★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2017

- الموضوع -

NS 26

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⴰⵡⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵙⵎⵔⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغتين العربية والفرنسية)	الشعبة أو المسلك

Instructions au candidat(e)	تعليمات للمترشح(ة)
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	**هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها**

Le document que vous avez entre les mains est de 5 pages :la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet en langue arabe et les pages 4 et 5 au sujet en langue française. Choisissez une des deux langues pour répondre aux questions.	الوثيقة التي بين يديك من 5 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات، والصفحتان 2 و3 للموضوع باللغة العربية،والصفحتان 4 و 5 لنفس الموضوع باللغة الفرنسية.اختر إحدى اللغتين للإجابة على الأسئلة.
• **Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;**	• **يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛**
• **Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable ;**	• **يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛**
• **Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , …);**	• **ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...)؛**
• **Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet;**	• **يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛**
• **Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;**	• **ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛**
• **Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;**	• **يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛**
• **L'écriture au stylo rouge est à éviter;**	• **يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛**
• **Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.**	• **تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.**

التمرين الأول :(4.5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{2}{5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5	1. أ. احسب u_1 و u_2
0.75	1.ب. بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>\frac{1}{2}$
0.5	1. ج. تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}-u_n\right)$
0.5	1. د. استنتج أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة.
	2. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=u_n-\frac{1}{2}$
0.25	2.أ. بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها.
0.25	2.ب. احسب حدها الأول v_0
0.75	2.ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$ لكل n من $\mathbb{N}$
0.25	2.د. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$
	3. نضع $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots\dots\dots+u_{n-1}$
0.75	بين أن: $S_n=\frac{55}{8}\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)+\frac{n}{2}$

التمرين الثاني :(4 نقط)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: 0 ؛ 0 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 2 ؛ 2 ؛ 2
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

0.75	1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36
	2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان.
0.75	2. أ. بين أن $p(X=2)=\frac{12}{36}$
2	2.ب. أنقل الجدول جانبه على ورقة تحريرك ثم أتمم ملأه معللا جوابك.
0.5	2. ج. احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

التمرين الثالث :(8.5 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2-\frac{2}{x}+\ln x$

1.5	1. احسب $g'(x)$ واستنتج أن g تزايدية على $]0;+\infty[$
1.25	2.أ. احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)
1	2.ب. استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين: $]0;1]$ و $[1;+\infty[$

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1+(x-2)\ln x$

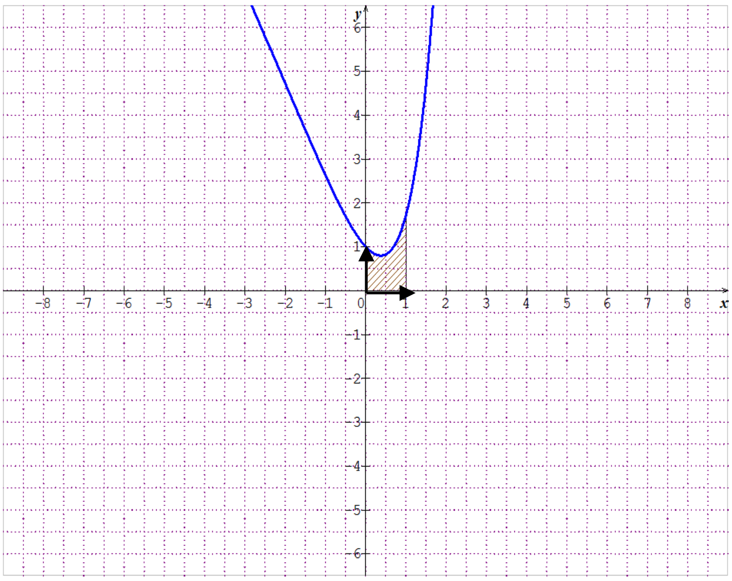
1. بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$	0.75
2. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.75
3.أ. بين أن لكل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$	0.75
3.ب. احسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f(\frac{1}{e})$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$	1.5
3. ج. باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $\left[\frac{1}{e};2\right]$ بالدالة f	1

التمرين الرابع :(3 نقط)

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $h(x)=xe^x-2x+1$

1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx=1$	1.5
2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ احسب مساحة الحيز المخدش.	1.5



Exercice n°1:(4.5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par: $u_0=6$ et $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{2}{5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 **1.a.** Calculer u_1 et u_2

0.75 **1.b.** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n>\frac{1}{2}$

0.5 **1.c.** Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}-u_n\right)$

0.5 **1.d.** En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et qu'elle est convergente.

2. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n=u_n-\frac{1}{2}$

0.25 **2.a.** Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique en précisant sa raison.

0.25 **2.b.** Calculer son premier terme v_0

0.75 **2.c.** Calculer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$

0.25 **2.d.** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3. On pose $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots\dots\dots+u_{n-1}$

0.75 Montrer que $S_n=\frac{55}{8}\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)+\frac{n}{2}$

Exercice n°2 :(4pts)

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les nombres : 0 ;0 ;1 ;1 ;1 ;1 ;2 ;2;2

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

0.75 **1.** Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées.

0.75 **2.a.** Montrer que $p(X=2)=\frac{12}{36}$

2 **2.b.** Copier le tableau ci – contre et le compléter en justifiant la réponse.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 **2.c.** Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice n°3 :(8.5pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par

$g(x)=2-\dfrac{2}{x}+\ln x$

1.5 **1.** Calculer $g'(x)$ et en déduire que g est croissante sur $]0;+\infty[$

1.25 **2.a.** Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de la fonction g (Le calcul des limites en 0 et en $+\infty$ n'est pas demandé)

1 **2.b**. En déduire le signe de g sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$f(x)=x-1+(x-2)\ln x$

0.75 **1.** Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$

0.75 **2.** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 **3.a.** Montrer que $f'(x)=g(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$

1.5 **3.b.** Calculer $f(1)$, $f(2)$ et $f(\frac{1}{e})$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$

1 **3.c.** En utilisant le tableau de variations déterminer l'image par f de l'intervalle $\left[\frac{1}{e};2\right]$

Exercice n°4 :(3pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

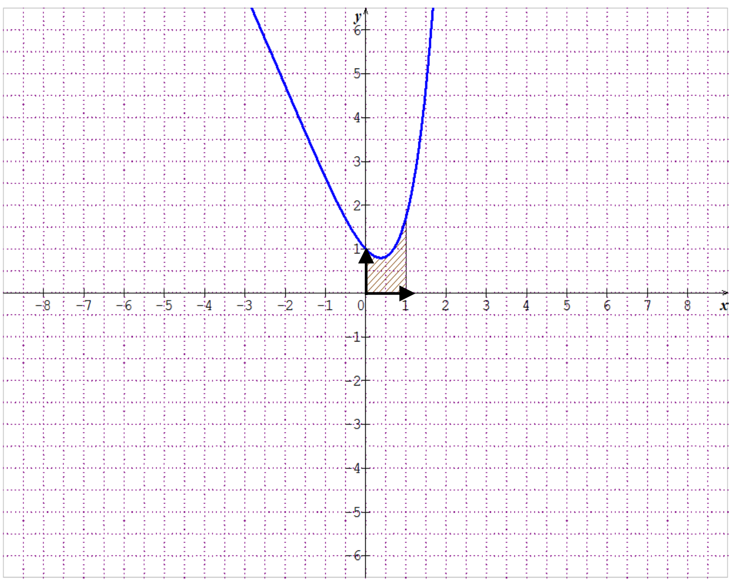
On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur IR par :

$h(x)=xe^x-2x+1$

1.5 **1.** En utilisant une intégration par parties montrer que : $\int_0^1 xe^x dx=1$

2. Dans la figure ci-dessous (C_h) est la courbe représentative de h dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1.5 Calculer l'aire de la partie hachurée



الثانية إقتصاد وتدبير

تصحيح الامتحان الوطني 2017

التمرين الأول : ($4,5$ ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{2}{5}$ لكل n من $\mathbb{N}$	
1. أ- أحسب u_1 و u_2	$0,5$
ب- بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>\frac{1}{2}$	$0,75$
ج- تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}-u_n\right)$	$0,5$
د- استنتج أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة	$0,5$
2. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=u_n-\frac{1}{2}$	
أ- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية محددا أساسها	$0,25$
ب- أحسب حدها الأول v_0	$0,25$
ج- أحسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$ لكل n من $\mathbb{N}$	$0,75$
د- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$	$0,25$
3. نضع $S_n=u_0+u_1+u_2+........+u_{n-1}$	
بين أن $S_n=\frac{55}{8}\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)+\frac{n}{2}$	$0,75$

التمرين الثاني : (4 ن)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد : $2;2;2;1;1;1;1;0;0$ نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس .	
1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36	$0,75$
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان	
أ- بين أن $p(X=0)=\frac{12}{36}$	$0,75$

2	ب- انقل الجدول جانبه على ورقة التحرير ثم أتمم ملأه معللا جوابك .
0,5	ج- أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

التمرين الثالث : (8,5 ن)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2-\frac{2}{x}+\ln x$

1,5	**1.** أحسب $g'(x)$ و استنتج أن g تزايدية على $]0,+\infty[$
1,25	**2.** أ- أحسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)
1	ب- استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين $]0,1]$ و $[1,+\infty[$

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1+(x-2)\ln x$

0,75	**1.** بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$
0,75	**2.** بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
0,75	**3.** أ- بين أن لكل x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=g(x)$
1,5	ب- أحسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$
1	ج- باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $\left[\frac{1}{e},2\right]$ بالدالة f

التمرين الرابع : (3 ن)

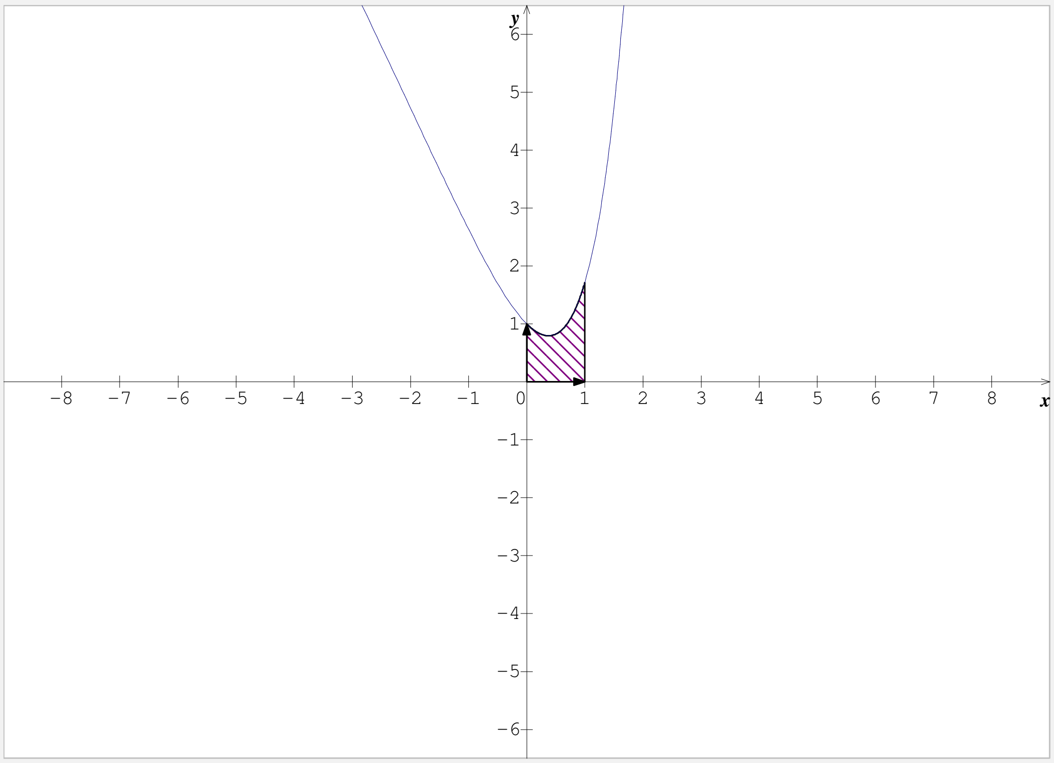
المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $h(x)=xe^x-2x+1$

1,5	1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x\,dx=1$

2. **في الشكل أسفله** (C_h) **هو التمثيل المبياني للدالة** h **في المعلم** $(O,\vec{i},\vec{j})$	1,5

أحسب مساحة الحيز المخدش



تصحيح التمرين الأول

1. أ- $u_1 = \frac{1}{5}u_0 + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(6) + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} + \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

$u_2 = \frac{1}{5}u_1 + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}\left(\frac{8}{5}\right) + \frac{2}{5} = \frac{8}{25} + \frac{10}{25} = \frac{18}{25}$

ب-

1. من أجل $n = 0$
لدينا : $u_0 = 6$
إذن : $u_0 > \frac{1}{2}$
2. ليكن $n \in \mathbb{N}$
- نفترض أن : $u_n > \frac{1}{2}$
- و نبين أن : $u_{n+1} > \frac{1}{2}$ ؟

لدينا حسب الافتراض $u_n > \frac{1}{2}$

إذن $\frac{1}{5}u_n > \frac{1}{10}$

إذن $\frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} > \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$

إذن : $u_{n+1} > \frac{1}{2}$

3. نستنتج أن : **لكل** n **من** $\mathbb{N}$ **:** $u_n > \frac{1}{2}$

ج- ليكن $n \in \mathbb{N}$:

لدينا : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} - u_n = \left(\frac{1}{5} - 1\right)u_n + \frac{2}{5} = \frac{-4}{5}u_n + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$

إذن : لكل n من $\mathbb{N}$ **:** $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$

د-

4. ليكن $n \in \mathbb{N}$:
لدينا : $u_n > \frac{1}{2}$

إذن : $\frac{1}{2}-u_n<0$

إذن : $\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}-u_n\right)<0$

إذن : لكل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1}-u_n<0$

و منه $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تناقصية

5. بما أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تناقصية و مصغورة (بالعدد $\frac{1}{2}$) فإن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة

2. أ- ليكن $n\in\mathbb{N}$:

لدينا : $v_{n+1}=u_{n+1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{5}u_n+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=\frac{1}{5}u_n-\frac{1}{10}=\frac{1}{5}\left(u_n-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{5}.v_n$

إذن : : لكل n من $\mathbb{N}$ $v_{n+1}=\frac{1}{5}.v_n$

و منه المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=\frac{1}{5}$

ب- $v_0=u_0-\frac{1}{2}=6-\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$

ج-

6. ليكن $n\in\mathbb{N}$:

لدينا : $v_n=v_0.q^n$

إذن : لكل n من $\mathbb{N}$ $v_n=\frac{11}{2}.\left(\frac{1}{5}\right)^n$

7. لدينا : $v_n=u_n-\frac{1}{2}$

إذن $u_n=v_n+\frac{1}{2}$

إذن : $u_n=\frac{11}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^n+\frac{1}{2}$

و منه $u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$ لكل n من $\mathbb{N}$

د- لدينا : $-1<\frac{1}{5}<1$

إذن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{5}\right)^n=0$

و منه $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)=\frac{1}{2}$

و بالتالي : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\frac{1}{2}$

3. لنحسب : $S_n=u_0+u_1+u_2+........+u_{n-1}$

لدينا : $u_n=v_n+\frac{1}{2}$

إذن $S_n=v_0+\frac{1}{2}+v_1+\frac{1}{2}+v_2+\frac{1}{2}+........+v_{n-1}+\frac{1}{2}$

إذن : $S_n=v_0+v_1+v_2+........+v_{n-1}+\underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+......+\frac{1}{2}}_{((n-1)-0+1)fois}$

إذن $S_n=v_0.\frac{1-\left(\frac{1}{5}\right)^{(n-1)-0+1}}{1-\left(\frac{1}{5}\right)}+\underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+......+\frac{1}{2}}_{((n-1)-0+1)fois}$

إذن : $S_n=\frac{11}{2}.\frac{1-\left(\frac{1}{5}\right)^n}{\frac{4}{5}}+\underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+......+\frac{1}{2}}_{(n)fois}$

و منه : $S_n=\frac{55}{8}\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)+\frac{n}{2}$

تصحيح التمرين الثاني

1. التجربة " سحب كرتين في آن واحد من الكيس "
ليكن Ω كون إمكانيات التجربة

$$card\,\Omega = C_9^2 = \frac{9\times 8}{2\times 1} = 36$$ (عدد حالات السحب الممكنة)

2. X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان
أ-

$$X = 2 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \boxed{0}\boxed{2} \\ \text{أو} \\ \boxed{1}\boxed{1} \end{cases}$$

$$p(X = 2) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 + C_4^2}{36} = \frac{2\times 3 + 6}{36} = \frac{12}{36}$$

ب-

8. $$X = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{0}\boxed{0}$$

$$p(X = 0) = \frac{C_2^2}{36} = \frac{1}{36}$$

9. $$X = 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{0}\boxed{1}$$

$$p(X = 1) = \frac{C_2^1 \times C_4^1}{36} = \frac{2\times 4}{36} = \frac{8}{36}$$

10. حسب نتيجة السؤال 2) أ- : $p(X = 2) = \frac{12}{36}$

11. $$X = 3 \quad \rightarrow \quad \boxed{1}\boxed{2}$$

$$p(X = 3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1}{36} = \frac{4\times 3}{36} = \frac{12}{36}$$

12. $$X = 4 \quad \rightarrow \quad \boxed{2}\boxed{2}$$

$$p(X = 4) = \frac{C_3^2}{36} = \frac{3}{36}$$

قانون احتمال X

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{3}{36}$

ج- $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X:

$$E(X)=\left(0\times\frac{1}{36}\right)+\left(1\times\frac{8}{36}\right)+\left(2\times\frac{12}{36}\right)+\left(3\times\frac{12}{36}\right)+\left(4\times\frac{3}{36}\right)=\frac{0+8+24+36+12}{36}=\frac{80}{36}=\frac{20}{9}$$

تصحيح التمرين الثالث

الجزء الأول :

.1

13. ليكن $x\in\left]0,+\infty\right[$:

لدينا : $g'(x)=\left(2-\frac{2}{x}+\ln x\right)'=0-2.\frac{-1}{x^2}+\frac{1}{x}$

إذن $g'(x)=\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}$ لكل x من $\left]0,+\infty\right[$

14. لدينا $x>0$ إذن $\frac{2}{x^2}>0$ و $\frac{1}{x}>0$ إذن $\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}>0$

إذن $g'(x)>0$ لكل x من $\left]0,+\infty\right[$

و منه الدالة g تزايدية قطعا على $\left]0,+\infty\right[$

.2 أ-

15. $g(1)=2-\frac{2}{1}+\ln 1=2-2+0=0$

16. جدول تغيرات الدالة g :

x	0 $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$\nearrow$

ب-

✓ على المجال $\left]0,1\right]$: لدينا : $0<x\leq 1$ و الدالة g تزايدية

إذن : $g(x)\leq g(1)$

و منه : $g(x)\leq 0$

✓ على المجال $\left[1,+\infty\right[$: لدينا : $x\geq 1$ و الدالة g تزايدية

إذن : $g(x)\geq g(1)$

و منه : $g(x)\geq 0$

الجزء الثاني :

.1 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x-1+(x-2)\ln x=+\infty$

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x-1=-1\\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x-2=-2\\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln x=-\infty\end{cases}$

.2 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x-1+(x-2)\ln x=+\infty$

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} x-1=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} x-2=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} \ln x=+\infty\end{cases}$

.3 أ- ليكن $x\in\left]0,+\infty\right[$:

لدينا :

$$\begin{aligned}f'(x)&=1+(x-2)'\ln x+(x-2).\ln'(x)\\&=1+\ln x+\frac{x-2}{x}\\&=1+\ln x+1-\frac{2}{x}\\&=\ln x+2-\frac{2}{x}\\&=g(x)\end{aligned}$$

إذن : لكل x من $\left]0,+\infty\right[$: $f'(x)=g(x)$

ب-

✓ $f(1)=1-1+(1-2)\ln 1=0$

✓ $f(2)=2-1+(2-2)\ln 2=1$

$$f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{e}-1+\left(\frac{1}{e}-2\right)\ln\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{e}-1-\frac{1}{e}+2=1 \quad \checkmark$$

ج- $f\left(\left[\frac{1}{e},2\right]\right)=[0,1]$

(على المجال $\left[\frac{1}{e},2\right]$: القيمة الدنوية للدالة f هي 0 و القيمة القصوية للدالة f هي 1 و f متصلة على $\left[\frac{1}{e},2\right]$)

تصحيح التمرين الرابع

.1

$$\begin{cases} u(x)=x \\ v'(x)=e^x \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x)=1 \\ v(x)=e^x \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\int_0^1 xe^x dx &=\left[xe^x\right]_0^1-\int_0^1 e^x dx\\ &=\left[xe^x\right]_0^1-\left[e^x\right]_0^1\\ &=(e-0)-(e-1)\\ &=1\end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned}A &=\int_0^1 h(x)dx.(UA)\\ &=\int_0^1\left(xe^x-2x+1\right)dx.(UA)\\ &=\left(\left(\int_0^1 xe^x dx\right)+\left(\int_0^1(-2x+1)dx\right)\right).(UA)\\ &=\left(1+\left[-x^2+x\right]_0^1\right).(UA)\\ &=1.(UA)\end{aligned}$$

つづく