المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
الموضوع

المادة	NS22 الرياضيات	المعامل	7
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز	3

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : **3** ساعات ؛
- عدد الصفحات : **3** صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	حل معادلات ومتراجحات لوغاريتمية	2.5
التمرين الثاني	المتتاليات العددية	3
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	5
التمرين الرابع	دراسة دالة وحساب التكامل	9.5

– بالنسبة للتمرين الأول ، $\ln$ يرمز للوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (2.5 ن)

0.5 **1)** أ – حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2+4x-5=0$.

1 ب – حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$.

1 **2)** حل في المجال $]0,+\infty[$ المتراجحة : $\ln x+\ln(x+1)\geq\ln(x^2+1)$.

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{5+8u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0.5 **1)** بين بالترجع أن $u_n>0$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) نضع : $v_n=\dfrac{1}{u_n}+2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1.5 أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 5 ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 ب – بين أن $u_n=\dfrac{1}{3\times5^n-2}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثالث(5 ن)

1 **1)** حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-18z+82=0$.

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=9+i$ و $b=9-i$ و $c=11-i$.

1 أ – بين أن $\dfrac{c-b}{a-b}=-i$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين في B .

0.5 ب – أعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $4(1-i)$.

1 ج – بين أن $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ ثم استنتج أن $AC\times BC=4\sqrt{2}$.

1.5 د – ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة B و زاويته $\dfrac{3\pi}{2}$.

بين أن : $z'=-iz+10+8i$ ثم تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $9-3i$.

التمرين الرابع (9.5 ن)

I – نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x)=(1-x)e^{x}-1$.

0.5 **1)** أ – بين أن : $g'(x)=-xe^{x}$ لكل x من IR .

0.75 ب – بين أن الدالة g تناقصية على $[0,+\infty[$ وتزايدية على $]-\infty,0]$ و تحقق من أن $g(0)=0$.

0.5 **2)** استنتج أن : $g(x)\leq 0$ لكل x من IR .

II – لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=(2-x)\,e^{x}-x$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $1cm$) .

0.5 **1)** أ – بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

0.75 ب – بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

0.75 **2)** أ – بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x}=0$) .

0.25 ب – بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

0.5 **3)** أ – بين أن : $f'(x)=g(x)$ لكل x من IR .

0.25 ب – أول هندسيا النتيجة $f'(0)=0$.

0.5 ج – بين أن الدالة f تناقصية قطعا على IR ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0.5 **4)** بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في IR وأن $\dfrac{3}{2}<\alpha<2$ (نقبل أن $e^{\frac{3}{2}}>3$) .

0.5 **5)** أ – حل في IR المعادلة $f(x)+x=0$ واستنتج أن (C) و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2,-2)$.

0.25 ب – ادرس إشارة $f(x)+x$ على IR .

0.25 ج – استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على $]-\infty,2[$ وتحت (D) على $]2,+\infty[$.

0.5 **6)** أ – بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(0,2)$.

1 ب – أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C) في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 **7)** أ – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\displaystyle\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}\,dx=3-\frac{4}{e}$.

0.25 ب – استنتج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

أجوبة امتحان الدورة العادية 2011

التمرين الأول :

1 أ

لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2+4x-5=0$.

لدينا : $\Delta = 4^2-4(-5)=16+20=36$

إذن : المعادلة تقبل حلين حقيقيين x_1 و x_2 معرفين بما يلي :

$$x_1=\frac{-4-6}{2}=-5 \quad \text{و} \quad x_2=\frac{-4+6}{2}=1$$

1 ب

لنحل في $]0;+\infty[$ المعادلة : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$

نستعمل قواعد الدالة ln نجد : $\ln(x^2+5)=\ln\big(2x(x+2)\big)$

يعني : $\ln(x^2+5)=\ln(2x^2+4x)$

أي : $e^{\ln(x^2+5)}=e^{\ln(2x^2+4x)}$

يعني : $x^2+5=2x^2+4x$

و منه : $x^2+4x-5=0$

و هذه المعادلة تقبل في $\mathbb{R}$ الحلين -5 و 1 .

بما أن : $-5 \notin]0;+\infty[$ و $1 \in]0;+\infty[$.

فإن المعادلة : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$ تقبل حلا وحيدا في $]0;+\infty[$ و هو 1 .

2

لنحل في $]0;+\infty[$ المتراجحة $\ln x+\ln(x+1)\geq \ln(x^2+1)$

هذه المتراجحة تصبح : $\ln(x^2+x)\geq \ln(x^2+1)$

بما أن الدالة ln تقابل من $\mathbb{R}_*^+$ نحو $\mathbb{R}$ فإن المتراجحة تصبح :

$x^2+x\geq x^2+1$

يعني : $x\geq 1$

و بالتالي : مجموعة حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 1 . أو بتعبير آخر : $S=[1;+\infty[$

التمرين الثاني :

1

نعتبر العبارة (P_n) المعرفة بما يلي : $(P_n):\ (\forall n\in\mathbb{N})\,;\ u_n>0$

لدينا : $1>0$ إذن : $u_0=1>0$

و هذا يعني أن العبارة (P_0) صحيحة .

نفترض أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ u_n>0$

إذن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ 5+8u_n>5>0$

و هذا يعني أن الكميتين u_n و $(5+8u_n)$ موجبتين قطعا .

إذن $\dfrac{u_n}{5+8u_n}$ كمية موجبة قطعا .

أي : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ \dfrac{u_n}{5+8u_n}>0$

يعني : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ u_{n+1}>0$

إذن : العبارة (P_{n+1}) صحيحة .

حصلنا إذن على النتائج التالية :
$$\begin{cases}(P_0)\ est\ vraie\\ (P_n)\implies(P_{n+1})\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})\end{cases}$$

إذن حسب مبدأ الترجع : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ u_n>0$

2 أ

ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}$. لدينا : $v_n=\dfrac{1}{u_n}+2$

إذن :
$$v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}+2=\frac{1}{\left(\frac{u_n}{5+8u_n}\right)}+2=\frac{5+8u_n}{u_n}+2$$
$$=\frac{5+10u_n}{u_n}=\frac{5}{u_n}+10=5\left(\frac{1}{u_n}+2\right)=5v_n$$

إذن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ v_{n+1}=5\,v_n$

و هذا يعني أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية و أساسها هو العدد 5 .

و منه فإن الحد العام v_n لهذه المتتالية يُكتب على الشكل :

$$v_n=v_0 5^{n-0}=\left(\frac{1}{u_0}+2\right)5^n=\left(\frac{1}{1}+2\right)5^n=3\times5^n$$

إذن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ v_n=3\times5^n$

2 ب

نعلم أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ v_n=\dfrac{1}{u_n}+2$

إذن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ v_n-2=\dfrac{1}{u_n}$

يعني : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ u_n=\dfrac{1}{v_n-2}$

إذن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ u_n=\dfrac{1}{3\times5^n-2}$

نلاحظ أن التعبير 5^n عبارة عن متتالية هندسية أساسها 5 و هو عدد حقيقي أكبر من 1

إذن : $\lim\limits_{n\infty}5^n=+\infty$

و منه : $\lim\limits_{n\infty}u_n=\lim\limits_{n\infty}\left(\dfrac{1}{3\times5^n-2}\right)=\dfrac{1}{+\infty}=0$

إذن : $\lim\limits_{n\infty}u_n=0$

التمرين الثالث :

1

لنحل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-18z+82=0$

لدينا : $\Delta=(-18)^2-4\times82=-4=(2i)^2$

إذن المعادلة تقبل حلين عقديين z_1 و z_2 معرفين بما يلي :

$$z_1=\frac{18-2i}{2}=9-i \quad \text{و} \quad z_2=\frac{18+2i}{2}=9+i$$

2 أ

لدينا : $\dfrac{c-b}{a-b}=\dfrac{(11-i)-(9-i)}{(9+i)-(9-i)}=\dfrac{2}{2i}=\dfrac{1}{i}=\dfrac{1\times i}{i\times i}=-i$

إذن : $\dfrac{c-b}{a-b}=-i$

و من هذه الكتابة الأخيرة نحصل على :
$$\begin{cases}\arg\left(\dfrac{c-b}{a-b}\right)\equiv\arg(-i)\ [2\pi]\\ \left|\dfrac{c-b}{a-b}\right|=|-i|\end{cases}$$

يعني :
$$\begin{cases}\arg\left(\dfrac{c-b}{a-b}\right)\equiv\dfrac{-\pi}{2}\ [2\pi]\\ \left|\dfrac{c-b}{a-b}\right|=1\end{cases}$$

أي : $\begin{cases} \left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right) \equiv \frac{-\pi}{2}\ [2\pi] \\ |c-b| = |a-b| \end{cases}$ أي : $\begin{cases} \left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right) \equiv \frac{-\pi}{2}\ [2\pi] \\ BC = BA \end{cases}$

و من هذه الكتابة الأخيرة نستنتج أن ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في نفس النقطة B .

ملاحظة : إذا كان $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ نقول أن ABC مثلث قائم الزاوية مباشر . و إذا كان $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ نقول أن ABC مثلث قائم الزاوية غير مباشر .

2 ب

لدينا : $|4(1-i)| = 4\sqrt{1^2+(-1)^2} = 4\sqrt{2}$

إذن : $4(1-i) = 4\sqrt{2}e^{i\theta}$

لنبحث الآن عن العمدة θ .

و من أجل ذلك ننطلق من : $4(1-i) = 4\sqrt{2}\cos\theta + i\,4\sqrt{2}\sin\theta$

يعني : $\begin{cases} 4 = 4\sqrt{2}\cos\theta \\ -4 = 4\sqrt{2}\sin\theta \end{cases}$

يعني : $\begin{cases} \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta = \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} \cos\theta = \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) \\ \sin\theta = \sin\left(\frac{-\pi}{4}\right) \end{cases}$

إذن : $\theta \equiv \frac{-\pi}{4}\ [2\pi]$

و بالتالي : $4(1-i) = 4\sqrt{2}e^{\frac{-i\pi}{4}}$

2 ج

لدينا : $(c-a)(c-b) = (11-i-9-i)(11-i-9+i)$

و منه : $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$

يعني : $|(c-a)(c-b)| = |4(1-i)|$

يعني : $|c-a| \times |c-b| = 4|1-i|$

إذن : $|c-a| \times |c-b| = 4\sqrt{2}$

يعني : $AC \times BC = 4\sqrt{2}$

2 د

لدينا $\mathcal{R}$ دوران معرف بما يلي : $\mathcal{R}_B\left(\frac{3\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \mapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \mapsto & M'(z') \end{array}$

ننطلق من المعطى : $\mathcal{R}(M) = M'$

إذن حسب التعريف العقدي للدوران : $(z'-b) = e^{\frac{i3\pi}{2}}(z-b)$

يعني : $(z'-9+i) = -i(z-9+i)$

يعني : $z'-9+i = -iz+9i+1$

يعني : $z' = -iz+8i+10$

إذن الدوران $\mathcal{R}$ يصبح : $\begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \mapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \mapsto & M'(-iz+8i+10) \end{array}$

لدينا : $-ic+8i+10 = -i(11-i)+8i+10$
$= -11i-1+8i+10 = -3i+9 = c' = aff(C')$

إذن حسب الكتابة العقدية للدوران $\mathcal{R}$ نستنتج أن : $\mathcal{R}(C) = C'$

و كذلك : $aff(C') = c' = 9-3i$

التمرين الرابع :

I 1 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. لدينا : $g(x) = (1-x)e^x - 1$

إذن : $g'(x) = -e^x + (1-x)e^x = -xe^x$

إذن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ g'(x) = -xe^x$

I 1 ب

إذا كان $x \in [0,+\infty[$ فإن : $-xe^x \leq 0$

و منه : $\forall\, x \in [0;+\infty[\ ;\ g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0;+\infty[$.

إذا كان $x \in]-\infty;0]$ فإن : $-xe^x \geq 0$

و منه : $\forall\, x \in [0;+\infty[\ ;\ g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty;0]$.

و لدينا : $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$

I 2

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. نفصل بين حالتين :

الحالة الأولى : إذا كان : $x \geq 0$

فإن : $g(x) \leq g(0)$ لأن g تناقصية على $[0;+\infty[$.

و منه : $(\forall x \geq 0)\ ;\ g(x) \leq 0$

الحالة الثانية : إذا كان : $x \leq 0$

فإن : $g(x) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty;0]$.

و منه : $(\forall x \leq 0)\ ;\ g(x) \leq 0$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن : $g(x) \leq 0$

إذن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ g(x) \leq 0$

II 1 أ

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty$$
$$= (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$$

إذن : $(1)\ \boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty}$

II 1 ب

لدينا : $$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2}{x} - 1\right)e^x - 1$$
$$= \left(\frac{2}{x} - 1\right)e^{+\infty} - 1 = (0-1)(+\infty) - 1$$
$$= (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$$

إذن : $(2)\ \boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty}$

نستنتج إذن من النتيجتين (1) و (2) أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

II 2 أ

لدينا : $$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (2-x)e^x - x$$
$$= \lim_{x\to-\infty} \left(\underbrace{2e^x}_{0^+} - \underbrace{xe^x}_{0^-} - \underbrace{x}_{-\infty}\right)$$
$$= 2\times 0 - 0 - (-\infty) = 0 + \infty = +\infty$$

إذن : $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty}$ (3)

و لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x) = \lim\limits_{x\to-\infty}(2-x)e^{x}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} 2e^{x} - xe^{x} = 0-0 = 0$

إذن : $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x) = 0}$ (4)

II 2 ب

لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{x}-1\right)e^{x} - 1$

$= \left(\dfrac{2}{-\infty}-1\right)e^{-\infty} - 1 = (0-1)(0) - 1 = -1$

إذن : $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x} = -1}$ (5)

من النهايات (3) و (4) و (5) نستنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته : $(D) : y = -1x + 0$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $-\infty$.

II 3 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. لدينا : $f(x) = (2-x)e^{x} - x$

إذن : $f'(x) = -e^{x} + (2-x)e^{x} - 1$

$= (-1+2-x)e^{x} - 1$

$= (1-x)e^{x} - 1$

$= g(x)$

إذن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f'(x) = g(x)$

II 3 ب

النتيجة $f'(0) = 0$ تعني هندسيا أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا أفقيا (موازي لمحور الأفاصيل) بجوار النقطة ذات الأفصول 0 .

II 3 ج

لدينا : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f'(x) = g(x)$

و نعلم حسب نتيجة السؤال I 2) أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ g(x) \leq 0$

إذن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة f تناقصية على $\mathbb{R}$.

و نضع جدول تغيرات f كما يلي :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$
f	$+\infty$ ↘	2 ↘	$-\infty$

II 4

لدينا f دالة متصلة و تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$.

إذن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$: $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

و منه كل عنصر من $\mathbb{R}$ يمتلك سابقا واحدا من $\mathbb{R}$ بالدالة f .

لدينا : $0 \in \mathbb{R}$ إذن : $(\exists!\ \alpha \in \mathbb{R})\ ;\ f(\alpha) = 0$

يعني أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ و هو العدد α .

و لدينا : $\boxed{f \text{ دالة متصلة على المجال } \left[\frac{3}{2};2\right].}$ (2)

و لدينا كذلك : $f(2) = (2-2)e^{2} - 2 = -2 < 0$

إذن : $\boxed{f(2) < 0}$ (2)

و لدينا كذلك : $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}$

بما أن : $e^{\frac{3}{2}} > 3$ فإن : $\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} > \frac{3}{2}$

و منه : $\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} > 0$ أي : $\boxed{f\left(\frac{3}{2}\right) > 0}$ (3)

من النتيجتين (2) و (3) نستنتج أن : $\boxed{f(2)\cdot f\left(\frac{3}{2}\right) < 0}$ (4)

إذن من النتيجتين (1) و (4) نستنتج حسب مبرهنة القيم الوسيطية (TVI) أن : $\exists!\ \alpha \in \left]2;\frac{3}{2}\right[\ ;\ f(\alpha) = 0$

و بالتالي : المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين 2 و $\frac{3}{2}$

النقطة ذات الأفصول α هي نقطة تقاطع $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل .

II 5 أ

المعادلة $f(x) + x = 0$ تصبح : $(2-x)e^{x} - x + x = 0$

يعني : $(2-x)e^{x} = 0$

نعلم أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ e^{x} \neq 0$

إذن : $2 - x = 0$ و منه : $x = 2$

إذن أفصول نقطة تقاطع $(\mathscr{C})$ و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x$

هو 2 و أرتوبها هو : $f(2) = -2$

و بالتالي : $(\mathscr{C})$ و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2;-2)$.

II 5 ب

لدينا : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f(x) + x = (2-x)e^{x}$

إذن : إشارة $f(x) + x$ تتعلق فقط بإشارة $(2-x)$

و ذلك لأن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ e^{x} > 0$

إذا كان : $x = 2$ فإن : $f(x) + x = 0$.

إذا كان : $x > 2$ فإن : $f(x) + x < 0$.

إذا كان : $x < 2$ فإن : $f(x) + x > 0$.

II 5 ج

نستنتج من السؤال ب) أنه :

- إذا كان : $x > 2$ فإن : $f(x) <$
- إذا كان : $x < 2$ فإن : $f(x) >$

إذن : $(\mathscr{C})$ يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $]-\infty;2[$.

و $(\mathscr{C})$ يوجد أسفل (D) على المجال $]2;+\infty[$.

II 6 أ

لدراسة نقط الإنعطاف ندرس النقط التي تنعدم فيها المشتقة الثانية f'' .

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. و نريد أن نحل المعادلة : $f''(x) = 0$

لدينا : $f''(x) = g'(x) = -xe^{x}$

إذن المعادلة تصبح : $-xe^{x} = 0$

نعلم أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ e^{0} \neq 0$

إذن المعادلة تصبح : $x = 0$

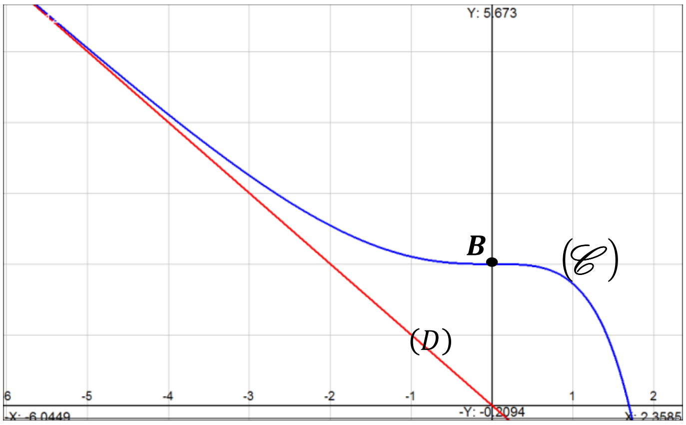
و منه : فالمعادلة تقبل حلا وحيدا و هو الصفر .

يعني أن $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف واحدة أفصولها 0 .

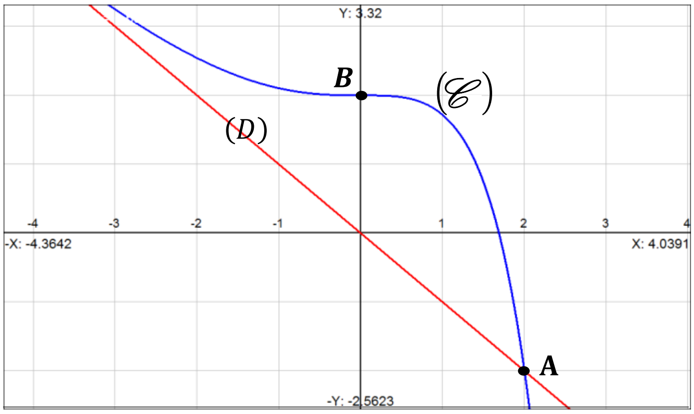
و أرتوبها هو $f(0) = 2$

أي : $B(0;2)$ نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathscr{C})$

II 6 ب



أضفت الصورة الأولى لنرى بوضوح ما يقع بجوار $-\infty$.



II 7 أ

لدينا :
$$\int_{-1}^{0} \underbrace{(2-x)}_{u}\ \underbrace{e^x}_{v'}\ dx = [uv]_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} u'v\,dx$$
$$= [(2-x)e^x]_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} -e^x\,dx$$
$$= [(2-x)e^x]_{-1}^{0} + \int_{-1}^{0} e^x\,dx$$
$$= [(2-x)e^x]_{-1}^{0} + [e^x]_{-1}^{0}$$
$$= \left(2-\frac{3}{2}\right) + \left(1-\frac{1}{e}\right) = \boxed{3-\frac{4}{e}}$$

إذن :
$$\int_{-1}^{0} (2-x)\ e^x\ dx = 3-\frac{4}{e}$$

II 7 ب

لتكن $\mathcal{A}$ مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$
و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.
نعلم أن التكامل يقيس هندسيا طول أو مساحة أو حجم .

إذن :
$$\mathcal{A} = \int_{-1}^{0} |f(x)-(-x)|\,dx = \int_{-1}^{0} |f(x)+x|\ \ dx$$

من خلال دراسة إشارة $(f(x)+x)$ حسب $(II$ 5) ب)
نكتب : $(\forall x < 2)\ ;\ f(x)+x > 0$
إذن : $(\forall x < 2)\ ;\ |f(x)+x| = f(x)+x$

و منه :
$$\mathcal{A} = \int_{-1}^{0} |f(x)+x|\ \ dx = \int_{-1}^{0} (f(x)+x)\,dx$$
$$= \left(3-\frac{4}{e}\right)\ unité^2$$

إذن : $\mathcal{A} = \left(3-\frac{4}{e}\right)\ unité^2$

بما أن : $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2\ cm$ فإن : $l'unité = 2cm$

إذن : $(l'unité)^2 = 4\ cm^2$

و بالتالي : $\mathcal{A} = 4\left(3-\frac{4}{e}\right)\ cm^2 = \left(12-\frac{16}{e}\right) cm^2$