة A في المنحى السالب، بسرعة بدئية $\vec{v}_A$، عند لحظة $t = 0$.

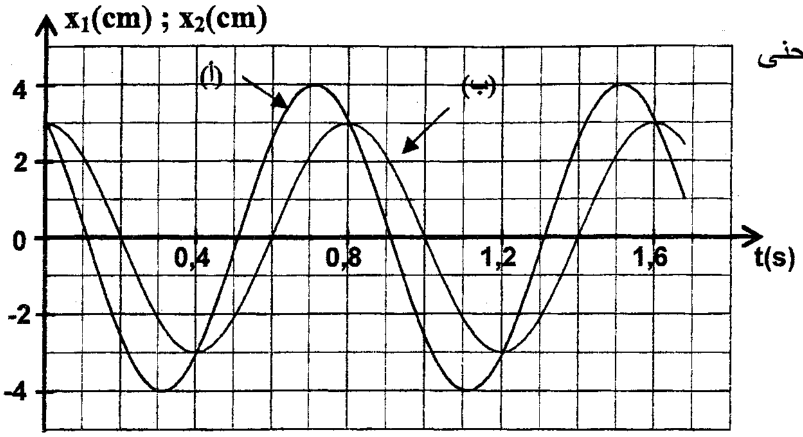
في الحالتين ينجز الجسم (S) حركة تذبذبية حول موضع توازنه O .

0,5 | 1- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G.

0,5 | 2- أوجد التعبير الحرفي للدور الخاص T_0 للمتذبذب ليكون حل المعادلة التفاضلية هو :

$$x = x_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot t + \varphi\right) .$$

0,5 | 3- نحصل ، بواسطة جهاز ملائم ، على منحنى تطور الأفصولين x_1 و x_2 لمركز قصور الجسم(S) ، تباعا ، في الحالتين الأولى والثانية ، كما يبين الشكل (3) .
عين ، معللا جوابك ، المنحنى الموافق لحركة المتذبذب في الحالة الأولى.



شكل 3

4- نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية ، ونرمز لوسع حركته بـ x_{m2} وللطور عند أصل التواريخ بـ φ_2.

0,5 | 4.1- حدد من المبيان الممثل في الشكل(3) قيمة المسافة d وقيمة الوسع x_{m2} .

0,5 | 4.2- بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية ، بين أنه يمكن التعبير عن الوسع x_{m2} بالعلاقة :

$$x_{m2} = \sqrt{\frac{m.v_A^2}{K} + d^2} .$$

0,5 | 4.3- أوجد تعبير $\tan\varphi_2$ بدلالة d و x_{m2} .

الكيمياء

الجزء الأول: دراسة حلمأة إستر

I) المجموعة المميزة:

1. مجموعة إستر : $-COOR$

2. صيغة الحمض هي: $CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{C}=O$ و صيغة الكحول هي: $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-CH_2-OH$

II)دراسة حلمأة المركب (A).

1. تفاعل المعايرة

1.1) معادلة تفاعل المعايرة:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

2.1) تعبير ثابتة التوازن بدلالة ثابتة الحمضية K_A و K_e:

$$K = \frac{K_A(CH_3COOH/CH_3COO^-)}{K_A(H_2O/HO^-)} \Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e}$$

$$K = \frac{1{,}8.10^{-5}}{10^{-14}} = 1{,}8.10^9$$

3.1) * كمية الحمض الموجودة في الكأس عند اللحظة t هي: $n = C_B V_{B,E}$

* كمية الحمض الموجودة في الحوجلة عند اللحظة t هي: $n_T = 10.C_B.V_{B,E}$

2) تفاعل الحلمأة :

1.2) مميزات التفاعل: بطيء وغير كلي (محدود).

2.2) كميتي المادة قبل بداية التفاعل:

$$n(A)_i = \frac{m_i}{2M(A)} = \frac{\rho V_i(A)}{2M(A)} = \frac{0{,}87\times 30}{2\times 130} = 0{,}1\ mo\ell$$

و

$$n(H_2O)_i = \frac{m_i}{2M(H_2O)} = \frac{\rho_e V_i(H_2O)}{2M(H_2O)} = \frac{1\times 70}{2\times 18} = 1{,}94\ mo\ell$$

2.3) استنتاج نسبة التقدم النهائي عند التوازن :

معادلة التفاعل	$A \quad + \quad H_2O \quad \rightarrow \quad CH_3COOH \quad + \quad alcool$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة $(mo\ell)$			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	1,94	0,10
حالة التوازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$1{,}94-x_{éq}$	$0{,}10-x_{éq}$

* مبيانيا عند التوازن: $x_{éq}=0{,}084\ mo\ell$ * التقدم الأقصى: $x_{\max}=n(A)_i=0{,}1\ mo\ell$

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_m} = \frac{0{,}084}{0{,}1} = 0{,}84 = 84\ \%$$

4.2) السرعة الحجمية للتفاعل:

$$v(0) = \frac{1}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} \Rightarrow v(0) = \frac{1}{V}\left(\frac{\Delta n_T}{\Delta t}\right)_{t=0}$$

$$= \frac{1}{0{,}05}\,\frac{0{,}08-0}{20-0} = 0{,}08\ mo\ell.L^{-1}.\min^{-1}$$

5.2) * تتناقص السرعة الحجمية خلال الزمن (تناقص المعاملات الموجهة: $\frac{\Delta n_T}{\Delta t}$) إلى أن تؤول إلى الصفر.

* العامل الحركي هو تركيز المتفاعلات.

الجزء الثاني: تصنيع إستر

1) يستعمل جهاز التسخين بالارتداد لتسريع التفاعل، ولتكثيف الأنواع الكيميائية والحيلولة دون ضياعها.

2) معادلة التفاعل خلال التصنيع الثاني:

$$C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-O-\underset{\underset{O}{//}}{C}-C_3H_7 \;+\; C_3H_7-OH \;\rightarrow\; C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-O-C_3H_7 \;+\; C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-OH$$

3) * التفاعل (2) كلي: $n_i = x_{éq_2} \Rightarrow r_2 = \frac{x_{éq2}}{n_i} = 1$ ، مع $n_i = x_{éq_2} = 0{,}15\ mol$ حسب المنحنى(2).

* التفاعل (1) محدود: $r_1 = \frac{x_{éq1}}{x_{éq2}} = \frac{0{,}13}{0{,}15} = 0{,}86 \Rightarrow r_1 = \frac{x_{éq1}}{n_i}$ ، لأن حسب المنحنى(1): $x_{éq_1} = 0{,}13\ mol$

الفيزياء

فيزياء 1: تأريخ الترسيبات البحرية

1) يعطي الأورانيوم $^{238}_{92}U$ المذاب في ماء البحر ذرات الثوريوم $^{230}_{90}Th$ مع انبعاث دقائق:

1.1- معادلة التحول النووي:

$$^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{230}_{90}Th + x\ ^{4}_{2}He + y\ ^{0}_{-1}e$$

حسب قانوني صودي:

$$\begin{cases} 238 = 230 + 4.x + 0\times y \\ 92 = 90 + 2.x + (-1).y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\underline{^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{230}_{90}Th + 2.\ ^{4}_{2}He + 2.\ ^{0}_{-1}e}$$

1.2- نبين أن النسبة $\frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)}$ تكون ثابتة عندما يتحقق $a_{^{238}_{92}U}(t) = a_{^{230}_{90}Th}(t)$:

نعلم عند اللحظة t أن: $a_{^{230}_{90}Th}(t) = \lambda.N_{^{230}_{90}Th}(t)$ و $a_{^{238}_{92}U}(t) = \lambda'.N_{^{238}_{92}U}(t)$ ، ومنه:

$$1 = \frac{a_{^{230}_{90}Th}(t)}{a_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda.N_{^{230}_{90}Th}(t)}{\lambda'.N_{^{238}_{92}U}(t)} \Rightarrow \frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda'}{\lambda} \Rightarrow \underline{\frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)} = \frac{\lambda'}{\lambda} = Cte}$$

2- معادلة تفتت نواة الثوريوم $^{230}_{90}Th$ إلى الراديوم $^{226}_{88}Ra$:

÷ نطبق قانوني صودي فنجد: $\underline{^{230}_{90}Th \rightarrow\ ^{226}_{88}Ra + \ ^{4}_{2}He}$

* طبيعة الإشعاع : انبعاث <u>نوى الهيليوم</u> $\underline{\alpha}$

3- التحقق من القيمة $t_{1/2} = 7{,}5.10^4\ ans$:

نعلم أن عند $t = t_{1/2}$ ، يصبح : $N_{^{230}_{90}Th}(t) = \frac{N_0}{2}$ أي $\frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_0} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ ،

ومن خلال المنحنى نجد: $t_{1/2} = 75.10^3\ ans = \underline{7{,}5.10^4\ ans}$

4- إيجاد بالسّنة عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلى للعينة:

نطبق علاقة التناقص الإشعاعي الخاص بالكتلة: $m(t) = m_0.e^{-\lambda.t}$

أي : $m_p = m_s.e^{-\lambda.t}$ ، ومنه: $t = t_{1/2}.\dfrac{\ell n(\frac{m_s}{m_p})}{\ell n2} = 7{,}5.10^4 \times \dfrac{\ell n(\frac{20}{1{,}2})}{\ell n2} = \underline{3.10^5\ ans}$

فيزياء 2: دراسة النظام الانتقالي في وشيعة وفي مكثف

1) دراسة النظام الانتقالي في وشيعة:

1.1- أ – المقدار $\dfrac{di}{dt}$ يعبر عن المعامل الموجه لمنحنى الدالة $i = f(t)$ عند اللحظة t ، الذي يتناقص مع الزمن، وبالتالي كذلك تناقص المقدار $L.\dfrac{di}{dt}$.

ب – * عند اللحظة $t = 0$: $u(0) = (R+r).i(0) + L.\dfrac{di}{dt}(0)$ ، مع : $u(0) = E$ و $i(0) = 0$ ، نجد : $\underline{\dfrac{di}{dt}(0) = \dfrac{E}{L}}$

* قيمة L : من العلاقة السابقة: $\dfrac{di}{dt}(0) = \dfrac{E}{L} = a$ ، نستنتج: $L = \dfrac{E}{a} = \dfrac{6}{100} = \underline{0{,}06\,H}$

ج – بالنسبة للمجال الزمني $t > 5\ ms$ (النظام الدائم) ، فإن $\underline{\dfrac{di}{dt} = 0}$ ، وبالتالي:

$$u(t>5ms) = (r+R).i(t>5ms) + L.\underbrace{\dfrac{di}{dt}(t>5ms)}_{=0} \Rightarrow E = (R+r).i_{\max}$$

ومنه: $r = \dfrac{E}{i_{\max}} - R = \dfrac{6}{0{,}1} - 50 = \underline{10\ \Omega}$ (مبيانيا شدة التيار القصوى هي $i_{\max} = 100\,mA = 0{,}1\ A$)

1.2- أ – تعيين المنحنى الموافق لكل حالة:

- احتفظنا في الحالة الأولى وفي الحالة الثانية بنفس المقاومتين $r = 10\Omega$ و $R = 50\Omega$ ، إذا : $i_{\max} = 100\,mA = 0{,}1\ A$ ويوافق هذا المنحى (ب) والمنحنى (ج).

- حسب نتيجة السؤال 1.1- ب - $\dfrac{di}{dt}(0) = a = \dfrac{E}{L}$ ، نجد $a_1 = \dfrac{E}{L_1} = \dfrac{6}{0{,}06} = 100\ A.s^{-1} > a_2 = \dfrac{E}{L_2} = \dfrac{6}{0{,}12} = 50\ A.s^{-1}$

فنستنتج أن المنحنى(ب) يوافق الحالة الأولى والمنحنى(ج) يوافق الحالة الثانية.

ب - * تعبير المقاومة R_2' :

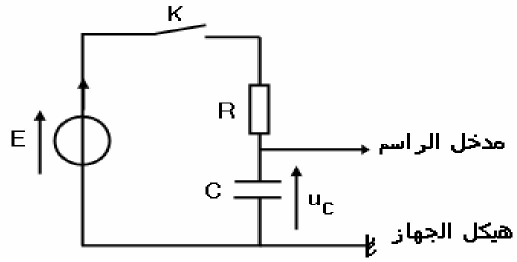
حسب المعطيات فإن ثابتة الزمن هي نفسها في الحالتين الثانية والثالثة أي : $\tau = \dfrac{L_2}{R_2'+r} = \dfrac{L_3}{R_3+r}$

ومنه : $\dfrac{R_2'+r}{R_3+r} = \dfrac{L_2}{L_3}$ ، أي:

$$R_2' = \dfrac{L_2}{L_3}(R_3+r) - r$$
$$= \dfrac{0{,}12}{0{,}04}(30+10) - 10 = \underline{110\ \Omega}$$

2) دراسة النظام الانتقالي في مكثف:

1.2- رسم تبيانة التركيب:



2.2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C:

- حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_c = E \ (*)$

- حسب قانون أوم $u_R = R.i$ و $i = \dfrac{dq}{dt}$ و $q = C.u_c$ نكتب: $u_R = R.\dfrac{dq}{dt} = RC.\dfrac{du_c}{dt}$

فنحصل على المعادلة التفاضلية: $\underline{RC.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E}$

3.2- أيجاد تعبير كل من A و B و τ بدلالة برامترات الدارة:

يكتب حل المعادلة السابقة: $u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + B$ وتكون المشتقة هي $\dfrac{du_C}{dt} = -\dfrac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}$

* تحديد B و τ بالتعويض:

حسب المعادلة التفاضلية: $RC.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E \quad \Rightarrow \quad RC.(-\dfrac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}) + Ae^{-t/\tau} + B = E$

أي: $Ae^{-t/\tau}\left[1 - \dfrac{RC}{\tau}.\right] + (B - E) = 0$ ، وهي معادلة تتحقق مهما تكن قيمة t، ومنه:

$B - E = 0$ و $1 - \dfrac{RC}{\tau} = 0$ ، أي: $\underline{B = E}$ و $\underline{\tau = RC}$

فيكتب حل المعادلة جزيئيا : $u_C(t) = Ae^{-t/RC} + E$

* تحديد الثابتة A باستعمال الشروط البدئية: عند اللحظة $t = 0$: $u_C(0) = 0 \ (1)$

حسب الحل الجزئي : $u_C(0) = Ae^{-0/RC} + E = A + E \ (2)$

ومن العلاقتين(1) و(2) نستنتج أن $\underline{A = -E}$

فيكون الحل النهائي هو : $\underline{u_C(t) = E\left[1 - e^{-t/RC}\right]}$

4.2- استنتاج التعبير الحرفي لشدة التيار بدلالة الزمن أثناء النظام الانتقالي:

$i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{du_c}{dt} = C\dfrac{d}{dt}\left[E(1 - e^{-t/RC})\right]$ ، ومنه: $i(t) = -C \times \dfrac{-E}{RC} \times e^{-t/RC}$

أي: $\underline{i(t) = \dfrac{E}{R} \times e^{-t/RC}}$

5.2- حساب شدة التيار عند اللحظة $t = 0$: $i(0) = \dfrac{E}{R} \times e^{-0/RC} = \dfrac{E}{R} = \dfrac{6}{50} = \underline{0,12 \ A}$

3) دراسة تبادل الطاقة بين المكثف والوشيعة:

1.3- تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف:

تكتب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف على الشكل: $E_e = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$

لدينا $i(t) = I_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ ، ونضع $q(t) = q_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t)$ مع $q_m = C.U_0 = q(0)$

لنحدد المقدارين φ و I_m : انطلاقا من العلاقة $i(t) = \dfrac{dq}{dt}$

$$\dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{2\pi}{T_0}.q_m \sin(\dfrac{2\pi}{T_0}t) = \dfrac{2\pi}{T_0}.q_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \dfrac{\pi}{2}) \quad (1) \quad \text{و} \quad i(t) = I_m \cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi) \quad (2)$$

من خلال (1) و(2)، نستنتج أن: $I_m = \dfrac{2\pi}{T_0}.q_m$ و $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ ، وبالتالي: $q(t) = I_m.\dfrac{T_0}{2\pi}.\cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t)$

$$E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C}(I_m\frac{T_0}{2\pi}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t))^2 = \frac{1}{2C}I_m{}^2(\frac{T_0}{2\pi})^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)$$

$$= \frac{1}{2C}I_m{}^2(LC)\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t) \qquad = \underline{\frac{1}{2}L.I_m{}^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)}$$

2.3- * انحفاظ الطاقة الكلية للدارة (LC): $E_t = E_e + E_m = E_e + \dfrac{1}{2}L.i^2$ مع $i(t) = I_m\cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \dfrac{\pi}{2}) = -I_m\sin(\dfrac{2\pi}{T_0}t)$

$$E_t = \frac{1}{2}L.I_m{}^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t) + \frac{1}{2}L.I_m{}^2\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t) = \frac{1}{2}L.I_m{}^2\left[\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t) + \sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t)\right]$$

$$\Rightarrow E_t = \underline{\frac{1}{2}L.I_m{}^2 = Cte}$$

* قيمة الطاقة الكلية: $E_t = \dfrac{1}{2}L.I_m{}^2 = \dfrac{1}{2}C.U_0{}^2 = \dfrac{1}{2}\times 20.10^{-6}\times 6^2 = \underline{3{,}6.10^{-4}\ J}$

فيزياء 3:

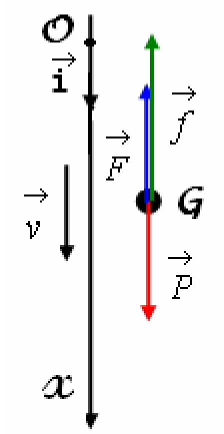
الجزء الأول: السقوط الرأسي لجسم صلب

1- دراسة حركة الكرية (a):

1.1- * إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v(t)$:

- المجموعة المدروسة : { الكرية (a) }

- تخضع المجموعة إلى التأثيرات التالية:



وزنها $\vec{P}$ - تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ - تأثير قوة الاحتكاك $\vec{f}$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{i})$ الموجه نحو الأسفل:

$mg - \rho_0 gV - 6\pi.\eta.r\,v = m.\dfrac{dv}{dt}$ مع $m = \rho.V$ و $V = \dfrac{4}{3}.\pi.r^3$

إذا: $\rho.g.V - \rho_0.g.V - 6\pi.\eta.r.v = \rho.V.\dfrac{dv}{dt}$ ، أو: $\dfrac{\rho gV - \rho_0 gV}{\rho V} - \dfrac{6\pi\eta r}{\rho.V}v = \dfrac{dv}{dt}$

يكافئ: $\dfrac{\rho - \rho_0}{\rho}.g - \dfrac{6\pi\eta r}{\rho(4/3)\pi.r^3}v = \dfrac{dv}{dt}$ ويكافئ أيضا : $\dfrac{\rho - \rho_0}{\rho}.g - \dfrac{9.\eta.r}{2.\rho.r^2}v = \dfrac{dv}{dt}$

أو: $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{9.\eta}{2.\rho.r^2}v = (1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}).g$ ، نضع $\underline{\tau = \dfrac{2.\rho.r^2}{9.\eta}}$ و $\underline{C = (1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}).g}$،

فتكتب المعادلة التفاضلية على الشكل التالي: $\underline{\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{1}{\tau}v = C}$

* حساب الثابتتين τ و C:

$$\tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta} = \frac{2\times 2600\times(0{,}25.10^{-2})^2}{9\times 8.10^{-2}} = \underline{4{,}51.10^{-2}\ s} \quad \text{و} \quad C = (1 - \frac{\rho_0}{\rho}).g = (1 - \frac{970}{2600})\times 9{,}81 = \underline{6{,}15\ m.s^{-2}}$$

المستوى : 2 علوم رياضية (أ) و(ب)	المادة : الفيزياء والكيمياء
تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية	
المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة	أستاذ المادة : مصطفى قشيش

1.2- حساب قيمة السرعة الحدية v_ℓ:

* السرعة الحدية هي السرعة التي تمتلكها الكرية عندما تصل النظام الدائم أي عندما تصبح $(\frac{dv}{dt})_\infty = 0$

* تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $(\frac{dv}{dt})_\infty + \frac{1}{\tau}v_\ell = C$ ، أو : $\frac{1}{\tau}v_\ell = C$ ، ومنه:

$$v_\ell = C.\tau = 6,15\times 4,51.10^{-2} = \underline{0,277\, m.s^{-1}}$$

2- دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b):

1.2- الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية هي التي توافق المقدار الأكبر τ :

* حسب نتيجة السؤال 1.1- : $\tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta}$ و $\tau' = \frac{2.\rho.r'^2}{9.\eta} = \frac{2.\rho.(2.r)^2}{9.\eta} = 4.\frac{2.\rho.r^2}{9.\eta} = \underline{4.\tau > \tau}$

* نستنتج أن الكرية (b) هي التي تستغرق مدة أطول.

2.2- حساب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين إلى قعر الأنبوب:

* كل كرية تقطع نفس المسافة H ، خلال مرحلتين: مرحلة النظام الانتقالي ومرحلة النظام الدائم.

* بالنسبة للكرية (b) ، تقطع المرحلة الأولى خلال المدة $5.\tau'$ ، وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v'_ℓ خلال المدة $\frac{H-d_2}{v'_\ell}$

فتكون المدة خلال المرحلتين هي : $5.\tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell} = 5.(4\times 4,51.10^{-2}) + \frac{1-0,8}{4\times 0,277} = 1,08\,s$.

* بنفس الطريقة نجد المدة التي تستغرقها الكرية (a) خلال المرحلتين: $5.\tau + \frac{H-d_1}{v_\ell} = 5.(4,51.10^{-2}) + \frac{1-0,05}{0,277} = 3,65\,s$

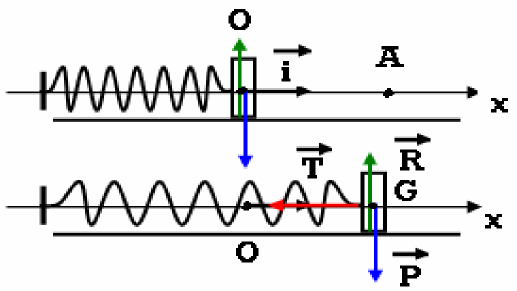
* تكون المدة الفاصلة هي: $\Delta t = \left[5.\tau + \frac{H-d_1}{v_\ell}\right] - \left[5.\tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell}\right]$

* تطبيق عددي: $\Delta t = 3,65 - 1,08 = \underline{2,57\ s}$

الجزء الثاني: تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد

1- المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G:

- المجموعة المدروسة: {الجسم الصلب}



- جرد القوى المطبقة على هذه المجموعة:

وزنها $\vec{P}$ و تأثير قوة الارتداد $\vec{T}$ وتأثير السطح الأفقي $\vec{R}$

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم $\Re(O,\vec{i})$ نعتبره غاليليا:

$\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$ ، إذا: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

بإسقاط العلاقة المتجهية على المحور الأفقي Ox: $P_x + T_x + R_x = ma_x \Rightarrow 0 - k.x + 0 = m.\ddot{x}$

نحصل على المعادلة التفاضلية: $m.\ddot{x} + k.x = 0$ أو $\underline{\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0}$

2- التغيير الحرفي للدور الخاص:

لدينا : $x(t) = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ ومنه $\frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}x_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

وبالتالي $\frac{d^2x}{dt^2}=-(\frac{2\pi}{T_0})^2 x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ أي : $\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{2\pi}{T_0})^2\underbrace{x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)}_{=x}=0$

أو: $\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{2\pi}{T_0})^2x=0$ و بالمقارنة مع المعادلة التفاضلية $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ ، نستنتج أن: $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{k}{m}$

ومنه نستنتج أن: $\underline{T_0=2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}}$.

3- تعيين المنحنى الموافق للحالة الأولى:

في الحالة الأولى، عند أصل التواريخ $t=0$ ، نحرر الجسم بدون سرعة بدئية أي: $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0}=0$ ، ويوافق المنحنى(ب).

4- نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية، حيث الوسع هو x_{m2} والطور هو φ_2 .

4.1- من المبيان(أ)، نجد: * $\underline{x_{m2}=4\ cm}$ و $\underline{d=3\ cm}$

4.2- تطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية لإثبات العلاقة: $x_{m2}=\sqrt{\frac{m.v_A^2}{k}+d^2}$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة A :

$$E_{mA}=E_{cA}+E_{ppA}+E_{peA}$$
$$=\frac{1}{2}mv_A^2+E_{ppA}+\frac{1}{2}k.d^2+cte$$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة B أفصولها $-x_{m2}=-4\ cm$:

$$E_{mB}=E_{cB}+E_{ppB}+E_{peB}$$
$$=\frac{1}{2}mv_B^2+E_{ppB}+\frac{1}{2}k.x_{m2}^2+cte$$

ولدينا: $E_{ppA}=E_{ppB}$ و $v_B=0$

$$E_{mB}=E_{mA}\Rightarrow 0+E_{ppB}+\frac{1}{2}k.x_{m2}^2+cte=\frac{1}{2}mv_A^2+E_{ppA}+\frac{1}{2}k.d^2+cte$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}k.x_{m2}^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}k.d^2$$
$$\Rightarrow x_{m2}^2=\frac{m}{k}v_A^2+d^2$$
$$\Rightarrow x_{m2}=\sqrt{\frac{m}{k}v_A^2+d^2}$$

4.3- تعبير $\tan(\varphi_2)$ بدلالة d و x_{m2} :

* نعلم أن: $x_2(t)=x_{m2}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_2)$ ، ومنه: $x_2(0)=x_{m2}\cos(\varphi_2)=d \Leftarrow$ $\cos(\varphi_2)=\frac{d}{x_{m2}}$ (1)

* ولدينا: $\dot{x}(t)=\frac{dx_2}{dt}=-\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_2)$ ومنه: $\dot{x}(0)=v_A=-\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}\sin(\varphi_2) \Leftarrow$ $\sin(\varphi_2)=\frac{-v_A}{\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}}$ (2)

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \tan(\varphi_2) = \frac{\sin(\varphi_2)}{\cos(\varphi_2)} = \frac{\dfrac{-v_A}{\dfrac{2\pi}{T_0} x_{m2}}}{\dfrac{d}{x_{m2}}} = \frac{-v_A}{d.\dfrac{2\pi}{T_0}} = \frac{-v_A}{d.\sqrt{\dfrac{k}{m}}}$$

حسب نتيجة السؤال 4.2- $v_A = -\dfrac{\sqrt{x_{m2}^2 - d^2}}{\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$ ، ومنه نستنتج العلاقة: $\tan(\varphi_2) = \dfrac{\sqrt{x_{m2}^2 - d^2}}{d}$