

المثلث القائم الزاوية و الدائرة

تمرين 1 تمرين 2 ص 158 من الكتاب المدرسي : واحة الرياضيات

$[AH]$ و $[BK]$ هما ارتفاعان في مثلث ABC
بين أن النقط A و B و H و K تنتمي لنفس الدائرة محددًا مركزها.

تمرين 2

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $\hat{B} = 20^\circ$ ، I منتصف $[BC]$
-1 احسب : \hat{AIB}
-2 احسب : \hat{IAH} حيث H تمثل المسقط العمودي للنقطة A على (BC)

تمرين 3

$[xOy]$ زاوية و M نقطة داخلها.
 F و E هما على التوالي المسقطان العموديان للنقطة M على ضلعي الزاوية $[xOy]$ ، I منتصف $[OM]$
بين أن المثلث EIF متساوي الساقين في النقطة I

تمرين 4

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $AB = 6\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ ، و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)
-1 أنشئ الشكل (بالقياسات الحقيقية)
-2 احسب BC
-3 عبر عن مساحة المثلث ABC بطريقتين ثم استنتج حساب المسافة AH
-4 احسب المسافات : CH و BH

تمرين 5

(C) دائرة قطرها $EF = 29\text{ cm}$ ، M نقطة من الدائرة (C) حيث $EM = 21\text{ cm}$
احسب المسافة : FM

تمرين 6

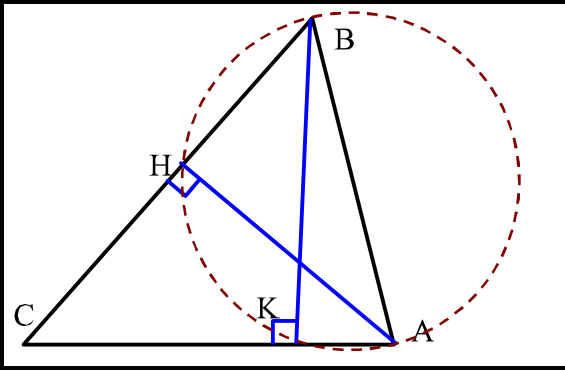
ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $AB = 6\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ ، I منتصف $[AB]$ و H المسقط العمودي للنقطة I على (BC)
-1 احسب : $\cos(\hat{B})$
-2 عبر عن $\cos(\hat{B})$ بدلالة BH
-3 استنتج حساب BH
-4 احسب CH و IH

المثلث القائم الزاوية و الدائرة - حلول

تمرين 1

انتبه

تعليق



لنبين أن النقط A و B و H و K تنتمي لنفس الدائرة محددًا مركزها.

لدينا ABH مثلث قائم الزاوية في النقطة H ، إذن فهو محاط بدائرة قطرها $[AB]$

لدينا ABK مثلث قائم الزاوية في النقطة K ، إذن فهو محاط بدائرة قطرها $[AB]$

بالتالي H و K نقطتان تنتميان للدائرة ذات القطر $[AB]$ وهذا يعني أن النقط A و B و H و K تنتمي لنفس الدائرة التي مركزها منتصف القطعة $[AB]$

تمرين 2

انتبه

تعليق

معطيات: ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $\hat{B} = 20^\circ$ ، I منتصف $[BC]$

لنحسب: \hat{AIB}

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A ، إذن فهو محاط بدائرة قطرها BC و مركزها I ، منه $IA = IB = IC$

إذن: AIB مثلث متساوي الساقين في النقطة I

منه: $\hat{IAB} = \hat{B} = 20^\circ$

و بالتالي: $\hat{AIB} = 180 - (20 + 20) = 180 - 40 = 140^\circ$

لنحسب: \hat{IAH}

بما أن الزاوية \hat{HIB} مستقيمة فإن:

$\hat{HIA} = \hat{HIB} - \hat{AIB} = 180 - 140 = 40^\circ$

بما أن المثلث AHI قائم الزاوية في النقطة H ، فإن:

$\hat{IAH} = 180 - (40 + 90) = 180 - 130 = 50^\circ$

تمرين 3

انتبه

تعليق

لنبين أن المثلث EIF متساوي الساقين في النقطة I

لدينا OEM مثلث قائم الزاوية في النقطة E ، إذن فهو محاط بدائرة

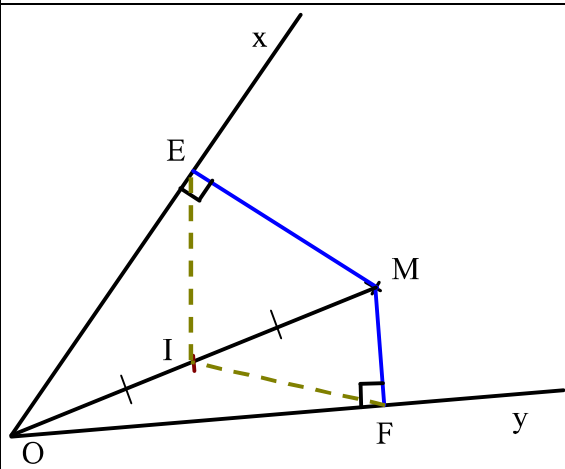
قطرها OM و مركزها I ، منه $IO = IE = IM$

لدينا OFM مثلث قائم الزاوية في النقطة F ، إذن فهو محاط بدائرة

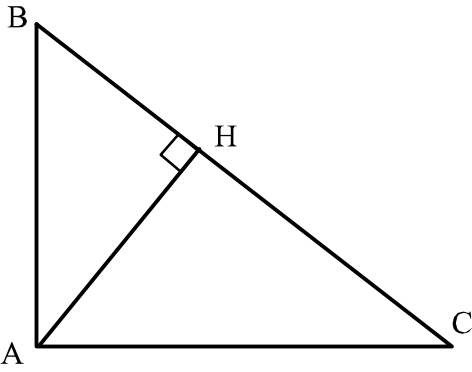
قطرها OM و مركزها I ، منه $IO = IF = IM$

إذن: $IE = IF$

بالتالي: EIF متساوي الساقين في النقطة I



مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $AB = 6\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ ، و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)



-1

-2 لنحسب BC

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$

المباشرة فإن : منه $BC = 10$

$$BC^2 = 36 + 64$$

$$BC^2 = 100$$

-3 لنحسب AH

لدينا مساحة المثلث ABC هي :

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{10 \times AH}{2} = 5 AH$$

و أيضا :

$$5 AH = 24 \quad \text{منه} \quad AH = \frac{24}{5} = 4,8\text{ cm}$$

نستنتج إذن أن :

-4 لنحسب BH

لدينا ABH مثلث قائم الزاوية في H ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$6^2 = 4,8^2 + BH^2$$

$$36 = 23,04 + BH^2$$

المباشرة فإن : بالتالي $BH = 3,6\text{ cm}$

$$36 - 23,04 = BH^2$$

$$12,96 = BH^2$$

-4 لنحسب CH

$$CH = BC - BH$$

$$CH = 10 - 3,6$$

لدينا :

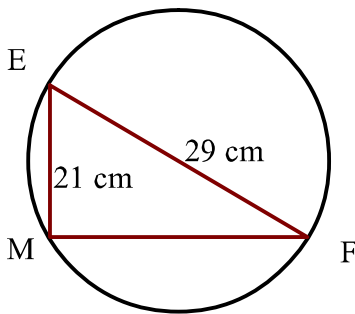
$$CH = 6,4\text{ cm}$$

يمكن حساب CH بنفس الطريقة السابقة

← رغم أن المسافة المطلوبة هي BH ، إلا أن وتر المثلث ABH هو AB ، لذلك لم يتم حسابه بنفس طريقة حساب BC ، إذ يجب كتابة مبرهنة فيثاغورس بغض النظر عن المسافة المطلوبة.

القيمة $3,6$ تم إيجادها باستعمال آلة حاسبة : نكتب $12,96$ ثم نضغط على الرمز $\sqrt{\quad}$ فنحصل على $3,6$

(C) دائرة قطرها $EF = 29\text{ cm}$ ، M نقطة من الدائرة (C) حيث $EM = 21\text{ cm}$

لنحسب المسافة : FM

بما أن المثلث EFM محاط بدائرة قطرها هو أحد أضلاعه ، فهو لإذن مثلث قائم الزاوية في M

$$EF^2 = EM^2 + FM^2$$

$$29^2 = 21^2 + FM^2$$

$$841 = 441 + FM^2$$

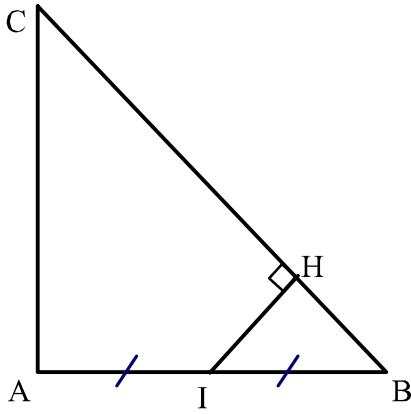
إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$841 - 441 = FM^2$$

$$400 = FM^2$$

بالتالي : $FM = 20\text{ cm}$

مثلث قائم الزاوية في النقطة A حيث $AB = 6\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ ، I منتصف $[AB]$ و H المسقط العمودي للنقطة I على (BC)



لنحسب : $\cos(\hat{B})$

لنحسب أولا BC
لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2 \quad \text{المباشرة فإن :}$$

$$BC^2 = 36 + 64$$

$$BC^2 = 100$$

$$\text{إذن : } \cos(\hat{B}) = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

لنحسب : BH

لنعبر عن $\cos(\hat{B})$ بدلالة BH

$$\text{بما أن : } \cos(\hat{B}) = \frac{3}{5} \text{ و } \cos(\hat{B}) = \frac{BH}{3}$$

$$\text{فإن : } \frac{BH}{3} = \frac{3}{5} \quad \text{منه :}$$

$$BH = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1,8\text{ cm}$$

بما أن المثلث IHB قائم الزاوية في النقطة H وتره IB فإن :

$$\cos(\hat{B}) = \frac{BH}{IB} = \frac{BH}{3}$$

لنحسب : CH

لنحسب : IH

$$\text{لدينا : } CH = BC - BH = 10 - 1,8 = 8,2\text{ cm}$$

لدينا IHB مثلث قائم الزاوية في H ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس

$$IB^2 = BH^2 + IH^2$$

$$3^2 = 1,8^2 + IH^2$$

$$9 = 3,24 + IH^2 \quad \text{المباشرة فإن :}$$

$$9 - 3,24 = IH^2$$

$$5,76 = IH^2$$