



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2011  
الموضوع



|        |
|--------|
| الصفحة |
| 1      |
| 3      |

|     |                |  |           |                        |
|-----|----------------|--|-----------|------------------------|
| 4   | المعامل        | NS26   | الرياضيات | المادة                 |
| 2 س | مدة<br>الإفجاز | مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي |           | الشعب (ة) أو<br>المسلك |

## تعليمات للمترشح

- ✓ يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- ✓ يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- ✓ يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- ✓ يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ✓ ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.
- ✓ يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح.
- ✓ تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- ✓ تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان .

## التمرين الأول (2.5 نقطة)

- 0.5 | 1 . حل في  $\square$  المعادلة :  $t^2 - 3t + 2 = 0$   
2 . استنتج في  $]0; +\infty[$  :  
1 | أ . حل المعادلة :  $(\ln x)^2 - 3(\ln x) + 2 = 0$   
1 | ب . مجموعة حلول المتراجحة :  $(\ln x)^2 - 3(\ln x) + 2 < 0$  .

## التمرين الثاني (5 نقط)

- 0.75 | نعتبر الدالة العددية  $h$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[1; e]$  ب :  $h(x) = x - \ln x$  .  
1 | 1 . أ . احسب  $h'(x)$  و ادرس إشارتها على المجال  $[1; e]$  ثم بين أن  $h$  تزايدية على هذا المجال .  
1 | ب . ضع جدول تغيرات الدالة  $h$  على المجال  $[1; e]$  ثم بين أن  $h([1; e]) \subset [1; e]$  .  
2 . نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :  
1 | أ . بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $1 \leq u_n \leq e$  .  
1 | ب . بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تناقصية .  
0.25 | ج . استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة .  
1 | د . باستعمال ما سبق بين أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  .

## التمرين الثالث (9.5 نقط)

- نعتبر الدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفتين على  $]0; +\infty[$  بما يلي :
- $$f(x) = -x + \frac{\ln x}{x} \quad \text{و} \quad g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$$

## الجزء الأول

- 1 | 1 . بين أن :  $g'(x) = -\left(2x + \frac{1}{x}\right)$  ثم حدد إشارة  $g'(x)$  على  $]0; +\infty[$  .  
0.75 | 2 . أ . احسب  $g(1)$  وضع جدول تغيرات الدالة  $g$  (حساب النهايتين عند محدي  $]0; +\infty[$  غير مطلوب) .  
1 | ب . استنتج أن :  $g(x) \geq 0$  ;  $\forall x \in ]0; 1]$  و  $g(x) < 0$  ;  $\forall x \in ]1; +\infty[$  .  
1 | 3 . بين أن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  ;  $\forall x > 0$  .

## الجزء الثاني

ليكن  $(C)$  التمثيل المبياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. أ. احسب  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 1.25

ب. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن  $(C)$  يقبل مقاربا مائلا  $(\Delta)$  معادلته  $y = -x$ . 1.25

ج. ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$ . 1.5

2. احسب  $f(1)$  وضع جدول تغيرات الدالة  $f$ . (يمكن استعمال نتيجة السؤال 3. من الجزء الأول). 0.75

3. أنشئ  $(C)$ . (قبل أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف أفصولها  $e^{\frac{3}{2}}$ ؛ وأن  $e^{\frac{3}{2}} \approx 4,5$  و  $e^{\frac{3}{2}} \approx -4$  و  $f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)$ ). 1

## التمرين الرابع (3 نقط)

يحتوي صندوق على سبع كرات غير قابلة للتمييز باللمس، أربع منها حمراء وثلاث خضراء. نقوم بالتجربة التالية:

" نسحب كرة  $b$  من الصندوق ونسجل لونها.

- إذا كانت  $b$  حمراء نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب كرة ثانية؛

- إذا كانت  $b$  خضراء لا نعيدها إليه ثم نسحب كرة ثانية".

ليكن  $A$  الحدث: " الحصول على كرتين من نفس اللون في السحبتين "

و  $B$  الحدث: " سحب كرة حمراء في المرة الثانية "

1. بين أن:  $p(A) = \frac{23}{49}$  ثم احسب  $p(B)$  (يمكن الاستعانة بشجرة الاختيارات). 2

2. هل الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلان؟ علل جوابك. 1


 الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
 الدورة العادية 2011  
 عناصر الإجابة


|        |
|--------|
| الصفحة |
| 1      |
| 2      |

|     |             |  |           |                     |
|-----|-------------|--|-----------|---------------------|
| 4   | المعامل     | NR26   | الرياضيات | المادة              |
| س 2 | مدة الإجابة | مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي |           | الشعب (ة) أو المسلك |

|                      |  |  |  |
|----------------------|--|--|--|
| المجموع              | التمرين الأول (2.5 ن)  |  |  |
| 0.5                  | 1. حل المعادلة هما 1 و 2 : 0.5   |  |  |
| 1                    | 2. أ. حل المعادلة هما e و e <sup>2</sup> : 1   |  |  |
| 1                    | 2. ب. مجموعة حلول المترابحة : ]e; e <sup>2</sup> [ ؛ 1   |  |  |
| التمرين الثاني (5 ن) |  |  |  |
| 0.75                 | 1. أ. 0.25 : $\forall x > 0; h'(x) = 1 - \frac{1}{x}$ ؛ 0.25 : $\forall x \in [1; e]; x \geq 1$ لأن $h(x) > 0$ ؛ تزايدية : 0.25  |  |  |
| 1                    | 1. ب.  0.5   |  |  |
| 1                    | 0.5 : $h([1; e]) = [1; e-1] \subset [1; e]$ حسب الجدول   |  |  |
| 1                    | 2. أ. لدينا $1 \leq u_0 \leq e$ ؛ نفترض أن $1 \leq u_n \leq e$ وبما أن $h$ تزايدية فإن : $h(1) \leq h(u_n) \leq h(e)$ ؛ أي أن : $1 \leq u_{n+1} \leq e-1 < e$ ومنه : $1 : \forall n : 1 \leq u_n \leq e$ |  |  |
| 1                    | 2. ب. $u_{n+1} - u_n = -\ln u_n \leq 0$ (لأن $u_n \geq 1$ و $\ln u_n \geq 0$ ) 1   |  |  |
| 0.25                 | 2. ج. $(u_n)$ تناقصية ومصغرة إذن فهي متقاربة : 0.25  |  |  |
| 1                    | 2. د. $h$ متصلة و $h([1; e]) \subset [1; e]$ و $u_0 \in [1; e]$ و $(u_n)$ متقاربة و $u_{n+1} = h(u_n)$ ؛ 0.5 ؛ إذن النهاية $l$ تحقق $l = h(l)$ أي $l = l - \ln l$ ومنه $l = 1$ : 0.5                     |  |  |

**التمرين الثالث (9.5 ن)**

**الجزء الأول**

|         |  |     |           |   |           |         |   |  |  |        |  |  |  |       |
|---------|--|-----|-----------|---|-----------|---------|---|--|--|--------|--|--|--|-------|
| 1       | حساب $g'(x)$ : 0.5 ؛ $g'(x)$ سالبة على $\mathbb{R}_+^*$ : 0.5  | 1.  |           |   |           |         |   |  |  |        |  |  |  |       |
| 0.75    | <p style="text-align: right;">حساب <math>g(1)</math> : 0.25</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>g'(x)</math></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>g(x)</math></td> <td colspan="3" style="text-align: center;"> </td> </tr> </table> | $x$ | 0         | 1 | $+\infty$ | $g'(x)$ | - |  |  | $g(x)$ |  |  |  | 2. أ. |
| $x$     | 0  | 1   | $+\infty$ |   |           |         |   |  |  |        |  |  |  |       |
| $g'(x)$ | -  |     |           |   |           |         |   |  |  |        |  |  |  |       |
| $g(x)$  |  |     |           |   |           |         |   |  |  |        |  |  |  |       |

|   |  |      |
|---|--|------|
| 1 | من خلال الجدول نستنتج أن: $g(x) \geq 0 ; \forall x \in ]0;1[$ : 0.5 ؛ $g(x) < 0 ; \forall x \in ]1;+\infty[$ : 0.5 | ب. 2 |
| 1 | $1 : f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} ; \forall x > 0$   | 3.   |

**الجزء الثاني**

|         |  |       |           |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |
|---------|--|-------|-----------|---|-----------|---------|---|---|---|--------|--|--|--|----|
| 1.25    | محور الأرتاب مقارب لـ $(C)$ : 0.5 ؛ $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ : 0.75   | 1. أ. |           |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |
| 1.25    | <p style="text-align: right;"><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty</math> : 0.5 ؛ <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = 0</math> : 0.5 ؛ إذن <math>(\Delta)</math> مقارب مائل لـ <math>(C)</math> بجوار <math>+\infty</math> : 0.25</p>   | ب. 1  |           |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |
| 1.5     | <p style="text-align: right;"><math>f(x) + x = \frac{\ln x}{x}</math> ، إشارة <math>f(x) + x</math> على <math>]0;+\infty[</math> هي إشارة <math>\ln x</math> : 1</p> <p style="text-align: right;"><math>(C)</math> "تحت" <math>(\Delta)</math> على المجال <math>]0;1[</math> و "فوق" <math>(\Delta)</math> على المجال <math>]1;+\infty[</math> ؛ نقطة تقاطع <math>(C)</math> و <math>(\Delta)</math> : 0.5</p>  | ج. 1  |           |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |
| 0.75    | <p style="text-align: right;"><math>f(1) = -1</math> : 0.25</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f'(x)</math></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td colspan="3" style="text-align: center;"> </td> </tr> </table> | $x$   | 0         | 1 | $+\infty$ | $f'(x)$ | + | 0 | - | $f(x)$ |  |  |  | 2. |
| $x$     | 0  | 1     | $+\infty$ |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |
| $f'(x)$ | +  | 0     | -         |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |
| $f(x)$  |  |       |           |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |
| 1       | إنشاء $(C)$ : 1  | 3.    |           |   |           |         |   |   |   |        |  |  |  |    |

**التمرين الرابع (3 ن)**

|   |  |    |
|---|--|----|
| 2 | <p style="text-align: right;">من خلال شجرة الاحتمالات :</p> <p style="text-align: right;">احتمال سحب كرتين لونهما أحمر هو <math>\frac{16}{49}</math> واحتمال سحب كرتين لونهما أخضر هو <math>\frac{1}{7}</math></p> <p style="text-align: right;">إذن <math>p(A) = \frac{23}{49}</math> ؛ <math>p(B) = \frac{30}{49}</math> : 1</p> | 1. |
| 1 | $p(A \cap B) = \frac{16}{49}$ ؛ $p(A \cap B) \neq p(A)p(B)$ : 0.25   | 2. |