



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
نقطتان	حساب التكامل	التمرين الرابع
9 نقطة	دراسة دالة عددية و المتتاليات العددية	المسألة

In يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

<p>التمرين الأول (3 نقط) :</p> <p>في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$، نعتبر الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(2,1,2)$ و شعاعها يساوي 3 والمستوى (P) المار من النقطة $A(-1, 0, 3)$ و $\vec{u}(4, 0, -3)$ متجهة منظمية عليه.</p> <p>(1) 0.5 بين أن معادلة للفلكة (S) هي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$</p> <p>(2) 0.5 تحقق من أن معادلة ديكرتية للمستوى (P) هي : $4x - 3z + 13 = 0$</p> <p>(3) 0.5 أ- تحقق من أن $(t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P)</p> $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ <p>ب - حدد إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P)</p> <p>(4) 0.25 أ - أحسب $d(\Omega, (P))$</p> <p>ب - بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) في نقطة يتم تحديدها</p> <p>0.75</p>	<p>التمرين الثاني (3 نقط) :</p> <p>(1) 0.75 حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$</p> <p>(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v})</p> <p>نعتبر النقطة A التي لحقها $a = \sqrt{2}(1-i)$ و الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$</p> <p>أ - أكتب على الشكل المثلثي العدد a</p> <p>0.25</p> <p>ب- تحقق من أن لحق النقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $b = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$</p> <p>0.5</p> <p>(3) أ - نعتبر النقطة C التي لحقها $c = 1+i$. بين أن $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$</p> <p>0.5</p> <p>ب - لتكن t الإزاحة التي متجهتها \vec{OC}، و النقطة D صورة B بالإزاحة t . بين أن $OD = b+c$</p> <p>0.5</p> <p>ج- استنتج أن $OD \times BC = 2\sqrt{3}$</p> <p>0.5</p>
<p>التمرين الثالث (3 نقط) :</p> <p>يحتوي صندوق على 12 كرة لا يمكن التمييز بينها باللمس موزعة كما يلي : 3 كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد 1 و 3 كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد 2 و 6 كرات خضراء تحمل كل واحدة منها العدد 2</p> <p>نسحب عشوائيا و تأنيا كرتين من الصندوق ، و نعتبر الأحداث التالية :</p> <p>A : " الحصول على كرتين تحملان نفس العدد " و B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون "</p> <p>و C : " الحصول على كرتين تحملان عدديهما مجموعهما يساوي 3 "</p> <p>(1) 1.5 بين أن $p(A) = \frac{13}{22}$ و $p(B) = \frac{6}{11}$ و احسب $p(C)$</p> <p>(2) 0.5 أ - بين أن $p(A \cap B) = \frac{3}{11}$</p> <p>ب - هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل جوابك .</p> <p>0.5</p> <p>(3) 0.5 علما أن الحدث B محقق ، احسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس العدد .</p>	

التمرين الرابع (نقطتان) :

1) أ- بين أن الدالة $H: x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto (x+1)e^x$ على IR 0.5

ب- استنتج أن $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$ 0.5

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، أكتب $\int_0^1 (x^2 + 2x - 1)e^x dx$ 1

المسألة (9 نقطة)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي $g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2 x + 2\ln x$
الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على المجال $]0, +\infty[$

x	0	$+\infty$
		+
		$+\infty$

(1) احسب $g(1)$ 0.25

(2) من خلال هذا الجدول حدد إشارة $g(x)$ على كل من $]0, 1[$ و $]1, +\infty[$ 0.5

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) أ- تحقق من أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.5

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - \frac{1}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ 0.5

ج- حدد الوضع النسبي للمستقيم (D) والمنحنى (C) 0.25

(2) بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة. 0.75

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$ 1

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0, 1[$ و تزايدية على المجال $]1, +\infty[$ 0.5

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ 0.5

(4) أنشئ في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم (D) والمنحنى (C) (الوحدة: 1 cm) 1

(III) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $h(x) = f(x) - x$

(1) أ- تحقق من أن $h(1) = 0$ 0.25

ب- في الشكل جانبه (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h . حدد إشارة $h(x)$ على كل 0.75

من $]0, 1[$ و $]1, +\infty[$ ثم استنتج أنه لكل x من المجال $]1, +\infty[$ لدينا $f(x) \leq x$

(2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$u_0 = e \text{ و } u_{n+1} = f(u_n) \text{ لكل } n \text{ من } IN$$

أ- بين بالترجع أن : $1 \leq u_n \leq e$ لكل n من IN 0.75

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . (يمكن استعمال نتيجة السؤال III (1) ب -) 0.75

ج - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها. 0.75

