



الصفحة

1
1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
الموضوع

الملكة الغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

4	المعامل	NS26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز		مسلك العلوم الاقتصادية و مسلك علوم التدبير الحاسبي	الشعبية أو المسلح

تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها

. 1

- يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاثة صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مفروء.
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضماناً لتيسير عملية التصحيح.
- تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

. 2

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- ينبغي عليك تبرير النتائج وتعليقها (مثلاً : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...)

التمرين الأول (نقطتان)

. $x^2 - 2x + 7 - \frac{10}{x+2} = \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2} : \square - \{-2\}$ 1 . تحقق أن لكل x من $\{-2\}$ 0.5

. $I = \int_0^1 \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2} dx$ 2 . استنتج حساب التكامل: 1.5

التمرين الثاني (أربع نقاط ونصف)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{4}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1 . احسب u_1 و u_2 . 0.5

2 . أ . بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n \leq 0$ وأن $u_n < 1$. 1

ب . بين أن $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{4}(1 - u_n)$ لكل n من \mathbb{N} . 0.5

ج . استنتاج أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية تزايدية وأنها متقاربة. 0.5

3 . نضع : $v_n = u_n - 1$ لكل n من \mathbb{N} . 0.5

أ . بين أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ واحسب حدتها الأول. 1

ب . احسب v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n لكل n من \mathbb{N} . 0.5

ج . احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. 0.5

التمرين الثالث (تسعة نقاط ونصف)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0; +\infty]$ بما يلي:

ولتكن (C) تمثيلها المباني في معلم متعامد منمنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 . أ . احسب النهاية $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ 1

ب . أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 0.25

2 . أ . احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ 2

ب . أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 0.25

3 . أ . بين أن لكل x من $[0; +\infty]$: $f'(x) = -\left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}\right)$ 1

ب . ادرس إشارة f' على $[0; +\infty]$ وضع جدول تغيرات الدالة f . 0.75

4 . أ . بين أن : $f''(x) = 2\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}\right)$ لكل x من $[0; +\infty]$ واستنتاج تغير المنحنى (C) . 1.5

ب . انقل الجدول التالي على ورقة التحرير ثم أتم ملأه: 0.75

x	$\frac{1}{2}$	1	e
$f(x)$			

- ج . بين أن $y = -3x + 3$ هي معادلة لمستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1;0)$. 0.5
- 5 . أنشئ نقط المنحنى (C) التي أفالصيلها على التوالي $\frac{1}{2}$ و 1 و e و المماس للمنحنى في النقطة A ثم 1.5
أنشئ المنحنى (C) (نأخذ $\ln 2 \approx 0.7$ و $\frac{1}{e} \approx 0.4$).

التمرين الرابع (أربع نقاط)

ملحوظة : تعطى جميع النتائج على شكل كسر.

يحتوي كيس على ثمان كرات غير قابلة للتمييز باللمس ، ثلاثة منها بيضاء وأربع خضراء وواحدة حمراء.
نسحب عشوائياً ثلاثة كرات من الكيس في آن واحد.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الألوان الکرات المسحوبة.

- 1 . تحقق أن القيم التي يأخذها X هي 1 و 2 و 3 . 0.5

2 . بين أن $p(X=1) = \frac{5}{56}$. 1

3 . احسب $p(X=2)$ ثم 2

4 . احسب الأمل الرياضي لـ X . 0.5



الصفحة

1
1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
عناصر الإجابة

المملكة الغربية



وزارة التربية الوطنية

المركز الوطني للتقدير والامتحانات

4	المعامل	NR26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز		مسلك العلوم الاقتصادية و مسلك علوم التدبير الحاسبي	الشعبية أو المسلك

التمرين الأول (نقطتان)				
ملاحظات	المجموع	النقطة الفرعية	تفصيل سلم التقييم	السؤال
	0,5	0,5		. 1
		0,5	$\int_0^1 \frac{dx}{(x+2)} = [\ln(x+2)]_0^1$. 2
		0,5	$\int_0^1 (x^2 - 2x + 7) dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + 7x \right]_0^1$	
	1,5	0,5	$I = \frac{19}{3} - 10 \ln \frac{3}{2}$	

التمرين الثاني (أربع نقاط ونصف)				
ملاحظات	المجموع	النقطة الفرعية	تفصيل سلم التقييم	السؤال
	0.5	2×0.25	$u_2 = \frac{15}{16}$ و $u_1 = \frac{3}{4}$. 1
تمنح النقطة كاملة في حالة إثبات المترشح للنتائجتين في آن واحد.	1	0.5	$\forall n; 0 \leq u_n < 1$. أ . 2
		0.5	$\forall n; u_n < 1$	إثبات أن $\forall n; u_n < 1$
	0.5	0.5	$\forall n; u_{n+1} - u_n = \frac{1}{4}(1 - u_n)$. ب . 2
		0.25	استنتاج أن (u_n) تزايدة	. ج . 2
	0.5	0.25	استنتاج أن (u_n) متقاربة	
		0.75	إثبات أن (v_n) هندسية	. أ . 3
	1	0.25	$v_0 = -1$	
		0.25	$v_n = \frac{-1}{4^n}$. ب . 3
	0.5	0.25	$u_n = \frac{-1}{4^n} + 1$	
تقبل النتيجة دون إثبات	0.5	0.5	$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$. ج . 3

التمرين الثالث (تسعة نقط ونصف)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقطة الفرعية	المجموع	ملاحظات
1 . أ .	التحليل	0.75	1	تمنج النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلاً لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0.25		
1 . ب .	التأويل الهندسي	0.25	0.25	تمنج النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلاً لحساب النهاية الصحيحة
	التحليل	0.75		
	النتيجة : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$	0.25		
	التحليل	0.75		تمنج النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلاً لحساب النهاية الصحيحة
2 . أ .	النتيجة : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	0.25	2	
	التأويل الهندسي	0.25		
	إثبات أن $f'(x) = 1$	1	1	
	إثبات أن $f''(x) = 0.5$	0.5		
	جدول التغيرات	0.25	0.75	
	إثبات تعبير $f'''(x) = 1$	1		
	استنتاج التقرر	0.5		
	ملء الجدول	$\times 3$	0.75	
	إثبات معادلة المماس	0.25		
	إنشاء النقطة الثالث	$\times 3$	1.5	
2 . ب .	إنشاء المماس في النقطة $A(1;0)$	0.25		
	إنشاء المنحنى	0.5		

التمرين الرابع (أربع نقط)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقطة الفرعية	المجموع	ملاحظات
. 1	التحقق	0.5	0.5	يقبل كل تفسير صحيح
. 2	إثبات أن : $p(X=1) = \frac{5}{56}$	1	0.5	يقبل كل طريقة صحيحة
. 3	الصيغة صحيحة	0.5	2	يقبل كل طريقة صحيحة
	$p(X=3) = \frac{12}{56}$	0.5		
	الصيغة صحيحة	0.5		
	$p(X=2) = \frac{39}{56}$	0.5		
. 4	$E(X) = \frac{119}{56}$	0.5	0.5	تمنج النقطة 0.25 إذا اكتفى التلميذ بذكر الصيغة العامة $E(X)$