

## مبرهنة فيثاغورس

### تمرين 1

$ABCD$  مستطيل حيث :  $AD = 9\text{ cm}$  و  $AB = 6\text{ cm}$  .  
ولتكن  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$   $J$  نقطة من القطعة  $[AD]$  حيث  $AJ = 1\text{ cm}$

- ① احسب المسافات  $IJ$  و  $IC$  و  $JC$
- ② بين أن المثلث  $IJC$  قائم الزاوية في النقطة  $I$
- ③ احسب محيط ومساحة المثلث  $IJC$

### تمرين 2

$ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $A$  حيث :  $AB = 6\text{ cm}$  و  $AC = 8\text{ cm}$  .  
ولتكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(BC)$

- ① احسب المسافة  $BC$
- ② احسب المسافة  $AH$  ( احسب مساحة المثلث  $ABC$  بطريقتين )
- ③ احسب المسافات  $BH$  و  $CH$

### تمرين 3

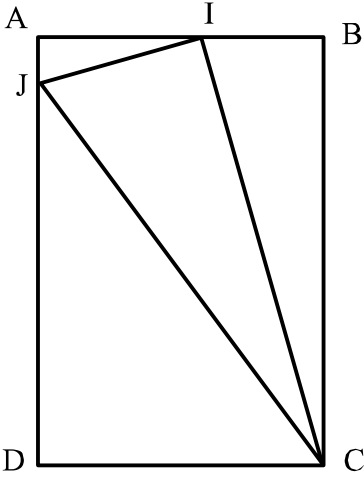
من أولمبياد الرياضيات

$ABCD$  مستطيل و  $M$  نقطة داخله .

$$\diamond \text{ بين أن : } AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$$

## مبرهنة فيثاغورس-حلول

### تمرين 1



① لنحسب المسافات  $IJ$  و  $IC$  و  $JC$   
لدينا في المثلث القائم الزاوية  $AIJ$  حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$IJ = \sqrt{10} \text{ cm} \quad \text{منه} \quad IJ^2 = AI^2 + AJ^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 1^2 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $IBC$  حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$IC = \sqrt{90} \text{ cm} \quad \text{منه} \quad IC^2 = BI^2 + BC^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $JDC$  حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$JC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad JC^2 = DC^2 + DJ^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

② لنبين أن المثلث  $IJC$  قائم الزاوية في النقطة  $I$

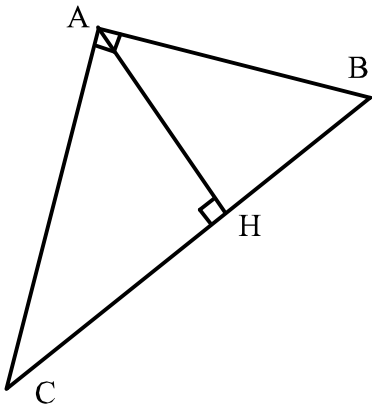
لدينا :  $IJ^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$  و  $IC^2 = (\sqrt{90})^2 = 90$  و  $JC^2 = 10^2 = 100$   
إذن :  $IJ^2 + IC^2 = JC^2$  ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية نستنتج أن المثلث  $IJC$  قائم الزاوية في النقطة  $I$

③ احسب محيط و مساحة المثلث  $IJC$

$$p = IJ + JC + CI = \sqrt{10} + 10 + \sqrt{90} = \sqrt{10} + 10 + 3\sqrt{10} = 4\sqrt{10} + 10 \text{ cm} \quad \text{هو : محيط المثلث } IJC$$

$$S = \frac{IJ \times IC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{90}}{2} = \frac{\sqrt{900}}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}^2 \quad \text{بما أن المثلث } IJC \text{ قائم الزاوية في النقطة } I \text{ فإن مساحته هي :}$$

### تمرين 2



① لنحسب المسافة  $BC$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $ABC$  حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :  
 $BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

② احسب المسافة  $AH$

$$S = \frac{AB \times AC}{2} \quad \text{بما أن المثلث } ABC \text{ قائم الزاوية في النقطة } A \text{ فإن مساحته هي :}$$

$$S = \frac{AH \times BC}{2} \quad \text{و أيضا بما أن ارتفاع للمثلث } ABC \text{ فإن مساحته أيضا هي :}$$

$$\text{نستنتج إذن أن :} \quad \frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times AC}{2} \quad \text{منه} \quad AH \times BC = AB \times AC$$

$$\text{نعوض نجد :} \quad AH \times 10 = 6 \times 8 \quad \text{أي} \quad 10 AH = 48 \quad \text{، بالتالي :} \quad AH = \frac{48}{10} = 4,8 \text{ cm}$$

③ لنحسب  $CH$  و  $BH$

\* لدينا في المثلث القائم الزاوية  $ABH$  حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \quad \text{منه} \quad 36 = 23,04 + BH^2 \quad \text{منه} \quad 6^2 = 4,8^2 + BH^2$$

$$BH^2 = 36 - 23,04$$

$$BH^2 = 12,96$$

$$* \text{ لدينا :} \quad CH = BC - BH = 10 - 3,6 = 6,4 \text{ cm}$$

← رغم أننا نبحث عن

المسافة  $BH$  إلا أن المتساوية

$$BH^2 = AH^2 + AB^2$$

خاطئة لأن الوتر هو  $AB$  و ليس  $BH$

( باستعمال آلة حاسبة نجد  $BH = 3,6 \text{ cm}$  )

تمرين 3 :

لتكن  $E$  و  $F$  و  $G$  و  $H$  هي على التوالي المساقط العمودية  
لنقطة  $M$  على  $(AB)$  و  $(BC)$  و  $(CD)$  و  $(AD)$  على التوالي .

لدينا حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$CM^2 = FM^2 + CF^2 \quad \text{و} \quad AM^2 = EM^2 + AE^2$$

$$CM^2 = FM^2 + MG^2 \quad \text{و} \quad AM^2 = EM^2 + MH^2$$

$$DM^2 = MG^2 + DG^2 \quad \text{و} \quad BM^2 = EM^2 + BE^2$$

$$DM^2 = MG^2 + MH^2 \quad \text{و} \quad BM^2 = EM^2 + FM^2 \quad \text{و}$$

نستنتج إذن أن :

$$AM^2 + CM^2 = EM^2 + MH^2 + FM^2 + MG^2$$

$$BM^2 + DM^2 = EM^2 + FM^2 + MG^2 + MH^2 \quad \text{و}$$

$$\underline{AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2} \quad \text{بالتالي :}$$

