الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الإستدراكية 2010
الموضوع

المـــــادة:	الرياضيات	RS22	المعامل:	7
الشعــب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها		مدة الإنجاز:	3

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الخامس ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط $A(0,-2,0)$ و $B(1,1,-4)$ و $C(0,1,-4)$ و (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ بحيث : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$.

1) بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها النقطة $\Omega(1,2,3)$ و شعاعها 5 . 0.5

2) أ – بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$ واستنتج أن $4y+3z+8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . 1

ب – احسب $d\left(\Omega,(ABC)\right)$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) . 0.5

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC).

أ – بين أن : $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \quad (t\in IR) \\ z=3+3t \end{cases}$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . 0.5

ب – بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(1,-2,0)$. 0.25

ج – تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) والفلكة (S) . 0.25

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$ 1

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=8i$ و $b=4\sqrt{3}-4i$ و $c=2\left(4\sqrt{3}+4i\right)$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

أ – بين أن $z'=\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$. 0.5

ب – تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R . 0.25

ج – بين أن $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي . 0.75

د – استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع . 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد : 1 و 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3
(لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .

1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " . 1.25
و B الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .
بين أن $P(A)=\frac{3}{28}$ وأن $P(B)=\frac{13}{28}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .

أ – حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . 0.25

ب – بين أن : $P(X=1)=\frac{15}{28}$. 0.75

ج – أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X . 0.75

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{3u_n}{21+u_n}$ لكل n من IN .

0.5 **1) بين أن :** $u_n > 0$ **لكل** n **من** $I\!N$.

0.75 **2) بين أن :** $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ **لكل** n **من** $I\!N$.

0.5 **3) بين أن المتتالية** (u_n) **تناقصية وأنها متقاربة .**

0.75 **4) أ- بين بالترجع أن :** $u_n \le \left(\frac{1}{7}\right)^n$ **لكل** n **من** $I\!N$.

0.5 **ب- حدد نهاية المتتالية** (u_n) .

التمرين الخامس (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g **المعرفة على** $]0,+\infty[$ **بما يلي :** $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$.

0.25 **1) أ- تحقق من أن** $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2+3x+2)$ **لكل** x **من** $]0,+\infty[$.

0.5 **ب – بين أن :** $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$ **لكل** x **من** $]0,+\infty[$.

0.25 **2) أ – تحقق من أن** $\frac{3x^2+3x+2}{x} > 0$ **لكل** x **من** $]0,+\infty[$.

0.5 **ب – استنتج أن إشارة** $g'(x)$ **هي إشارة** $x-1$ **على** $]0,+\infty[$.

0.5 **3) أ – بين أن الدالة** g **تناقصية على** $]0,1]$ **وأنها تزايدية على** $[1,+\infty[$.

0.5 **ب - استنتج أن** $g(x) > 0$ **لكل** x **من** $]0,+\infty[$ **(لاحظ أن** $g(1) > 0$ **)** .

II) نعتبر الدالة العددية f **المعرفة على** $]0,+\infty[$ **بما يلي :** $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.

ليكن (C) **المنحنى الممثل للدالة** f **في معلم متعامد ممنظم** $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ **(نأخذ** $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$**)** .

1 **1) بين أن :** $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ **لكل** x **من** $]0,+\infty[$ **، ثم استنتج أن الدالة** f **تزايدية على** $]0,+\infty[$.

0.5 **2) أ - بين أن** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$ **ثم أول هذه النتيجة هندسيا .**

0.75 **ب - بين أن** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x-1+\ln x}{x^2} = 0$ **ثم أن** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ **(نذكر أن** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$ **)** .

0.5 **ج - بين أن المستقيم** (Δ) **الذي معادلته** $y = x-1$ **مقارب مائل للمنحنى** (C) **بجوار** $+\infty$.

0.5 **3) بين أن** $y = 3(x-1)$ **هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى** (C) **في النقطة التي زوج إحداثيتيها** $(1,0)$.

0.75 **4) أنشئ المستقيم** (Δ) **و المنحنى** (C) **(نقبل أن للمنحنى** (C) **نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها) .**

1 **5) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن:** $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx = 1 - \frac{2}{e}$ **(ضع :** $u'(x) = \frac{1}{x^2}$ **و)** .

0.5 **ب – بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين** (C) **و** (Δ) **و المستقيمين الذين معادلتاهما و**

هي .