



3

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية بمسالكها

الشعبة أو المسلك

## تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

## مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة

<p>التمرين الأول (3 نقط): في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر <math>(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})</math>، نعتبر النقط <math>A(0, -2, -2)</math> و <math>B(1, -2, -4)</math> و <math>C(-3, -1, 2)</math></p> <p>1 بين أن <math>\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}</math> ثم استنتج أن <math>2x + 2y + z + 6 = 0</math> هي معادلة ديكارتية للمستوى <math>(ABC)</math></p> <p>2 لتكن <math>(S)</math> الفلكة التي معادلتها: <math>x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0</math></p> <p>0.5 تحقق من أن مركز الفلكة <math>(S)</math> هو <math>\Omega(1, 0, 1)</math> وأن شعاعها هو <math>R = 5</math></p> <p>0.25 3 أ- تحقق من أن <math>(t \in \mathbb{R})</math> هو تمثيل بارامتري للمستقيم <math>(\Delta)</math> المار من <math>\Omega</math> و العمودي على المستوى <math>(ABC)</math></p> <p>0.5 ب- حدد إحداثيات <math>H</math> نقطة تقاطع المستقيم <math>(\Delta)</math> و المستوى <math>(ABC)</math></p> <p>0.75 4 تحقق من أن <math>d(\Omega, (ABC)) = 3</math> ثم بين أن المستوى <math>(ABC)</math> يقطع الفلكة <math>(S)</math> وفق دائرة شعاعها 4 يتم تحديد مركزها.</p>	<p>0.75 1 حل في مجموعة الأعداد العقدية <math>\square</math> المعادلة: <math>2z^2 + 2z + 5 = 0</math></p> <p>2 في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>، نعتبر الدوران الذي مركزه <math>O</math> وزاويته <math>\frac{2\pi}{3}</math></p> <p>0.25 أ - أكتب على الشكل المثلي العدد العقدي <math>d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i</math></p> <p>0.5 ب - لتكن النقطة <math>A</math> التي لحقها <math>a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i</math> و <math>B</math> صورة النقطة <math>A</math> بالدوران <math>R</math> ليكن <math>b</math> لحق النقطة <math>B</math>، بين أن <math>b = d.a</math></p> <p>3 لتكن <math>t</math> الإزاحة التي متجهتها <math>\overline{OA}</math> و النقطة <math>C</math> صورة <math>B</math> بالإزاحة <math>t</math> و <math>c</math> لحق النقطة <math>C</math></p> <p>0.75 أ - تحقق من أن <math>c = b + a</math> ثم استنتج أن <math>c = a \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)</math> (يمكنك استعمال السؤال 2 ب-)</p> <p>0.75 ب - حدد <math>\arg\left(\frac{c}{a}\right)</math> ثم استنتج أن المثلث <math>OAC</math> متساوي الأضلاع.</p>
<p>التمرين الثالث (3 نقط): يحتوي صندوق على 9 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس: <u>خمس كرات حمراء</u> تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1 ; 1 ; 1 و <u>أربع كرات بيضاء</u> تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1 نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا و تأنيا 3 كرات من الصندوق. لتكن الأحداث: <math>A</math>: "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون" و <math>B</math>: "الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس العدد" و <math>C</math>: "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون و تحمل نفس العدد"</p> <p>1.5 1 بين أن: <math>p(A) = \frac{1}{6}</math> و <math>p(B) = \frac{1}{4}</math> و <math>p(C) = \frac{1}{42}</math></p> <p>2 نعيد التجربة السابقة 3 مرات مع إعادة الكرات الثلاث المسحوبة إلى الصندوق بعد كل سحبة، و نعتبر المتغير العشوائي <math>X</math> الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث <math>A</math></p> <p>0.5 أ- حدد وسيطي المتغير العشوائي الحدائي <math>X</math></p> <p>1 ب- بين أن: <math>p(X = 1) = \frac{25}{72}</math> و احسب <math>p(X = 2)</math></p>	<p>0.75 1 حل في مجموعة الأعداد العقدية <math>\square</math> المعادلة: <math>2z^2 + 2z + 5 = 0</math></p> <p>2 في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>، نعتبر الدوران الذي مركزه <math>O</math> وزاويته <math>\frac{2\pi}{3}</math></p> <p>0.25 أ - أكتب على الشكل المثلي العدد العقدي <math>d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i</math></p> <p>0.5 ب - لتكن النقطة <math>A</math> التي لحقها <math>a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i</math> و <math>B</math> صورة النقطة <math>A</math> بالدوران <math>R</math> ليكن <math>b</math> لحق النقطة <math>B</math>، بين أن <math>b = d.a</math></p> <p>3 لتكن <math>t</math> الإزاحة التي متجهتها <math>\overline{OA}</math> و النقطة <math>C</math> صورة <math>B</math> بالإزاحة <math>t</math> و <math>c</math> لحق النقطة <math>C</math></p> <p>0.75 أ - تحقق من أن <math>c = b + a</math> ثم استنتج أن <math>c = a \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)</math> (يمكنك استعمال السؤال 2 ب-)</p> <p>0.75 ب - حدد <math>\arg\left(\frac{c}{a}\right)</math> ثم استنتج أن المثلث <math>OAC</math> متساوي الأضلاع.</p>

المسألة (11 نقطة) :

I - لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$   
الجدول جانبه يمثل جدول تغيرات الدالة  $g$

(1) تحقق من أن  $g(0) = 0$  0.25

(2) حدد إشارة  $g(x)$  على كل من المجالين  $]-\infty, 0]$  و  $[0, +\infty[$  0.5

II - لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

$$f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$$

و  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 1cm)

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) أ- تحقق من أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ثم بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$  0.5

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  ثم استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل مقاربا  $(D)$  بجوار  $+\infty$  معادلته  $y = x$  0.75

ج- تحقق من أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  0.5

د- بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  ثم أول النتيجة هندسيا. 0.5

(2) أ- تحقق من أن  $f(x) - x$  و  $x^2 - x$  لهما نفس الإشارة لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0.25

ب- استنتج أن  $(C)$  يوجد فوق  $(D)$  على كل من المجالين  $]-\infty, 0]$  و  $[1, +\infty[$  وتحت  $(D)$  على المجال  $[0, 1]$  0.5

(3) أ- بين أنه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا  $f'(x) = g(x)e^{-x}$  0.75

ب- استنتج أن الدالة  $f$  تناقصية على  $]-\infty, 0]$  و تزايدية على  $[0, +\infty[$  0.5

ج- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  0.25

(4) أ- تحقق من أن  $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0.25

ب- استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطتي انعطاف أفصولا هما على التوالي هما 1 و 4 0.5

(5) أنشئ  $(D)$  و  $(C)$  في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (تأخذ 4.2  $\square$   $f(4)$ ) 1

(6) أ- بين أن الدالة  $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$  دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto -x^2 e^{-x}$  على  $\mathbb{R}$  0.5

$$\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e - 5}{e}$$

ثم استنتج أن

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن  $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e - 2}{e}$  0.75

ج- احسب ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين  $(C)$  و  $(D)$  والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x = 1$  و  $x = 0$  0.75

III - لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :  $u_0 = \frac{1}{2}$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  لكل  $n$  من

(1) بين أن لكل  $n$  من  $(u_n)$  تناقصية . 0.75

(2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية . 0.5

(3) استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة و حدد نهايتها. 0.75