



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع



الصفحة
1
5

5	المعامل:	NS27	الفيزياء والكيمياء	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك:

◀ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة

◀ تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

يتضمن موضوع الامتحان أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

• الكيمياء: مراقبة جودة الحليب (7 نقط)

• الفيزياء (13 نقطة)

○ التمرين 1 : الموجات الميكانيكية (3 نقط)

○ التمرين 2 : تحديد المقادير المميزة لمكثف ووشية (5 نقط)

○ التمرين 3 : الرياضات الشتوية (5 نقط)

الموضوع

التنقيط

الكيمياء (7 نقط): مراقبة جودة الحليب

الحليب الطري قليل الحمضية لكونه يحتوي على كمية قليلة من حمض اللاكتيك $C_3H_6O_3$. ويعتبر اللاكتوز السكر المميز للحليب إذ تحت تأثير البكتيريا يتحول اللاكتوز خلال الزمن إلى حمض اللاكتيك فتزداد حمضية الحليب تلقائيا ويصبح أقل طراوة.

تُعطى حمضية الحليب في الصناعة الغذائية بدرجة دورنيك رمزها $(^{\circ}D)$ ؛ بحيث $1^{\circ}D$ يوافق وجود 0,10g من حمض اللاكتيك في 1L من الحليب.

يعتبر الحليب طريا إذا لم تتجاوز حمضيته $18^{\circ}D$ (أي 1,8g من حمض اللاكتيك في 1L من الحليب). يهدف هذا التمرين إلى تحديد ما إذا كان الحليب قيد الدراسة طريا أم لا . معطيات:

المزدوجة (أيون اللاكتات/حمض اللاكتيك): $C_3H_6O_3(aq)/C_3H_5O_3^-(aq)$

الكتلة المولية لحمض اللاكتيك: $M(C_3H_6O_3) = 90,0g.mol^{-1}$

1. تحديد قيمة pK_A للمزدوجة $C_3H_6O_3(aq)/C_3H_5O_3^-(aq)$

نعتبر محلولاً مائياً لحمض اللاكتيك حجمه V وتركيزه المولي $C=1,0.10^{-2}mol.L^{-1}$. أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة $pH=2,95$ عند درجة الحرارة $25^{\circ}C$.

1.1. أكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل حمض اللاكتيك $C_3H_6O_3(aq)$ مع الماء.

2.1. انقل الجدول الوصفي أسفله إلى ورقة تحريرك وأتممه.

1

1

المعادلة الكيميائية		كميات المادة (mol)			
حالة المجموعة	تقدم التفاعل (mol)				
بدئية	$x=0$				
وسيطية	x				
نهائية	x_f				

3.1. عبر عن τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل بدلالة C و pH . أحسب قيمة τ ، استنتج.

1

4.1. أحسب قيمة $Q_{r,eq}$ خارج التفاعل عند حالة توازن المجموعة الكيميائية.

0,75

5.1. استنتج قيمة pK_A للمزدوجة $C_3H_6O_3(aq)/C_3H_5O_3^-(aq)$.

0,25

2. تحديد النوع المهيمن في الحليب الطري

أعطى قياس pH الحليب الطري عند $25^{\circ}C$ القيمة $pH=6,7$. حدد من بين النوعين $C_3H_6O_3(aq)$

0,50

و $C_3H_5O_3^-(aq)$ النوع المهيمن في هذا الحليب.

3. مراقبة جودة الحليب

تمت معايرة حمض اللاكتيك الموجود في عينة من حليب حجمها $V_A=40mL$ بواسطة محلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+(aq) + HO^-(aq)$ تركيزه المولي $C_B=4,0.10^{-2}mol.L^{-1}$.

1.3. أكتب المعادلة الكيميائية للتحويل الحاصل أثناء المعايرة والذي نعتبره كلياً، (نفترض أن حمض اللاكتيك هو الحمض الوحيد الموجود في الحليب قيد الدراسة).

1

2.3. تم الحصول على التكافؤ حمض - قاعدة عند صب الحجم $V_{BE}=30mL$ من المحلول (S_B) .

0,50

أوجد قيمة C_A التركيز المولي لحمض اللاكتيك الموجود في الحليب.

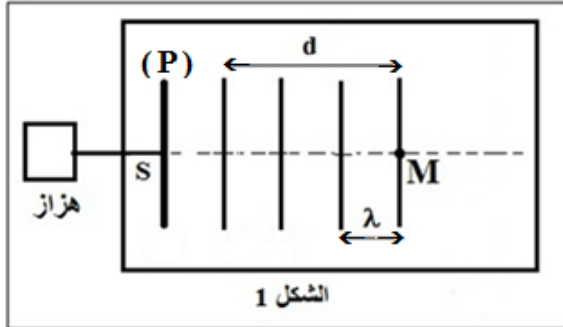
3.3. بين ما إذا كان الحليب المدروس طريا أم لا.

1

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين 1 (3 نقط): الموجات الميكانيكية

ينتج عن حدوث اضطراب على سطح الماء تكون موجة ميكانيكية تنتقل بسرعة معينة. يهدف هذا التمرين إلى دراسة انتشار موجة ميكانيكية متوالية جيبية على سطح الماء.

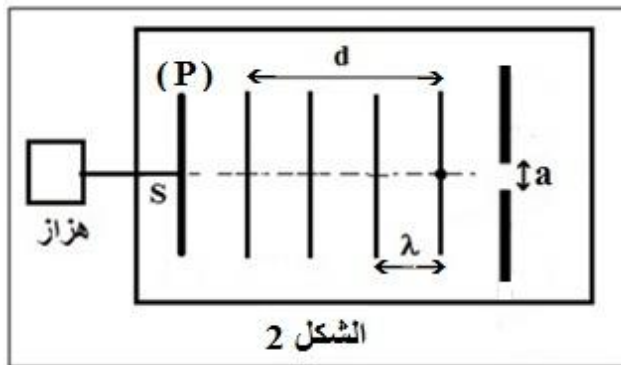


1. تحدث صفيحة رأسية (P)، متصلة بهزاز تردده $N = 50\text{Hz}$ ، موجات مستقيمة متوالية جيبية على السطح الحر للماء في حوض الموجات، حيث تنتشر دون خمود ولا انعكاس. يمثل الشكل 1 مظهر سطح الماء في لحظة معينة، حيث $d = 15\text{mm}$.

1.1. حدد باعتماد الشكل 1 قيمة طول الموجة λ . 0.5

2.1. استنتج قيمة v سرعة انتشار الموجة على سطح الماء. 0.5

3.1. نعتبر النقطة M من وسط الانتشار (الشكل 1). أحسب قيمة τ التأخر الزمني لاهتزاز M بالنسبة للمنبع S. 0.5



4.1. نضاعف تردد الهزاز ($N' = 2N$)، فيصبح طول الموجة هو $\lambda' = 3\text{mm}$. أحسب قيمة v' سرعة انتشار الموجة على سطح الماء في هذه الحالة. 0.75

هل الماء وسط مبدد في هذه الحالة؟ علل جوابك.
2. نضبط من جديد تردد الهزاز على القيمة $N = 50\text{Hz}$ ونضع في حوض الموجات صفيحتين رأسييتين تكونان حاجزا به فتحة عرضها a (الشكل 2). مثل، معلا جوابك، مظهر سطح الماء بعد اجتياز الموجة الحاجز في الحالتين التاليتين: $a = 10\text{mm}$ و $a = 4\text{mm}$. 0.75

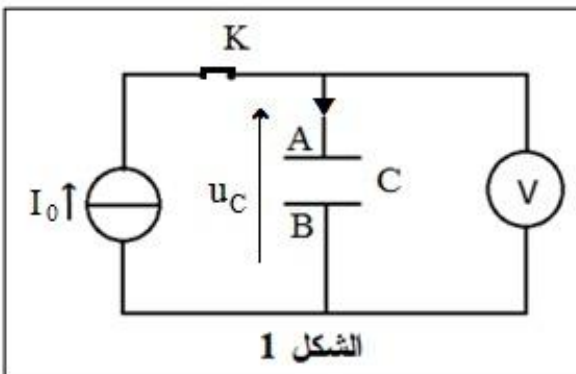
التمرين 2 (5 نقط): تحديد المقادير المميزة لمكثف ووشية

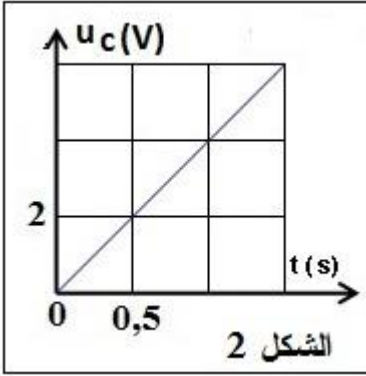
أصبحت المكثفات والوشيات تلعب أدوارا أساسية في بعض الأجهزة المستعملة في الحياة اليومية، إذ نجدها في مجموعة من التراكيب الكهربائية لأجهزة الإنذار والمجس الحراري وأجهزة التصوير الطبي بالرنين المغناطيسي...

يهدف هذا التمرين إلى تحديد المقادير المميزة لمكثف ووشية.

1. تحديد سعة مكثف

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1 والمتكون من مولد مؤتمل للتيار يزود الدارة بتيار كهربائي شدته $I_0 = 4\mu\text{A}$ ومكثف سعته C وفولطمتر وقاطع التيار K.





نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t=0$ ونتتبع تطور التوتر u_C بين مربطي المكثف بدلالة الزمن. يمثل الشكل 2 تغيرات u_C بدلالة الزمن.

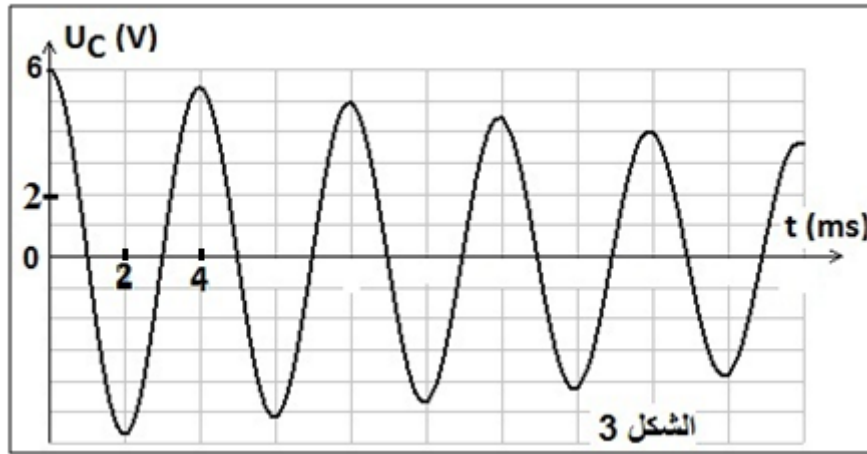
1.1. بين أن $u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t$ 0.25

2.1. تحقق أن $C = 1\mu F$ 0.5

3.1. أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف عند اللحظة $t=1s$ 0.5

2. تحديد قيمة معامل التحريض لوشية

نشحن المكثف السابق بواسطة مولد مؤمّن للتوتر قوته الكهرمحركة E ، ونركبه عند اللحظة $t=0$ بين مربطي ووشية معامل تحريضها L ومقاومتها r . نعين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل 3.



1.2. مثل تبيانة التركيب التجريبي المستعمل مبينا كيفية ربط راسم التذبذب. 0.75

2.2. عين مبيانيا قيمة شبه الدور T للتذبذبات. 0.25

3.2. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$. 0.75

4.2. يكتب حل هذه المعادلة التفاضلية في حالة إهمال مقاومة الوشية كالتالي: $u_C(t) = U_m \cdot \cos(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$ 0.5

أوجد تعبير الدور الخاص T_0 للتذبذبات.

5.2. نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص T_0 . أوجد قيمة L معامل تحريض الوشية. 0.5

3. صيانة التذبذبات الكهربائية في دائرة RLC متوالية

نركب على التوالي، مع المكثف والوشية السابقين، مولدا G يزود الدارة بتوتر u_G يتناسب اطرادا مع شدة التيار حيث $u_G = k \cdot i$ ، فنحصل على تذبذبات كهربائية مصانة عندما تأخذ k القيمة $k=10(SI)$.

1.3. أبرز دور المولد G من الناحية الطاقية. 0.25

2.3. حدد، معللا جوابك، قيمة r مقاومة الوشية. 0.75

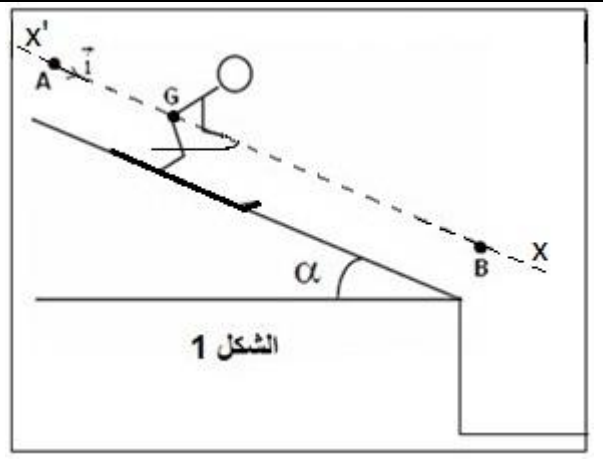
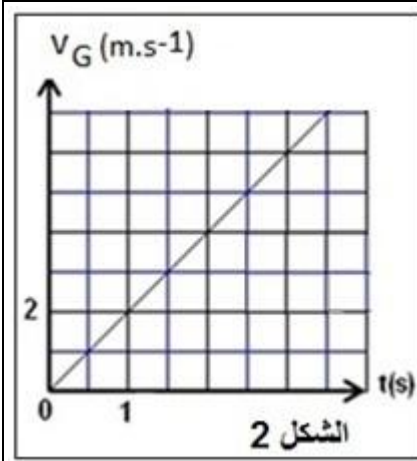
التمرين 3 (5 نقط) : الرياضات الشتوية

يعتبر سباق السرعة على الجليد من بين أعرق وأهم مسابقات الألعاب الأولمبية الشتوية؛ حيث يطمح كل متسابق إلى قطع مسافة النزول خلال أقل مدة زمنية ممكنة. يهدف هذا التمرين إلى تحديد بعض المقادير الحركية والتحريكية المميزة لحركة متسابق. ينزل متسابق كتلته m ومركز قصوره G ، فوق منحدر نعتبره مستقيما ويكون زاوية α مع المستوى الأفقي. لدراسة حركة G نختار معلما $(A, \vec{i})$ (الشكل 1).

معطيات: $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ؛ $m = 80 \text{ kg}$ ؛ $\alpha = 30^\circ$

1. دراسة حركة المتسابق على المنحدر

ينطلق المتسابق عند اللحظة $t=0$ ، حيث يحتل مركز قصوره G الموضع A ، ويتابع حركته وفق مسار مستقيمي AB يخضع خلاله لاحتكاكات نمذجها بقوة $\vec{f}$ ثابتة، اتجاهها موازي للمسار ومنحاهها معاكس لمنحى الحركة.



1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلة التفاضلية التي يُحققها v_x إحداثي $\vec{v}_G$ متجهة سرعة G .

2.1. يمثل الشكل 2 مخطط سرعة مركز قصور المتسابق. حدد قيمة التسارع a_G للحركة.

3.1. استنتج شدة القوة $\vec{f}$.

4.1. أكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لحركة G .

5.1. يمر G مركز قصور المتسابق من الموضع B بالسرعة $v_B = 28 \text{ m.s}^{-1}$. حدد قيمة المسافة AB .

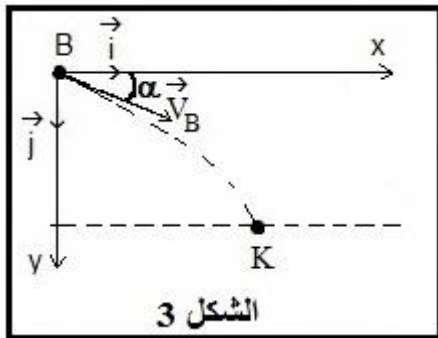
2. دراسة حركة المتسابق في مجال الثقالة المنتظم

صادف المتسابق عند نهاية المرحلة AB حافة، فغادر مركز قصوره G الموضع B بالسرعة $\vec{v}_B$ ، عند لحظة نعتبرها أصلا جديدا للتواريخ $t=0$ ، وأصبح المتسابق في سقوط نعتبره حرا. لدراسة حركة G ، نختار معلما متعامدا وممنظما $(B, \vec{i}, \vec{j})$ (الشكل 3).

1.2. أثبت أن معادلة مسار حركة G في المعلم $(B, \vec{i}, \vec{j})$ ، تكتب :

$$y = \frac{g}{2.v_B^2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha$$

2.2. يمر G من الموضع K عند اللحظة $t=0,2\text{s}$ بالسرعة v_K . حدد قيمة v_K .

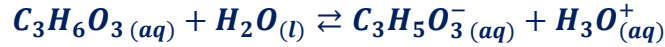


تصحيح الامتحان الوطني لعلوم الحياة والأرض الدورة العادية 2010

الكيمياء

1- تحديد قيمة pK_A للمزدوجة $C_3H_6O_3(aq)/C_3H_5O_3^-(aq)$

1.1- معادلة التفاعل بين حمض اللاكتيك والماء :



2.1- إتمام الجدول الوصفي :

المعادلة الكيميائية		$C_3H_6O_3(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons C_3H_5O_3^-(aq) + H_3O^+(aq)$			
حالة المجموعة	تقدم التفاعل (mol)	كمية المادة (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$C.V$	وفير	0	0
الحالة الوسيطة	x	$C.V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	x_f	$C.V - x_f$	وفير	x_f	x_f

3.1- تعبير τ بدلالة C و pH :

$$n_f(H_3O^+) = x_f \Rightarrow [H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{x_f}{V} \Rightarrow x_f = [H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot V$$

$$C.V - x_{\text{max}} = 0 \Rightarrow x_{\text{max}} = C.V$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{C}$$

$$\tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

$$\tau = \frac{10^{-2,95}}{10^{-2}} \approx 0,11$$

استنتاج : $\tau < 1$ ومنه فإن تفاعل حمض اللاكتيك مع الماء تفاعل محدود .

4.1- حساب $Q_{r,\text{éq}}$ خارج التفاعل عند التوازن :

من الجدول الوصفي :

$$n_f(H_3O^+) = n_f(C_3H_5O_3^-) = x_f \Rightarrow [H_3O^+]_{\text{éq}} = [C_3H_5O_3^-]_{\text{éq}} = \frac{x_f}{V}$$

$$[H_3O^+]_{\text{éq}} = [C_3H_5O_3^-]_{\text{éq}} = 10^{-pH}$$

$$n_f(C_3H_6O_3) = C.V - x_{\text{éq}} \Rightarrow [C_3H_6O_3]_{\text{éq}} = \frac{C.V - x_{\text{éq}}}{V} = C - \frac{x_f}{V}$$

$$[C_3H_6O_3]_{\text{éq}} = 10^{-pH}$$

تعبير خارج التفاعل :

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot [C_3H_5O_3^-]_{\text{éq}}}{[C_3H_6O_3]_{\text{éq}}} = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}^2}{[C_3H_6O_3]_{\text{éq}}} \Rightarrow Q_{r, \text{éq}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{10^{-2 \times 2,95}}{10^{-2} - 10^{-2,95}} \approx 1,42 \cdot 10^{-4} \quad \text{ت.ع.}$$

5.1- استنتاج قيمة pK_A للمزدوجة $C_3H_6O_3(aq)/C_3H_5O_3^-(aq)$

نعلم أن : $K_A = Q_{r, \text{éq}}$ و $pK_A = -\log K_A$ أي : $pK_A = -\log Q_{r, \text{éq}}$

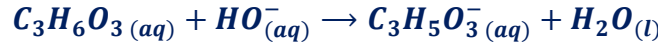
$$pK_A = -\log(1,42 \cdot 10^{-4}) \approx 3,85 \quad \text{ت.ع.}$$

2- تحديد النوع الكيميائي المهيمن في الحليب الطري

بما أن : $pH = 6,7$ فإن : $pH > pK_A$ وبالتالي النوع المهيمن في الحليب هو النوع القاعدي أي : $C_3H_5O_3^-(aq)$.

3- مراقبة جودة الحليب :

1.3- المعادلة الكيميائية للتحويل الحاصل أثناء المعالجة :



2.3- تحديد قيمة التركيز C_A :

$$C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

$$C_A = \frac{4 \cdot 10^{-2} \times 30}{40} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

3.3- نبين ما إذا كان الحليب طري لأم لا :

نحسب أولا كتلة حمض اللاكتيك الموجود في لتر من الحليب لدينا :

$$\begin{cases} n(C_3H_6O_3) = \frac{m}{M(C_3H_6O_3)} \\ C_A = \frac{n(C_3H_6O_3)}{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = n(C_3H_6O_3) \cdot M(C_3H_6O_3) \\ n(C_3H_6O_3) = C_A \cdot V \end{cases} \Rightarrow m = C_A \cdot V \cdot M(C_3H_6O_3)$$

$$m = 3 \cdot 10^{-2} \times 1 \times 90 = 2,7 \text{ g} \quad \text{ت.ع.}$$

نستنتج أن الحليب المدروس غير طري لأن $m > 1,8 \text{ g}$.

التمرين 1 : الموجات الميكانيكية

1.1- تحديد λ ميانا :

$$\lambda = \frac{d}{3} \quad \text{اي} \quad d = 3\lambda \quad \text{نجد} \quad 1$$

$$\lambda = \frac{15}{3} = 5 \text{ mm} \Rightarrow \lambda = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

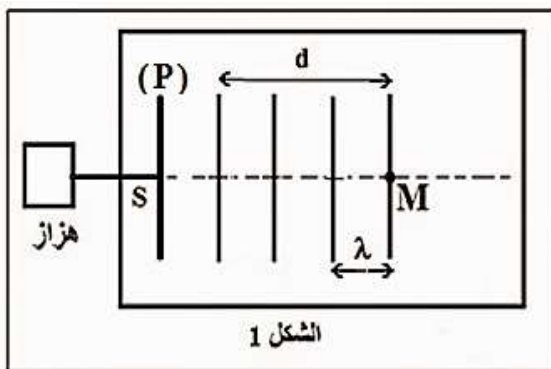
2.1- استنتاج قيمة v سرعة انتشار الموجة :

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \lambda \cdot N$$

$$v = 5 \cdot 10^{-3} \times 50 \Rightarrow v = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$$

3.1- حساب τ التأخر الزمني لاهتزاز النقطة M بالنسبة للمنبع S :

$$\text{لدينا العلاقة : } v = \frac{SM}{\tau} \quad \text{أي : } \tau = \frac{SM}{v} \quad \text{مع : } SM = 4\lambda$$



$$\tau = \frac{4\lambda}{v} \quad \text{ت.ع.} \quad \tau = \frac{4 \times 5.10^{-3}}{0,25} \Rightarrow \tau = 8.10^{-2} \text{ s}$$

4.1- التعرف على الوسط المبدد: عندما نضاعف تردد الهزاز $N' = 2N$ ، يصبح طول الموجة $\lambda' = 3 \text{ mm}$ سرعة انتشار الموجة على

$$v' = 3.10^{-3} \times 100 \Rightarrow v' = 0,3 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.} \quad v' = \lambda' \cdot N'$$

نلاحظ أن سرعة انتشار الموجة تتعلق بتردد الموجة ، فإن الماء وسط مبدد .

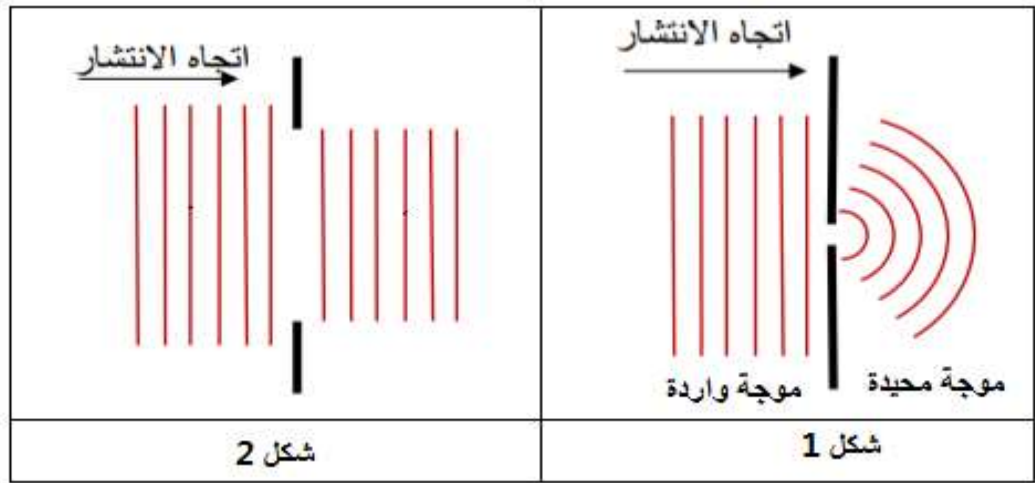
2- تمثيل مظهر سطح الماء بعد احتياز الموحة الحاجز بالنسبة :

الحالة الاولى : عرض فتحة الحاجز هو $a = 4 \text{ mm}$

بما أن طول $\lambda = 5 \text{ mm}$ ، حيث $\lambda > a$ ، سيحدث حيود للموجة الواردة على مستوى الفتحة ، حيث سنحصل على موجة محيدة دائرية تبدو وكأنها تنبعث من منبع وهمي يوجد في الفتحة أنظر الشكل 1 .

الحالة الثانية : عرض فتحة الحاجز هو $a = 10 \text{ mm}$

الموجة الواردة تجتاز الحاجز دون حدوث ظاهرة الحيود أنظر الشكل 2 .



التمرين 2 : تحديد المقادير المميزة لمكثف ووشية

1- تحديد سعة مكثف

$$1.1- \text{إثبات العلاقة : } u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t \quad \text{ت.ع.}$$

$$(1) \quad u_C = \frac{q}{C} \quad \text{التوتر بين مربطي مكثف في اصطلاح مستقبل يكتب : } q = C \cdot u_C \quad \text{أي : } u_C = \frac{q}{C}$$

$$(2) \quad q = I_0 \cdot t \quad \text{المولد يمنح للدائرة تيارا مستمرا نكتب : } I_0 = \frac{q}{\Delta t} = \frac{q}{t} \quad \text{مع } (\Delta t = t) \quad \text{أي : } q = I_0 \cdot t$$

$$(3) \quad u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t \quad \text{من العلاقتين (1) و (2) نستنتج :}$$

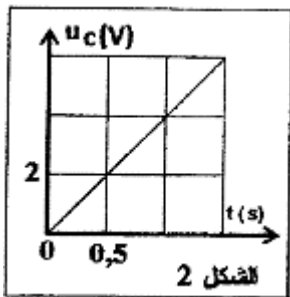
2.1- التحقق من قيمة C :

$$(4) \quad u_C = K \cdot t \quad \text{المنحنى } u_C = f(t) \text{ للشكل 2 عبارة عن دالة خطية معادلتها تكتب :}$$

$$K = \frac{\Delta u_C}{\Delta t} = \frac{2-0}{0,5-0} = 4 \text{ V.s}^{-1} \quad \text{حيث } K \text{ المعامل الموجه :}$$

$$C = \frac{I_0}{K} \quad \text{بمقارنة العلاقتين (3) و (4) نستنتج : } K = \frac{I_0}{C} \quad \text{أي : } C = \frac{I_0}{K}$$

$$\text{ت.ع.} \quad C = \frac{4.10^{-6}}{4} = 10^{-6} \text{ F} \quad \text{أي : } C = 1 \mu\text{F}$$



3.1- حساب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف عند اللحظة $t = 1\text{ s}$:

تعبير الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف هو : $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$

مبيانيا نجد عند اللحظة $t = 1\text{ s}$ التوتر $u_C = 4\text{ V}$

$$E_e = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 4^2 \Rightarrow E_e = 8.10^{-6}\text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

2- تحديد معامل التحريض لوشية

1.2- تمثيل التركيب التحريبي المستعمل : أنظف الشكل جانبه .

2.2- التعيين المبياني لقيمة شبه الدور T (أنظر الشكل 3) :

$$T = 4\text{ ms} = 4.10^{-3}\text{ s}$$

3.2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b + u_C = 0$

حسب قانون أوم : $L \cdot \frac{di}{dt} + ri + u_C = 0$

$$q = C \cdot u_C \quad \text{مع} \quad i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$L \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{r}{L} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C = 0$$

4.2- تعبير الدور الخاص T_0 في حالة إهمال مقاومة لوشية ($r = 0$) :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية السابقة تكتب في حالة إهمال المقاومة :}$$

حل المعادلة التفاضلية يكتب :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} = - \frac{du_C}{dt} = - \frac{2\pi}{T_0} \cdot U_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \quad \text{و} \quad u_C = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) - \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

نعوض كلا من u_C و $\frac{d^2 u_C}{dt^2}$ في المعادلة التفاضلية :

$$- \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) + \frac{1}{L \cdot C} \cdot U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = 0$$

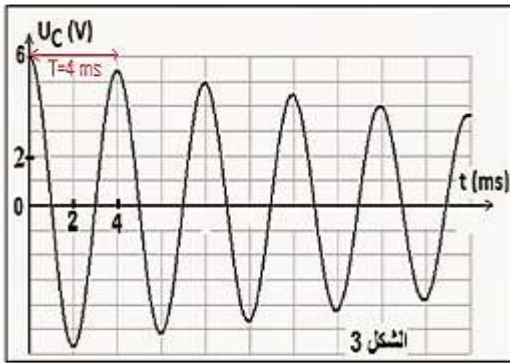
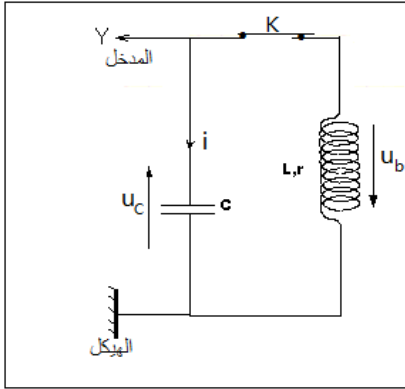
$$\left[- \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L \cdot C} \right] \cdot U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = 0$$

$$- \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L \cdot C} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

5.2- إيجاد L معامل تحريض لوشية :

لدينا حسب تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$ بما أن $T_0 \approx T$ فإن :

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C} \quad \text{وبالتالي} \quad T^2 = 4\pi^2 L \cdot C, \quad \text{أي} \quad T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$



$$L = \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times \pi^2 \times 10^{-6}} \Rightarrow L = 0,4 \text{ H} \quad \text{ت.ع:}$$

3- صيانة التذبذبات الكهربائية

1.3- يتجلى دور المولد في تعويض الطاقة المبددة بمفعول جول في مقاومة الوشيعة .

2.3- تحديد r قيمة الوشيعة :

نستعمل الدارة الكهربائية الممثلة جانبه .

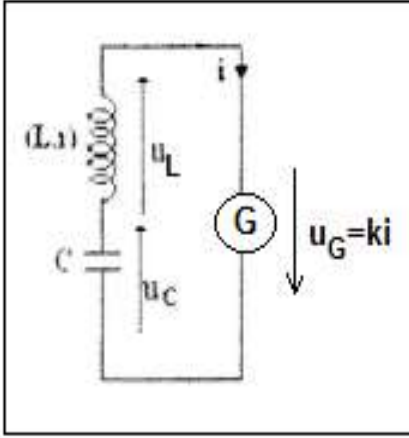
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = u_G$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + ri + u_C = ki \quad \text{حسب قانون أوم :}$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (r - k)i + u_C = 0 \quad \text{ومنه :}$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{r-k}{L} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0 \quad \text{أو} \quad LC \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (r-k)C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$



لكي تكون الدارة المدروسة مقر تذبذبات كهربائية جيبية يجب أن تكتب المعادلة التفاضلية

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0 \quad \text{على الشكل :}$$

$$\text{أي أن: } \frac{r-k}{L} = 0 \quad \text{أي : } r - k = 0 \quad \text{ومنه : } k = r = 10 \Omega$$

التمرين 3 : الرياضة الشتوية

1- دراسة حركة المتسابق على المنحدر

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها v_x :

- المجموعة المدروسة : المتسابق

- جرد القوى المطبقة على المجموعة :

$\vec{P}$: وزن المتسابق

$\vec{R}$: تأثير السطح المائل

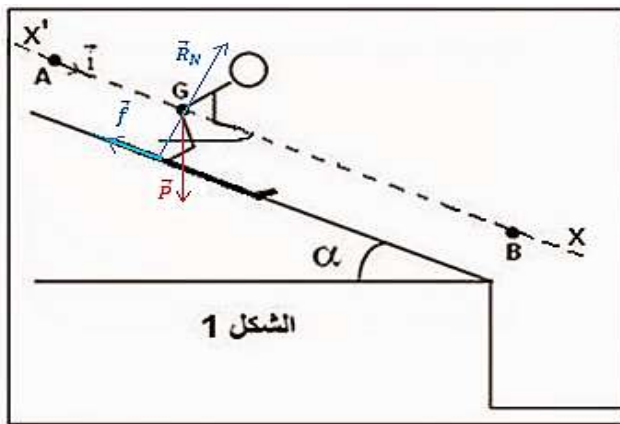
- نعتبر المعلم $(A, \vec{t})$ المرتبط بالأرض غاليليا

- نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقاط على Ax :

$$P_x + R_x = ma_x \Rightarrow mgsin\alpha - f = ma_x \Rightarrow mgsin\alpha - f = m \frac{dv_x}{dt}$$



الشكل 1

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{dv_x}{dt} = g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m}$$

2.1- أ- تحديد قيمة $a_x = a$ للحركة :

حسب المبيان $v_G = f(t)$ الدالة $v_G(t)$ خطية معادلتها تكتب : $v_G = K \cdot t$ حيث K المعامل الموجه :

عن طريق الاشتقاق نحصل على : $a_G = \frac{dv_G}{dt} = K$

$$K = a_G = \frac{\Delta v_G}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{1 - 0} \Rightarrow a_G = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

3.1- استنتاج شدة القوة الاحتكاك f :

حسب المعادلة : $a_G = g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m}$ أي : $\frac{f}{m} = g \cdot \sin \alpha - a_G$

$$f = m(g \cdot \sin \alpha - a_G)$$

$$f = 80 \times (10 \times \sin(30^\circ) - 2) \Rightarrow f = 240 \text{ N}$$

4.1- كتابة المعادلة الزمنية $x_G(t)$ للحركة :

بما ان التسارع ثابت $a_G = 2 \text{ m.s}^{-2} = cte$ فإن حركة G مستقيمة متغيرة بانتظام معادلتها تكتب :

$$x_G(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + v_{x0} \cdot t + x_0$$

باعتبار الشروط البدئية : $x_0 = x_A = 0$ و $v_{x0} = 0$ و $a_x = a_G = 2 \text{ m.s}^{-2}$

نستنتج المعادلة الزمنية : $x_G(t) = t^2$

5.1- تحديد قيمة المسافة AB :

$$v_x(t) = \frac{dx_G}{dt} = \frac{dt^2}{dt} = 2t$$

عند مرور المتسابق من النقطة B نكتب : $v_B = 2t_B$ أي : $t_B = \frac{v_B}{2}$

$$AB = x_B - x_A = t_B^2 = \frac{v_B^2}{4}$$

$$AB = \frac{28^2}{4} \Rightarrow AB = 196 \text{ m}$$

2- دراسة حركة المتسابق في مجال الثقالة المنتظم

1.2- إثبات معادلة المسار :

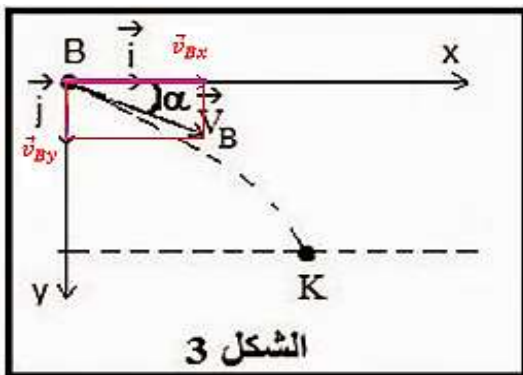
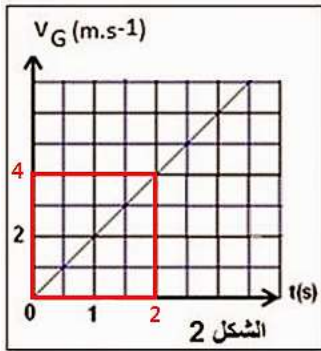
نحدد أولا التعبير الحرفي للمعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$

يخضع المتسابق لوزنه فقط في مجال الثقالة

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $\mathcal{R}(B, \vec{i}, \vec{j})$:

$$m\vec{a}_G = m\vec{g} \text{ أي : } \vec{a}_G = \vec{g}$$

حسب الشروط البدئية :



$$\begin{cases} v_{Bx} = v_B \cos \alpha \\ v_{By} = v_B \sin \alpha \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x_B = 0 \\ y_B = 0 \end{cases}$$

الاسقاط على Ox و Oy :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} v_x = v_{Bx} = v_B \cos \alpha \\ v_y = gt + v_{By} = gt + v_B \sin \alpha \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{v}_G \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_B \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = gt + v_B \sin \alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{BG} \begin{cases} x(t) = v_B \cos \alpha \cdot t + x_0 \\ y(t) = \frac{1}{2} gt^2 + v_B \sin \alpha \cdot t + y_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{المعادلتين الزمنيتين}} \begin{cases} x(t) = v_B \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = \frac{1}{2} gt^2 + v_B \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

لنحدد معادلة المسار بإقصاء الزمن من المعادلتين الزمنيتين :

$$t = \frac{x}{v_B \cos \alpha} \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_B \cos \alpha} \right)^2 + v_B \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_B \cos \alpha} \Rightarrow y = \frac{g}{2v_B^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

2.2- تحديد قيمة السرعة v_K عند اللحظة $t = 0,2 \text{ s}$:

$$v_K = \sqrt{v_{Kx}^2 + v_{Ky}^2} \quad \text{أي:} \quad \vec{v}_K = \vec{v}_{Kx} + \vec{v}_{Ky} \quad \text{لدينا}$$

$$v_{Kx} = 28 \times \cos(30^\circ) = 24,24 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{حيث:} \quad (1) \quad \text{نحسب } v_{Kx}$$

$$v_{Ky} = -10 \times 0,2 + 28 \times \sin(30^\circ) = 16 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{حيث:} \quad (2) \quad \text{نحسب } v_{Ky}$$

$$v_K = \sqrt{(24,24)^2 + 16^2} \Rightarrow v_K \approx 29 \text{ m.s}^{-1}$$